

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.250594

# 基于矩阵束频率跟踪的动态同步相量估计算法

马晓阳<sup>1</sup>, 吴永心<sup>1</sup>, 袁泽惠<sup>1</sup>, 汪颖<sup>1</sup>, 王晓冰<sup>2</sup>

(1. 四川大学电气工程学院, 四川 成都 610065; 2. 国网北京市电力公司经济技术研究院, 北京 100055)

**摘要:** 间谐波干扰会导致同步相量估计算法的精度显著降低。随着电力电子元件的广泛接入, 间谐波干扰已成为制约同步相量估计算法精度提高的关键瓶颈之一。针对此问题, 提出了一种基于矩阵束频率跟踪的动态同步相量估计算法。该算法基于矩阵束进行频率跟踪, 引入阈值筛选奇异值以抑制噪声并提取频率成分。然后, 基于泰勒级数模型及相量对称特性, 动态估计相量参数。最后, 通过迭代降低负频分量的干扰以提高估计精度。仿真结果表明, 所提算法能够实现基频的快速跟踪与同步相量参数的高精度估计, 在含间谐波的场景下可有效抑制间谐波干扰。算法完全满足 IEEE/IEC 60255-118-1 标准中测量类(M类)相量测量单元(phasor measurement unit, PMU)的性能要求, 且在多数场景下满足保护类(P类)PMU 标准。

**关键词:** 相量测量单元; 矩阵束; 最小二乘; 间谐波; 同步相量

## Dynamic synchrophasor estimation algorithm based on matrix pencil frequency tracking

MA Xiaoyang<sup>1</sup>, WU Yongxin<sup>1</sup>, YUAN Zehui<sup>1</sup>, WANG Ying<sup>1</sup>, WANG Xiaobing<sup>2</sup>

(1. College of Electrical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China; 2. Economic and Technological Research Institute of State Grid Beijing Electric Power Company, Beijing 100055, China)

**Abstract:** Interharmonic interference can significantly degrade the accuracy of synchrophasor estimation algorithms. With the widespread integration of power electronic devices, interharmonic interference has become one of the key bottlenecks restricting further improvements in synchrophasor estimation accuracy. To address this issue, this paper proposes a dynamic synchrophasor estimation algorithm based on matrix pencil frequency tracking. The algorithm performs frequency tracking based on the matrix pencil method and introduces threshold-based singular value screening to suppress noise and extract frequency components. Then, dynamic estimation of phasor parameters is carried out based on the Taylor series model and the symmetric characteristics of phasors. Finally, the estimation accuracy is further improved by iteratively reducing the interference of negative-sequence frequency components. Simulation results show that the proposed algorithm can achieve fast tracking of fundamental frequency and high-precision estimation of synchrophasor parameters, and can effectively suppress interharmonic interference in test scenarios containing interharmonics. The algorithm fully meets the performance requirements of M-class PMU specified in the IEEE/IEC 60255-118-1 standard, and meets the P-class PMU standard in most scenarios.

This work is supported by the National Key Research and Development Program of China (No. 2023YFB2407600).

**Key words:** phasor measurement units; matrix pencil; least squares; interharmonics; synchrophasor

## 0 引言

相量测量单元(phasor measurement unit, PMU)用于测量电网中不同点电信号的幅值、频率和相位<sup>[1-4]</sup>。文献[5]中将 PMU 按不同性能分为保护类(P类)和测量类(M类), 并定义了 P类和 M类的性能

要求以及测试条件<sup>[6-7]</sup>。

当前, 同步相量估计的相关算法可大致分为: 基于傅氏变换的方法、基于有限冲激响应(finite impulse response, FIR)滤波器的方法和基于子空间估计的方法。

基于傅氏变换的方法以离散傅里叶变换(discrete Fourier transform, DFT)为核心。其改进方法如插值离散傅里叶变换(interpolated DFT, IpDFT)<sup>[8-10]</sup>通过

基金项目: 国家重点研发计划项目资助(2023YFB2407600)

谱线插值提升估计精度; 短时傅里叶变换<sup>[11-12]</sup>针对非平稳信号, 分析时间和频域的局部信息; 泰勒傅里叶变换<sup>[13]</sup>通过泰勒级数逼近非平稳信号, 对每一项展开式进行傅里叶分析得到相量参数。基于傅氏变换的算法因计算复杂度低, 谐波抑制能力较强。然而, 当频率偏移标称频率时, 此类算法会产生较大误差<sup>[14-15]</sup>。此外, 非相干采样引起的频谱泄漏效应也会降低算法精度。

基于 FIR 滤波器的方法假设通带内的频率响应完全平坦。泰勒加权最小二乘(Taylor weighted least squares, TWLS)<sup>[16-17]</sup>由泰勒多项式近似动态相量, 并应用最小二乘计算相量参数。然而 TWLS 易受间谐波及二次谐波的影响。文献[18]中使用 sinc 插值多项式替代泰勒多项式。sinc 滤波器具有较低的通带纹波和较高的阻带衰减, 但 sinc 滤波模型仍对间谐波很敏感。这类方法在计算过程中存在高阶矩阵求逆的过程, 增加了算法的复杂度。为了解决该问题, 文献[19-20]提出了 O 样条(O-spline)逼近技术, 显著降低了计算复杂度。

基于子空间估计的方法通过提取观测数据的低维子空间实现信号分析。如基于旋转不变技术的估计方法<sup>[21-22]</sup>, 可利用信号的空间变化估计相量参数, 但该方法需要将模型阶数作为已知量。Prony 算法<sup>[23-25]</sup>以及多重信号分类方法(multiple signal classification, MUSIC)<sup>[26]</sup>具有较强的谱分析能力, 但二者对噪声较为敏感。矩阵束(matrix pencil, MP)<sup>[27-28]</sup>对噪声有较强的鲁棒性。该方法可以估计所有成分的相量参数, 且不增加任何计算成本。MP 由于模型阶数受限, 无法得到较为准确的估计结果。此外, 还有许多基于子空间估计的方法, 如最大似然估计<sup>[29]</sup>、神经网络<sup>[30]</sup>、小波变换等<sup>[31-32]</sup>。

近年来能够同时满足 P 类和 M 类性能要求的相量估计算法备受关注。此类算法的优点在于: 不需要在同一位置安装两个不同类型的 PMU; 可通过 M 类 PMU 的测量值调整 P 类 PMU 的部分数据, 其整体性能不会因为间谐波的存在而降低。文献[33]提出迭代 IpDFT(iterative interpolated DFT, iIpDFT), 可以满足 P 类和 M 类的性能要求。该方法在 IpDFT 的基础上通过迭代分别补偿负频分量和间谐波的影响, 以提高带外干扰的测试性能。然而, 其精度会因基波附近的多个间谐波干扰而降低。文献[34]提出一种基于 FIR 的离散时间频率增益传感器(discrete time frequency gain transducer, DTFGT)。该算法计算周期短、抗噪性能良好、在一定条件下可满足 P 类和 M 类的性能要求。然而, 该方法对幅值和相位的估计过程基于离散时间傅里叶变换, 估计精度会受

到采样的影响, 较为依赖信号的周期性。文献[35]提出一种基于 FIR 和小波变换的 Morlet 小波有限冲激响应(Morlet wavelets finite impulse response, MW-FIR)。该方法不需要通带内频率响应完全平坦的假设, 使用高斯窗估计相量。然而, MW-FIR 不能完全满足 P 类 PMU 要求, 且无法满足 M 类 PMU 对间谐波的要求。

综上所述, 间谐波仍是当前提高同步相量估计算法的精度亟待解决的问题。针对这一问题, 本文提出了基于 MP 频率跟踪的动态同步相量估计算法。首先建立动态相量模型, 为后续相量估计构建理论框架。接着, 研究了基于 MP 的动态频率跟踪方法, 通过筛选伪奇异值抑制噪声并实现基频的动态跟踪, 为相量估计提供频率参数支撑。然后, 基于对称 TWLS(symmetric TWLS, STWLS), 提高非标称频率下相量估计精度, 并有效抑制间谐波干扰。最后, 通过仿真验证了算法的准确性。

## 1 动态相量模型

实际电力系统中的动态信号模型  $x(t)$  可表示为

$$x(t) = a(t) \cos(2\pi f_1 t + \varphi(t)) = \operatorname{Re}\{p(t)e^{j2\pi f_1 t}\} = x^+(t) + x^-(t) \quad (1)$$

式中:  $a(t)$  为幅值;  $f_1$  为基频;  $\varphi(t)$  为相位; 动态相量  $p(t) = a(t)e^{j\varphi(t)}$  包含正频分量  $x^+(t)$  和负频分量  $x^-(t)$ 。离散采样后(样本数  $N$  为奇数, 采样周期为  $T$ ), 信号序列为

$$x(n) = a(n) \cos(2\pi f_1 nT + \varphi(n)) = \frac{1}{2}(p(n)e^{j2\pi f_1 nT} + \bar{p}(n)e^{-j2\pi f_1 nT}) \quad (2)$$

式中:  $\bar{p}(n)$  为  $p(n)$  的共轭;  $n$  为离散样本索引,  $n = -(N-1)/2, -(N-2)/2, \dots, (N-2)/2, (N-1)/2$ 。

可用  $K$  阶泰勒多项式来近似  $p(n)$ , 如式(3)所示。

$$p(n) \approx \sum_{k=0}^K \frac{p^{(k)}}{k!} (nT)^k, \quad k = 0, 1, \dots, K \quad (3)$$

式中:  $p^{(k)}$  表示  $p(n)$  的  $k$  阶导数。

对于样本数量为  $N$  的观测序列, 动态相量可用矩阵形式表示为

$$\mathbf{X} = [\mathbf{E}_f \mathbf{\Pi} \quad \bar{\mathbf{E}}_f \mathbf{\Pi}] \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \bar{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \mathbf{G}_f \mathbf{P}_0 \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{X}$  为  $x(n)$  的矩阵形式;  $\mathbf{E}_f$  为指数对角矩阵, 其元素包含式(2)中的指数项阵,  $\mathbf{E}_f = \operatorname{diag}(e^{-j\pi(N-1)f_1 T}, e^{-j\pi(N-2)f_1 T}, \dots, 1, \dots, e^{j\pi(N-2)f_1 T}, e^{j\pi(N-1)f_1 T})$ ;  $\mathbf{\Pi}$  为泰勒展开系数矩阵;  $\mathbf{p}$  为包含泰勒级数系数向

量,  $\mathbf{p} = \frac{1}{2}[\mathbf{p}^{(0)} \mathbf{p}^{(1)} \cdots \mathbf{p}^{(K)}]^T$ ;  $\bar{\mathbf{p}}$  为  $\mathbf{p}$  的共轭;  $\mathbf{G}_f$  为构造的系数矩阵;  $\mathbf{P}_0$  为包含频率正负分量的相量矩阵。矩阵  $\mathbf{E}_f$  和  $\mathbf{\Pi}$  的详细推导过程见文献[16]。

根据频率正负分量可将  $\mathbf{P}_0$  分块为  $[\mathbf{p}^T \bar{\mathbf{p}}^T]^T$ , 通过最小二乘可得相量估计, 由式(5)给出。

$$\mathbf{P}_0 = (\mathbf{G}_f^H \mathbf{G}_f)^{-1} \mathbf{G}_f^H \mathbf{X} \quad (5)$$

式中: 上标 H 表示矩阵的共轭转置。

## 2 本文所提算法

### 2.1 基于 MP 的动态频率跟踪

基于 MP 的动态频率跟踪可分为三步: 构造汉克尔矩阵、奇异值分解(singular value decomposition, SVD)、频率成分跟踪。MP 通常被定义为

$$f(t, \lambda) = g(t) + \lambda h(t) \quad (6)$$

式中:  $\lambda$  为约束参数;  $f(t, \lambda)$  为  $g(t)$  和  $h(t)$  的束函数。为保证约束有意义,  $g(t)$  和  $h(t)$  非线性相关。

在 MP 法中, 将待测成分视为一系列指数分量和噪声信号组合<sup>[27]</sup>, 如式(7)所示。

$$y(nT) = x(nT) + r(nT) \approx \sum_{m=1}^M R_m \exp(s_m nT) + r(nT) \quad (7)$$

式中:  $y(nT)$  为采样结果;  $x(nT)$  为信号成分;  $r(nT)$  为噪声,  $n = -(N-1)/2, -(N-2)/2, \dots, (N-2)/2, (N-1)/2$ ;  $R_m$  和  $s_m$  为复参数, 用于指定  $y(nT)$  的展开形式,  $R_m = -b_m + jc_m$ ,  $-b_m$  和  $c_m$  分别为  $R_m$  的实部和虚部,  $s_m = -\alpha_m + j\omega_m$ ,  $\alpha_m$  和  $\omega_m$  分别表示阻尼因子和角频率;  $M$  为信号中频率成分个数。

基于采样序列构造  $(N-L) \times (L+1)$  的汉克尔矩阵  $\mathbf{Y}$ , 如式(8)所示。

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_L \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N-L-1} & y_{N-L} & \cdots & y_{N-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $y_n = y((n-(N-1)/2)T)$ ;  $L$  为 MP 参数,  $L$  的取值影响算法抗噪性能, 通常  $N/4 \leq L \leq N/2$ 。

对汉克尔矩阵  $\mathbf{Y}$  进行 SVD, 如式(9)所示。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U} \mathbf{\Omega} \mathbf{V}^H \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{V}$  为酉矩阵, 分别由  $\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H$  和  $\mathbf{Y}^H\mathbf{Y}$  的特征向量构成, 大小分别为  $(N-L) \times (N-L)$  和  $(L+1) \times (L+1)$ ;  $\mathbf{\Omega}$  为包含  $\mathbf{Y}$  奇异值的对角矩阵。

对于不含噪声的理想系统,  $\mathbf{Y}$  有  $I$  个非 0 奇异值  $\sigma_i$ ,  $i=1, 2, \dots, I$ , 即  $\mathbf{\Omega}$  的对角元素中有  $I$  个非 0 值, 其余对角元素为 0。非零奇异值的个数等于频率成分

个数, 即  $I = M$ 。

实际上,  $\mathbf{\Omega}$  对角元素中的 0 值因噪声的作用不再为 0。本文将这些因为噪声干扰产生的“奇异值”命名为“伪奇异值”。伪奇异值的存在会使得算法在跟踪基频的过程中误判, 进而造成较大估计误差。因此, 需要识别并消除噪声引入的伪奇异值。对于伪奇异值, 其大小取决于信噪比, 信噪比越高, 则伪奇异值越接近 0。将  $\sigma_i$  中的最大值记为  $\sigma_{\max}$ , 基于  $\sigma_{\max}$  判断每个  $\sigma_i$  是否满足给定阈值  $\xi$ , 如式(10)所示。

$$\sigma_i / \sigma_{\max} \leq \xi \quad (10)$$

将满足式(10)的  $\sigma_i$  视为伪奇异值。将不满足该条件的  $\sigma_i$  的个数记为  $I'$ , 即  $I' = M$ 。将矩阵  $\mathbf{\Omega}$  对角线元素中代表伪奇异值的部分设置为 0, 可得到矩阵  $\mathbf{\Omega}'$ 。

在 SVD 过程后构造频率跟踪矩阵  $\mathbf{V}'$ , 其仅包含  $\mathbf{V}$  的  $M$  个右奇异向量, 即

$$\mathbf{V}' = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \dots, \mathbf{v}_M] \quad (11)$$

式中: 伪奇异值的伪右奇异向量  $\mathbf{v}_{M+1}, \mathbf{v}_{M+2}, \dots, \mathbf{v}_L, \mathbf{v}_{L+1}$  被舍弃, 进一步得到

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_1 = \mathbf{U} \mathbf{\Omega}' (\mathbf{V}'_1)^H \\ \mathbf{Y}_2 = \mathbf{U} \mathbf{\Omega}' (\mathbf{V}'_2)^H \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{V}'_1$  和  $\mathbf{V}'_2$  分别为  $\mathbf{V}'$  去除最后一行和第一行所得到的矩阵。将  $\mathbf{Y}_1$  和  $\mathbf{Y}_2$  构造为满足式(6)的 MP 形式。

使用  $\mathbf{Y}_1$  和  $\mathbf{Y}_2$  构造矩阵束  $\mathbf{Y}_2 - \lambda \mathbf{Y}_1$ , 式(7)中的  $s_m$  为  $\mathbf{Y}_2 - \lambda \mathbf{Y}_1$  的广义特征值, 求解  $s_m$  可以转化为求解矩阵  $\mathbf{Y}_1^\dagger \mathbf{Y}_2$  的特征值,  $\mathbf{Y}_1^\dagger$  为  $\mathbf{Y}_1$  的伪逆矩阵,  $\mathbf{Y}_1^\dagger = (\mathbf{Y}_1^H \mathbf{Y}_1)^{-1} \mathbf{Y}_1^H$ 。 $s_m$  与  $\mathbf{Y}_1^\dagger \mathbf{Y}_2$  的特征值的关系为

$$s_m = -\alpha_m + j\omega_m = -\alpha_m + j2\pi f_m = \frac{\ln(\text{eig}(\mathbf{Y}_1^\dagger \mathbf{Y}_2))}{T} \quad (13)$$

式中:  $m=1, 2, \dots, M$ ;  $f_m$  为分解得到的第  $m$  个频率分量;  $\text{eig}(\cdot)$  为解矩阵特征值过程。当  $m=1$  时, 基频可表示为

$$f_1 = \text{Im} \left( \frac{\ln(\text{eig}(\mathbf{Y}_1^\dagger \mathbf{Y}_2))}{2\pi T} \right) = \frac{\text{Im}(\ln s_1)}{2\pi} \quad (14)$$

### 2.2 同步相量估计

根据式(4), 将  $f_1$  代入  $\mathbf{E}_f$ , 可重构矩阵  $\mathbf{G}_f$ , 进而得到向量  $\mathbf{p}$ 。然而, 频率跟踪结果往往会存在一定偏差, 并且间谐波成分也会降低频率跟踪的准确性。因此, 需要对频率跟踪结果进行修正, 进而实现高精度的相量估计。

基于式(1)和式(2),  $x^+(t)$  的离散化形式为

$$x^+(n) = \frac{1}{2} p(n) e^{j2\pi f_1 n T} = \frac{1}{2} a(n) e^{j\varphi(n)} e^{j2\pi f_1 n T} \quad (15)$$

$x^+(t)$  的矩阵形式为

$$X^+ = E_f \Pi p \quad (16)$$

为提高对谐波和间谐波干扰的抑制能力, 并抑制频谱泄漏效应, 在式(16)的基础上引入权重矩阵  $W$ , 得到式(17)<sup>[14]</sup>。

$$p = (\Pi^H E_f^H W^H W E_f \Pi)^{-1} \Pi^H E_f^H W^H W X^+ \quad (17)$$

式中:  $W$  为对角阵, 其元素取决于所采用的窗函数。式(17)可改写为

$$p = (\Pi^H W^2 \Pi)^{-1} \Pi^H W^2 E_f^H X^+ \quad (18)$$

在计算过程中, 负频分量会对相量估计结果产生干扰, 可通过迭代不断修正  $E_f$  来消除负频分量的干扰, 如式(19)所示。

$$E_f^{q+1} = E_f^q E_{\Delta f}^q \quad (19)$$

式中:  $E_f^q$  为第  $q$  次修正后的矩阵;  $E_{\Delta f}^q$ 、 $E_f^q$  和  $E_f^{q+1}$  均为  $N$  行  $N$  列的对角矩阵,  $E_{\Delta f}^q = \text{diag}(e^{-j\pi(N-1)\Delta f_1^q T}, e^{-j\pi(N-2)\Delta f_1^q T}, \dots, 1, \dots, e^{j\pi(N-2)\Delta f_1^q T}, e^{j\pi(N-1)\Delta f_1^q T})$ ,  $\Delta f_1^q$  表示第  $q$  次修正与基频的频率偏差, 基于前一报告时刻的值进行计算, 迭代的总次数记为  $Q$ 。

正频分量和负频分量之间的矩阵关系为

$$X^+ = X - X^- \quad (20)$$

根据式(1),  $x^-(n)$  可表示为

$$x^-(n) = \frac{1}{2} \bar{p}(n) e^{-j2\pi f_1 n T} = \frac{1}{2} a(n) e^{-j\varphi(n)} e^{-j2\pi f_1 n T} \quad (21)$$

基波幅值为  $a_1 = |p^{(0)}|$ , 基频、基波相位  $\varphi$ 、频率变化率  $R_{CF}$  分别如式(22)~式(24)所示。

$$\hat{f}_1 = f_1 + \frac{\text{Im}(p^{(1)} \bar{p}^{(0)})}{2\pi |p^{(0)}|^2} \quad (22)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\text{Im}(p^{(0)})}{\text{Re}(p^{(0)})}\right) \quad (23)$$

$$R_{CF} = \frac{\text{Im}(p^{(2)} \bar{p}^{(0)})}{2\pi |p^{(0)}|^2} - \frac{\text{Re}(p^{(1)} \bar{p}^{(0)}) \text{Im}(p^{(1)} \bar{p}^{(0)})}{\pi |p^{(0)}|^4} \quad (24)$$

式中:  $\hat{f}_1$  为基频校正后的结果。算法的实施步骤如表 1 所示。本文将所提算法命名为 MP-STWLS。

### 3 仿真分析

#### 3.1 仿真参数设置

通过 MATLAB 进行 MP-STWLS 的仿真分析。在测试信号中, 标称频率  $f_n = 50$  Hz, 采样频率  $f_s = 5000$  Hz。报告率为 50 帧/s, 测试信号的相位在  $[0, 2\pi)$  内随机取值。动态相量模型按照二阶泰勒多项式逼近<sup>[15]</sup>。在每个参考时间内, 所估计的相量均位于观测窗口的中心, 故窗口内样本个数应为奇

表 1 算法的实施步骤

Table 1 Implementation steps of the algorithm

1. 基于MP的动态频率跟踪	
1-1	输入样本 $y(nT)$ , $N$ 为奇数
1-2	根据式(8)构造汉克尔矩阵 $Y$
1-3	根据式(9)对矩阵 $Y$ 进行SVD
1-4	根据式(10)去除噪声引入的伪奇异值
1-5	根据式(11)和式(12)构造矩阵 $V'$ 、矩阵束 $Y_2 - \lambda Y_1$
1-6	根据式(13)将频率表征为矩阵特征值的求解
1-7	根据式(14)得到基频估计值
2. 基于STWLS的动态同步相量估计	
2-1	确定迭代次数 $Q$ , 将基频跟踪结果作为初值
2-2	根据式(17)计算初值所对应的基频正分量 $p$
2-3	根据式(22)和式(23)计算基频、幅值、相位
2-4	根据式(21)计算负频分量矩阵 $X^-$
2-5	根据式(19)更新矩阵 $E_f$
2-6	根据式(20)得到更新后的结果
2-7	重复步骤2-3至2-6 $Q$ 次

数。将样本长度设置为 3 个标称周期(60 ms), 窗函数选择凯撒窗, 窗参数  $\beta = 5$ <sup>[36]</sup>。按照文献[5]所定义的总矢量误差(total vector error, TVE)、频率误差(frequency error, FE)、频率变化率误差(ROCOF error, RFE)评估 MP-STWLS 的性能。

此外, 将文献[33]提出的 ilpDFT、文献[34]提出的 P-/M-DTFGT 和文献[35]提出的 P-/M-MW-FIR 作为对比算法。在静态测试和动态测试中, 分别取不同的阈值  $\xi$  筛选伪奇异值: 静态测试中  $\xi = 0.005$ ; 动态测试中  $\xi = 0.125$ ; MP 参数  $L$  取  $N/3$ 。仿真参数设置如表 2 所示。其中, MP 参数影响算法频率跟踪精度和抗噪能力; 奇异值阈值影响算法对噪声的抑制效果和基频误判率; 窗参数影响算法对频谱泄漏、间谐波的抑制能力。

表 2 仿真参数设置

Table 2 Simulation parameters setting

仿真参数	设置值
$f_n$ /Hz	50
$f_s$ /Hz	5000
报告率/(帧/s)	50
相位	$[0, 2\pi)$
凯撒窗参数	5
奇异值阈值(静态)	0.005
奇异值阈值(动态)	0.125
MP参数	$N/3$

#### 3.2 迭代次数确定

迭代过程用于消除负频分量的影响。增加迭代

次数 $Q$ ，可提高估计精度，也会增加计算负担，需要找到精度和计算负担之间的平衡。迭代次数可通过离线方式确定。MP-STWLS应用于非相干采样的单成分信号时，可以定量评估 $Q$ 的影响。拟合误差 $E$ 的表达式为

$$E = \max \left\{ \frac{|x_{\text{ref}}(n) - x_t(n)|^2}{|x_{\text{ref}}(n)|} \right\}, n \in [-N, N] \quad (25)$$

式中： $x_{\text{ref}}(n)$ 为参考信号； $x_t(n)$ 为MP-STWLS的计算结果，依据计算结果与参考值之间的拟合误差 $E$ ，选择合适的迭代次数，如图1所示。

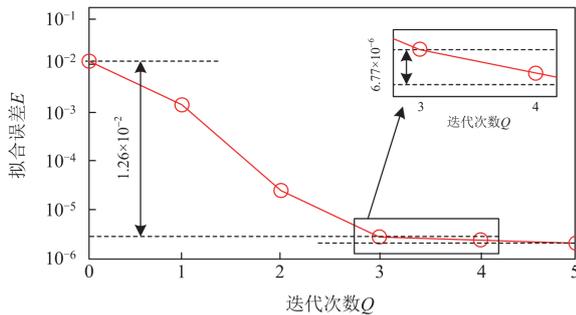


图1 MP-STWLS 迭代次数选择

Fig. 1 Selection of iteration times for MP-STWLS

图1给出了以5000 Hz采样频率和60 ms窗口长度分析47.5 Hz的单成分信号时MP-STWLS的计算准确性(52.5 Hz得到的结果与47.5 Hz的结果类似)。为模拟实际条件，在测试中加入噪声成分，使信噪比为60 dB，迭代次数 $Q$ 取0~5。

由图1可以看出：算法拟合误差随着 $Q$ 的增加显著降低， $Q=3$ 相比 $Q=0$ ，误差降低了 $1.26 \times 10^{-2}$ ； $Q=3, 4, 5$ 时，算法的误差随着 $Q$ 增加无明显变化， $Q=5$ 相比 $Q=3$ ，误差降低了 $6.77 \times 10^{-6}$ 。综上所述，为保证迭代的高效率，在下文的测试中，取 $Q=3$ ，以满足精度要求。

### 3.3 静态测试

#### 3.3.1 信号频率测试

信号频率测试用于评估算法在稳态非标称频率下的性能。在该测试中，基频以0.1 Hz的增量从45 Hz变化到55 Hz。该测试的TVE、FE和RFE的限值分别为：P类，1%、5 mHz、0.4 Hz/s；M类，1%、5 mHz、0.1 Hz/s。信号频率测试的仿真结果如图2所示。

MP-STWLS得到的最大TVE、最大FE、最大RFE分别为： $1.13 \times 10^{-6}\%$ 、 $1.12 \times 10^{-4}$  mHz、 $5.46 \times 10^{-6}$  Hz/s。MP-STWLS的TVE、FE及RFE波动幅度均显著小于iIpDFT。当信号频率在50 Hz附近时，

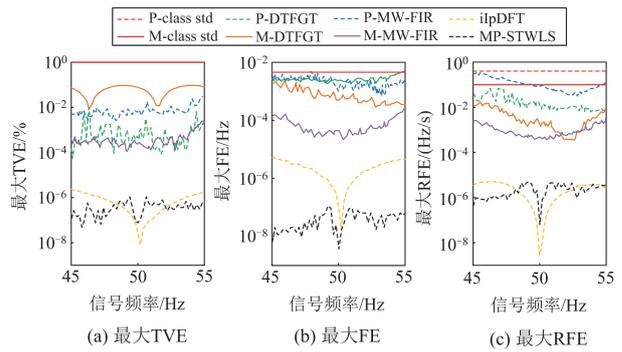


图2 信号频率测试结果

Fig. 2 Signal frequency tests results

MP-STWLS和iIpDFT相较于其他算法具有显著优势。MP-STWLS可以满足P类和M类PMU的性能要求。随着信号频率的变化，相较于其他对比算法，MP-STWLS在非标称频率下仍具有较高的精度。

#### 3.3.2 谐波偏置测试

谐波偏置测试用于评估算法稳态下抗谐波的能力。在该测试中，在基波的基础上增加幅值为基波10%的谐波，谐波阶次从2变化到50。该测试的TVE、FE和RFE的限值分别为：P类，1%、5 mHz、0.4 Hz/s；M类，1%、25 mHz、无RFE要求。谐波偏置测试中各算法的仿真结果如图3所示。

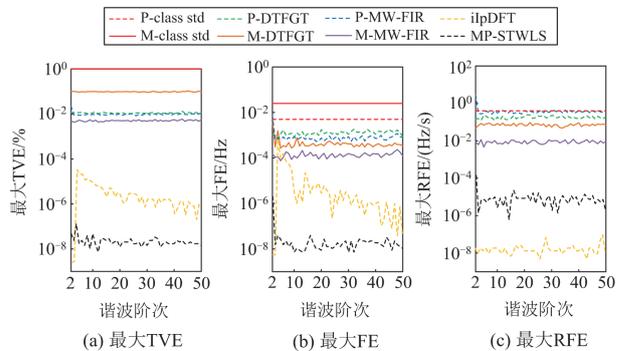


图3 谐波偏置测试结果

Fig. 3 Harmonic distortion tests results

MP-STWLS的最大TVE、最大FE和最大RFE分别为： $1.24 \times 10^{-6}\%$ 、 $8.25 \times 10^{-4}$  mHz和 $1.42 \times 10^{-4}$  Hz/s。DTFGT和MW-FIR的结果整体波动性较小，但总体效果较差。MP-STWLS满足P类和M类PMU的性能要求，且受二次谐波的影响较小。DTFGT受二次谐波影响较大，无法满足P类PMU对RFE的要求。iIpDFT得到的RFE低于MP-STWLS，但二者均满足标准要求。根据仿真结果，MP-STWLS具有良好的抗谐波能力。

### 3.3.3 带外干扰测试

带外干扰测试用于评估算法对间谐波的免疫力。该测试在基波的基础上增加幅值为基波 10% 的间谐波。间谐波频率以 0.1 Hz 的增量从 10 Hz 变化到 25 Hz、从 75 Hz 变化到 100 Hz。该测试只涉及 M 类 PMU, TVE、FE 和 RFE 的限值分别为: M 类, 1.3%、10 mHz、无 RFE 要求。带外干扰测试中各算法的仿真结果如图 4 所示。

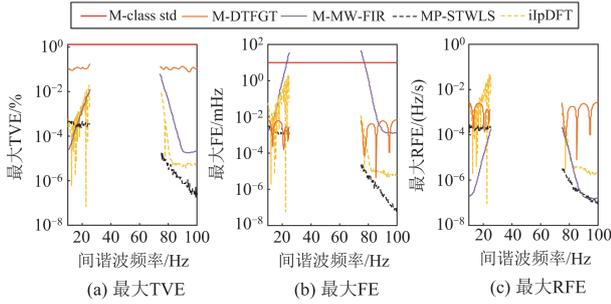


图 4 带外干扰测试结果

Fig. 4 Out-of-band interference tests results

MP-STWLS 得到的最大 TVE、最大 FE、最大 RFE 分别为:  $4.64 \times 10^{-4}\%$ 、 $3.46 \times 10^{-3}$  mHz、 $2.98 \times 10^{-4}$  Hz/s, 可以满足 M 类 PMU 在带外干扰条件下的精度要求。在该测试下, MW-FIR 不能满足带外干扰测试的 FE 标准; iIpDFT 结果的波动性相较于其他算法较大。当间谐波的频率在 75 Hz 到 100 Hz 时, MP-STWLS 精度具有显著优势。综上所述, MP-STWLS 具有良好的抵抗间谐波的能力。

### 3.4 动态测试

#### 3.4.1 带宽调制测试

带宽调制测试用于评估算法在电力系统发生振荡时, 幅值和相位调制的性能, 测试信号为

$$x(t) = (1 + a_c \cos 2\pi f_{\text{mod}} t) \cos(2\pi f_1 t + \varphi_c \cos 2\pi f_{\text{mod}} t) \quad (26)$$

式中:  $a_c$  和  $\varphi_c$  分别为幅值和相位的调制系数;  $f_{\text{mod}}$  为调制频率,  $0 \text{ Hz} \leq f_{\text{mod}} \leq 5 \text{ Hz}$ 。幅值调制测试中,  $a_c = 0.1$ ,  $\varphi_c = 0$ ; 相位调制测试中,  $a_c = 0$ ,  $\varphi_c = 0.1$ 。该测试 TVE、FE 和 RFE 的限制分别为: P 类, 3%、60 mHz、2.3 Hz/s; M 类, 3%、300 mHz、14 Hz/s。调制测试中各算法的仿真结果如图 5 和图 6 所示。

基于图 5 和图 6, 在幅值调制测试中, MP-STWLS 得到的最大 TVE、最大 FE 和最大 RFE 分别为:  $8.38 \times 10^{-3}\%$ 、 $5.11 \times 10^{-1}$  mHz 和  $3.67 \times 10^{-2}$  Hz/s; 在相位调制测试中, MP-STWLS 得到的最大 TVE、最大 FE 和最大 RFE 分别为:  $7.43 \times 10^{-3}\%$ 、19.1 mHz 和 0.544 Hz/s。DTFGT 和 MW-FIR 并不能完全满足性能要求。iIpDFT 和 MP-STWLS 能够满足两类 PMU 的要求, 但 MP-STWLS 的性能优于 iIpDFT 且远低于

限值。结果表明 MP-STWLS 的性能不易受到电力系统中微小振荡的影响。

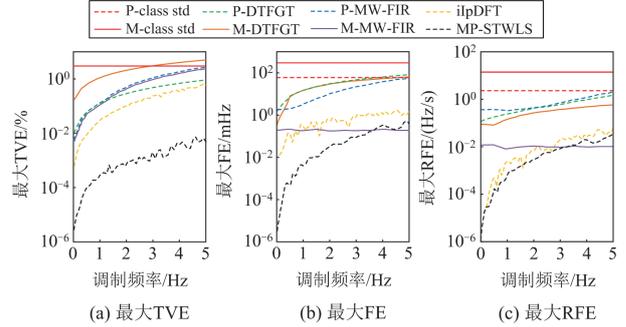


图 5 幅值调制测试结果

Fig. 5 Amplitude modulation tests results

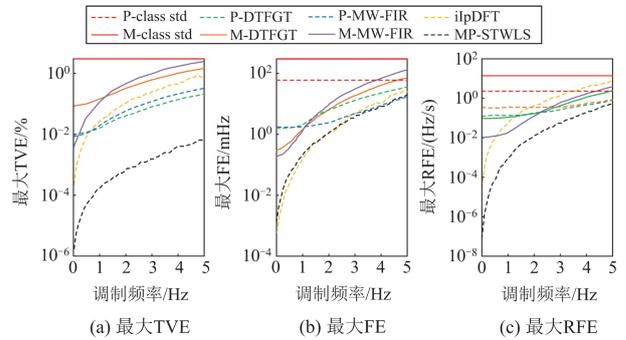


图 6 相位调制测试结果

Fig. 6 Phase modulation tests results

#### 3.4.2 频率斜坡测试

频率斜坡测试用于评估算法在基频发生线性变化时的性能。在该测试中, 基频在 45~55 Hz 的范围内以 1 Hz/s 的斜坡速率变化。该测试的 TVE、FE 和 RFE 的限制分别为: P 类, 1%、10 mHz、0.4 Hz/s; M 类, 1%、10 mHz、0.2 Hz/s。频率斜坡测试中各算法的仿真结果如图 7 所示。

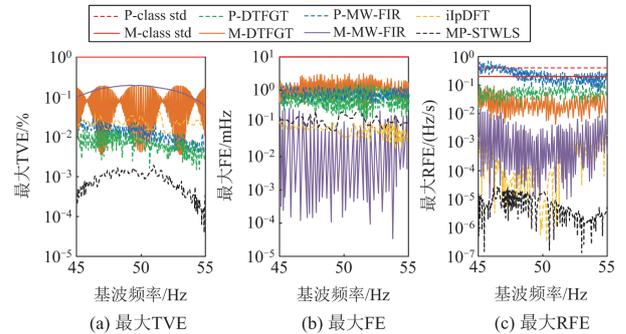


图 7 频率斜坡测试结果

Fig. 7 Frequency ramp tests results

图 7 中, MP-STWLS 的最大 TVE、最大 FE 和最大 RFE 分别为:  $1.87 \times 10^{-3}\%$ 、0.296 mHz 和  $2.81 \times$

$10^{-5}$  Hz/s。MW-FIR 不满足 RFE 的要求; MP-STWLS 可以满足两类 PMU 的要求, 结果的波动性较小, 且远低于限值。仿真结果表明, MP-STWLS 在基频发生线性变化时仍能保持较高精度。

### 3.4.3 阶跃测试

阶跃测试用于评估算法的动态响应能力。该测试中, 测试信号以幅值的 10%或相位  $\pi/18$  为阶跃。该测试中 TVE、FE 和 RFE 响应时间的限值分别为: P 类, 40 ms、90 ms、120 ms; M 类, 140 ms、280 ms、280 ms。延迟时间和过调量的限制分别为: P 类, 5 ms、5%; M 类, 5 ms、10%。幅值和相位阶跃测试中各算法的仿真结果分别如图 8 和图 9 所示。算法的最大延迟时间和最大过调量如表 3 所示。

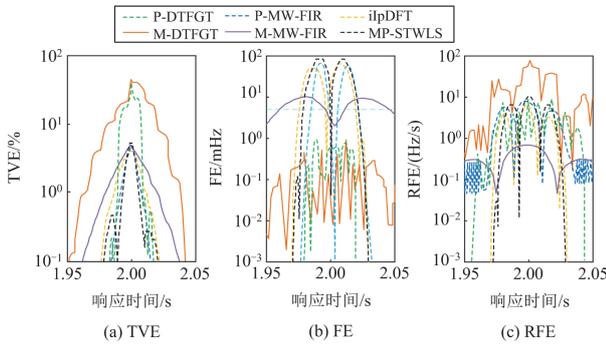


图 8 幅值阶跃测试结果

Fig. 8 Results of amplitude step tests

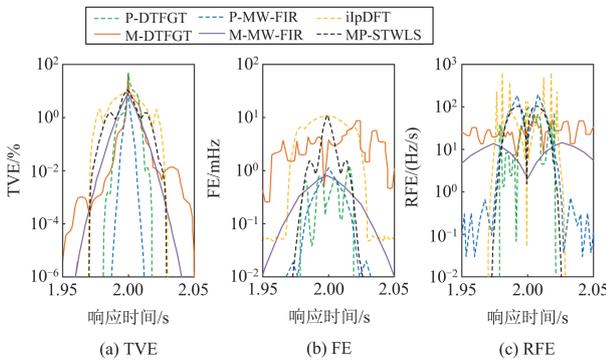


图 9 相位阶跃测试结果

Fig. 9 Results of phase step tests

表 3 算法的最大延迟时间和最大过调量

Table 3 Maximum delay time and overshoot of the algorithms

算法	最大延迟时间/ms	最大过调量/%
MP-STWLS	3.96	5.76
iIpDFT	4.13	2.94
P-DTFGT	2.29	1.98
M-DTFGT	4.87	4.36
P-MWFIR	1.33	2.11
M-MWFIR	4.08	6.96

由图 8 可知, MP-STWLS 得到的 TVE、FE 和 RFE 的响应时间分别为: 15.9 ms、52.3 ms、55.2 ms。在图 9 中可得到相似的结果, 远低于两类 PMU 标准的限制, 表明 MP-STWLS 具有较低的响应时间。表 3 的数据表明, MP-STWLS 的最大延迟时间满足两类 PMU 的要求; 最大过调量只满足 M 类 PMU 的要求, 略超过 P 类 PMU 的限制。综上所述, MP-STWLS 能够满足 M 类 PMU 要求的动态响应能力, 基本满足 P 类 PMU 的要求。

## 4 结论

针对当前相量估计算法易受间谐波干扰的问题, 本文提出一种能够实现动态频率跟踪并有效抑制间谐波干扰的相量估计算法。主要结论如下。

1) 基于 MP 的频率跟踪技术通过引入阈值筛选伪奇异值, 有效抑制了噪声干扰, 确保在较强噪声背景下实现基频的精准跟踪, 为后续相量估计提供了精确的频率参数支撑。

2) 当信号中含有频率与基波相近的间谐波成分时, 所提算法能够有效抑制间谐波干扰, 实现相量参数的准确估计。

3) 所提算法在谐波偏置、动态调制等其他条件下, 检测精度仍维持较高水平, 满足 IEEE/IEC 60255-118-1 标准中 M 类 PMU 的性能要求, 且在多数场景下满足 P 类 PMU 的性能要求。

对于算法最大过调量超出 P 类 PMU 标准要求的现象, 其具体成因尚未明确。后续研究将从理论层面探究该现象的本质原因, 并优化算法以满足 P 类 PMU 的性能要求。

## 参考文献

[1] 王杨, 王超群, 晁苗苗, 等. 基于同步相量数据幅频特征的次超同步振荡模式辨识[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(19): 1-11.  
WANG Yang, WANG Chaoqun, CHAO Miaomiao, et al. Sub-and super-synchronous oscillation mode identification based on amplitude and frequency characteristics of synchronous phasor data[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(19): 1-11.

[2] 聂欣昊, 唐文虎, 李杰, 等. 计及频率偏移和谐波干扰的谐波相量估计方法[J]. 电力系统保护与控制, 2024, 52(24): 44-52.  
NIE Xinhao, TANG Wenhui, LI Jie, et al. Harmonic phasor estimation method considering frequency deviation and harmonic interference[J]. Power System Protection and Control, 2024, 52(24): 44-52.

[3] TAN Weitao, LIU Shengyuan, YANG Li, et al. Curvature

- quantified Douglas-Peucker-based phasor measurement unit data compression method for power system situational awareness[J]. *Protection and Control of Modern Power Systems*, 2024, 9(2): 128-137.
- [4] 林俊杰, 陈冰冰, 郭宜通, 等. 电力系统中的 RTU 测量非同步分析及其校正方法研究[J]. *电力系统保护与控制*, 2025, 53(14): 27-39.  
LIN Junjie, CHEN Bingbing, GUO Yitong, et al. Research on asynchronous analysis and correction method of RTU measurement in power systems[J]. *Power System Protection and Control*, 2025, 53(14): 27-39.
- [5] IEEE/IEC international standard-measuring relays and protection equipment-part 118-1: synchrophasor for power systems-measurements, IEC/IEEE 60255-118-1: 2018[S].
- [6] 汪芙平, 黄松岭, 赵伟, 等. 基于最优线性滤波的 PMU 测量III: M 类算法设计[J]. *中国电机工程学报*, 2018, 38(11): 3144-3153.  
WANG Fuping, HUANG Songling, ZHAO Wei, et al. PMU measurement based on optimal filtering III: M class filter design[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2018, 38(11): 3144-3153.
- [7] 汪芙平, 黄松岭, 赵伟, 等. 基于最优线性滤波的 PMU 测量II: P 类算法设计[J]. *中国电机工程学报*, 2018, 38(10): 2927-2936, 3143.  
WANG Fuping, HUANG Songling, ZHAO Wei, et al. PMU measurement based on optimal filtering II: P class filter design[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2018, 38(10): 2927-2936, 3143.
- [8] BELEGA D, MACII D, PETRI D. Fast synchrophasor estimation by means of frequency-domain and time-domain algorithms[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2014, 63(2): 388-401.
- [9] 张鸿博, 熊军华, 蔡晓峰. 基于高倍过采样与加窗插值 FFT 的电力谐波分析[J]. *电力系统保护与控制*, 2024, 52(5): 105-115.  
ZHANG Hongbo, XIONG Junhua, CAI Xiaofeng, et al. Power harmonic analysis based on high-rate oversampling and windowed interpolation FFT[J]. *Power System Protection and Control*, 2024, 52(5): 105-115.
- [10] 刘瑞阔, 李伟, 武文, 等. 适用于新能源场站的同步测量方法与装置研制[J]. *电力建设*, 2024, 45(4): 156-162.  
LIU Ruikuo, LI Wei, WU Wen, et al. Synchronized measurement method and device development for renewable energy stations[J]. *Electric Power Construction*, 2024, 45(4): 156-162.
- [11] ESTEVEZ P G, MARCHI P, MESSINA F, et al. Forced oscillation identification and filtering from multi-channel time-frequency representation[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2023, 38(2): 1257-1269.
- [12] 高磊, 张慧媛, 许军, 等. 海上柔性直流输电系统的宽频带振荡非同时性研究[J]. *电测与仪表*, 2024, 61(7): 50-56.  
GAO Lei, ZHANG Huiyuan, XU Jun, et al. Asynchronous characteristics research of wideband oscillation in offshore wind farms connected to MMC-HVDC[J]. *Electrical Measurement & Instrumentation*, 2024, 61(7): 50-56.
- [13] FRIGO G, PEGORARO P A, TOSCANI S. Enhanced support recovery for PMU measurements based on Taylor-Fourier compressive sensing approach[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, 71: 1-11.
- [14] 卢达, 林繁涛, 赵莎, 等. 动态相量估计算法特征分析及比较[J]. *电力系统保护与控制*, 2017, 45(3): 33-40.  
LU Da, LIN Fantao, ZHAO Sha, et al. Analysis and comparison of dynamic phasor estimation algorithms[J]. *Power System Protection and Control*, 2017, 45(3): 33-40.
- [15] 张晓莉, 许勇, 刘慧海, 等. 一种提高同步相量测量装置动态性能的新算法及其测试研究[J]. *电力系统保护与控制*, 2015, 43(18): 48-54.  
ZHANG Xiaoli, XU Yong, LIU Huihai, et al. Research of a new algorithm to improve dynamic performance for phasor measurement unit and test verification[J]. *Power System Protection and Control*, 2015, 43(18): 48-54.
- [16] 曹磊, 赵庆生, 王旭平, 等. 基于改进泰勒加权最小二乘法的相量测量算法[J]. *电力系统保护与控制*, 2018, 46(7): 24-30.  
CAO Lei, ZHAO Qingsheng, WANG Xuping, et al. A phasor measurement algorithm based on improved Taylor weighted least squares[J]. *Power System Protection and Control*, 2018, 46(7): 24-30.
- [17] FRIGO G, ATTILIO PEGORARO P, TOSCANI S. PMU algorithms based on adaptive Taylor-Fourier models: a three-phase compressive sensing method for spectral support recovery[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2025, 74: 1-14.
- [18] CHEN L, ZHAO W, WANG Q, et al. Dynamic harmonic synchrophasor estimator based on sinc interpolation functions[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2019, 68(9): 3054-3065.
- [19] SERNA J A D L O. Dynamic harmonic analysis with FIR filters designed with O-splines[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2020, 67(12): 5092-5100.
- [20] SERNA J A D L O. Synchrophasor measurement with polynomial phase-locked-loop Taylor-Fourier filters[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2015, 64(2): 328-337.
- [21] 王铀程, 陈蓉, 杨勇. 基于改进 TLS-ESPRIT 与自卷积

- 窗的谐波与间谐波检测算法[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(17): 159-168.
- WANG Youcheng, CHEN Rong, YANG Yong. Harmonic and inter-harmonic detection algorithm based on improved TLS-ESPRIT and a self-convolution window[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(17): 159-168.
- [22] BANERJEE P, SRIVASTAVA S C. An effective dynamic current phasor estimator for synchro phasor measurements[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(3): 625-637.
- [23] 刘灏, 李进生, 毕天姝, 等. 基于改进 Prony 的动态宽频测量算法[J]. 电网技术, 2023, 47(5): 2119-2128.
- LIU Hao, LI Jinsheng, BI Tianshu, et al. Dynamic wide-frequency measurement algorithm based on improved Prony[J]. Power System Technology, 2023, 47(5): 2119-2128.
- [24] 曹栋禹, 李振兴, 皮志勇, 等. 基于电压跟随的线路合并单元同步性检验技术[J]. 高压电器, 2024, 60(10): 12-20.
- CAO Dongyu, LI Zhenxing, PI Zhiyong, et al. Synchronization test technology for line merging units based on voltage following[J]. High Voltage Apparatus, 2024, 60(10): 12-20.
- [25] 刘志坚, 唐程, 李瑞欣, 等. 基于 PMSST 的风电系统次同步振荡检测[J]. 电力科学与技术学报, 2025, 40(5): 130-142.
- LIU Zhijian, TANG Cheng, LI Ruixin, et al. Sub-synchronous oscillation detection in wind power systems based on PMSST[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2025, 40(5): 130-142.
- [26] BASHIAN A, MACII D, FONTANELLI D, et al. A tuned whitening-based Taylor-Kalman filter for P class phasor measurement units[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022, 71: 1-13.
- [27] 李凯特, 赵伟, 李世松, 等. 超高次谐波测量方法研究进展[J]. 电测与仪表, 2024, 61(3): 1-9.
- LI Kaite, ZHAO Wei, LI Shisong, et al. Advances in supraharmonics measurement methods[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2024, 61(3): 1-9.
- [28] 田鑫萃, 陈开闻, 单节杉, 等. 基于短时矩阵束的接地极线路主动式单端测距方法[J]. 电力系统自动化, 2025, 49(15): 168-177.
- TIAN Xincui, CHEN Kaiwen, SHAN Jieshan, et al. Active single-ended location method for grounding electrode lines based on short-time matrix pencil[J]. Automation of Electric Power Systems, 2025, 49(15): 168-177.
- [29] CHOQUEUSE V, BELOUCHRANI A, AUGER F, et al. Frequency and phasor estimations in three-phase systems: maximum likelihood algorithms and theoretical performance[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(3): 3248-3258.
- [30] WANG S, DEGHANIAN P, LI L. Power grid online surveillance through PMU-embedded convolutional neural networks[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2020, 56(2): 1146-1155.
- [31] CHAUHAN K, REDDY M V, SODHI R. A novel distribution-level phasor estimation algorithm using empirical wavelet transform[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(10): 7984-7995.
- [32] 王燕, 曹浩敏, 刘世龙, 等. 一种电能质量混合扰动检测与识别新方法[J]. 电力系统保护与控制, 2025, 53(14): 152-165.
- WANG Yan, CAO Haomin, LIU Shilong, et al. A novel method for combined power quality disturbances detection and identification[J]. Power System Protection and Control, 2025, 53(14): 152-165.
- [33] DERVIŠKADIĆ A, ROMANO P, PAOLONE M. Iterative-interpolated DFT for synchrophasor estimation: a single algorithm for P- and M-Class compliant PMUs[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2018, 67(3): 547-558.
- [34] DUDA K, ZIELIŃSKI T P. P class and M class compliant PMU based on discrete-time frequency-gain transducer[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2022, 37(2): 1058-1067.
- [35] LIU X, NAIR N K C. Enhanced Morlet wavelet-based two-point FIR for phasor estimation[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2022, 13(6): 4704-4715.
- [36] BELEGA D, FONTANELLI D, PETRI D. Dynamic phasor and frequency measurements by an improved Taylor weighted least squares algorithm[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(8): 2165-2178.

收稿日期: 2025-06-04; 修回日期: 2025-09-14

作者简介:

马晓阳(1991—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为电能质量与优质供电、宽频振荡广域监测以及非线性分岔理论在电力系统中的应用; E-mail: mxy\_scu@163.com

吴永心(2001—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力系统同步相量测量算法; E-mail: 2534834404@qq.com

汪颖(1981—), 女, 通信作者, 博士, 教授, 研究方向为电能质量与智能供配电网。E-mail: 769429505@qq.com

(编辑 周金梅)