

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.230722

# 基于离散信息模型的电力系统汇集点惯量在线监测方法

陈杰<sup>1</sup>, 刘牧阳<sup>1</sup>, 邓小宇<sup>1</sup>, 叶华<sup>2</sup>, 陈俊儒<sup>1</sup>

(1. 新疆大学电气工程学院, 新疆 乌鲁木齐 830046; 2. 山东大学电气工程学院, 山东 济南 250061)

**摘要:** 基于连续物理模型设计的传统惯量监测方法收敛慢, 难以准确追踪具有时变特性的虚拟惯量。考虑现代电力系统测量装置输出离散数据的特点, 提出一种基于离散信息模型的电力系统汇集点惯量在线监测方法。首先, 基于连续时间系统中含惯性常数的数学模型, 构建Z域中的等效电机离散传递函数。其次, 基于Z域中传递函数的数学结构, 采用回归法构造另一等效电机离散传递函数, 并在此基础上提出了汇集点等效惯性常数计算方法。最后, 采用改进的IEEE9节点系统进行仿真, 验证了所提方法的时效性和准确性。研究表明, 基于离散信息模型的惯量在线监测方法能够在全运行状态下准确测量电源汇集点的转动惯量与虚拟惯量。

**关键词:** 低惯量系统; 等效惯性常数; 惯量监测; 离散信息模型

## Online monitoring method of power system convergence point inertia based on discrete information modelling

CHEN Jie<sup>1</sup>, LIU Muyang<sup>1</sup>, DENG Xiaoyu<sup>1</sup>, YE Hua<sup>2</sup>, CHEN Junru<sup>1</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Xinjiang University, Urumqi 830046, China; 2. School of Electrical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

**Abstract:** The traditional inertia monitoring method designed is based on a continuous physical model, converges slowly and it is difficult to accurately track the virtual inertia with time-varying characteristics. Considering the characteristics of discrete data output from modern power system measurement devices, an online monitoring method of inertia at power system convergence points based on a discrete information model is proposed. First, based on a mathematical model containing inertia constants in the continuous time system, an equivalent motor discrete transfer function in the Z domain is constructed. Second, based on the mathematical structure of the transfer function in the Z domain, a regression method is used to construct another equivalent motor discrete transfer function. Based on this, a method of calculating the equivalent inertia constants of the convergence point is proposed. Finally, the proposed method is validated using a simulation with the improved IEEE9-node system and it verifies the timeliness and accuracy of the proposed method. The results show that this online monitoring method of inertia based on the discrete information model can accurately measure the rotational and virtual inertia of the power convergence point under the full operational condition.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 52267009).

**Key words:** low-inertia system; equivalent inertia constant; inertia monitoring; discrete information model

## 0 引言

为实现“双碳”目标, 以新能源为主体的新型电力系统将是我国电力行业的必由之路<sup>[1-4]</sup>。风、光等新能源不具备传统电力系统所固有的转动惯量, 同时, 由于同步发电机的大规模退网, 导致电网的

惯性支撑能力减弱<sup>[5]</sup>。目前, 虚拟同步机与虚拟惯量控制技术已成为解决高比例新能源系统惯量不足的重要手段, 但它们提供的虚拟惯量并不固定, 通常会根据新能源状态进行调整, 这使得在实际电网调度中很难对其进行考虑, 从而导致这部分惯量的价值难以显现<sup>[6]</sup>。监测电力系统中各场站汇集点惯量对于准确把握电网惯量安全、优化调度策略、促进新能源消纳具有重要意义<sup>[7]</sup>。

国内外学者在电力系统区域惯量监测和汇集

**基金项目:** 国家自然科学基金项目资助(52267009); 中国博士后科学基金项目资助(2021M702749)

点惯量监测两个方向均展开了研究。在区域惯量评估方面, 文献[8]利用递归算法降低惯量计算时间, 并使用最大似然估计法修正惯量提取值, 实现在保持精度的同时加快区域系统等效惯性常数的计算速度。文献[9]利用同步相量测量单元(phasor measurement unit, PMU)测量故障后各区域间联络线上两个时刻传输功率和系统频率的差值, 实现对电力系统不同区域惯量水平的准确评估。对区域惯量的评估不能帮助掌握系统各关键节点的惯量水平, 因此, 近年来, 汇集点惯量监测方法也得到了关注<sup>[10]</sup>。对汇集点惯量监测的研究, 按照扰动情况划分, 现有方法可分为基于系统大扰动事件<sup>[11]</sup>、基于主动注入的小扰动事件<sup>[12]</sup>和基于正常运行状态的评估方法<sup>[13-14]</sup>三类, 基于扰动事件的评估方法主要是利用转子运动方程, 在扰动事件后对相关数据进行测量<sup>[15-16]</sup>。文献[17]通过分析扰动发生后系统的动态响应, 从而实时识别整个系统的等效惯量。但是, 系统大扰动发生频次较低, 不能满足惯量实时监测的需求, 而人为施加可控小扰动仍然会给电力系统频率安全带来危害, 严重时系统会有失稳的风险。在电力系统正常运行阶段, 其内部机组时变的出力、各种开关的连续开合等会引起功率波动<sup>[18]</sup>, 基于此可对惯量进行评估。文献[19]通过建立正常运行状态下的惯量响应模型, 利用最小二乘法对系统等效惯量进行实时估计, 但文中并没有对含虚拟惯量的电力系统进行验证。文献[20]基于转子动能虚拟惯量控制策略理论, 提出了双馈风机等效惯性常数的数学解析式, 通过稳态运行时的数据实现了双馈风机等效惯性常数的在线监测, 但该方法需要选定测量窗口以采集一定的数据量, 其准确性高度依赖测量窗口的选择, 鲁棒性较差。

PMU 测量是目前惯量在线监测技术的基础, 其能够可靠地采集各节点的电气量, 并发送出采集到的离散数据。文献[21]基于 PMU 对负荷功率偏差及系统频率偏差的测量, 建立含有系统惯性特性的离散自回归模型, 通过降阶转换为连续模型以分析系统的等效惯量。现有惯量在线监测技术大都基于电力系统中连续的物理模型开发, 这就需要对 PMU 采集的离散数据进行重构, 不仅降低了算法的计算速度, 而且在数据重构时引入了误差。

针对上述问题, 提出了一种可直接使用离散数据的惯量监测算法。首先, 在连续系统中建立含惯性常数的数学模型, 通过该数学模型构建电机离散域传递函数。然后, 基于通用传递函数数学模型,

使用数值回归方法得到了关于电机参数的另一离散域传递函数。之后, 在分析前两个传递函数的基础上, 提出了汇集点惯性常数计算方法。最后, 在改进的 IEEE9 节点测试系统中验证了所提方法的有效性。

## 1 等效惯性常数监测方法

等效惯性常数是机组惯量水平的表征参数。汇集点惯量监测的目的是计算接入汇集点的等效电机模型的惯性常数。本节将在连续时间系统中建立等效电机模型, 基于等效电机模型提出含惯性常数的电机离散传递函数。

### 1.1 等效电机物理模型

在电力系统分析中, 汇集点接入的机组可等效为一个电机, 该电机的动态行为在标幺形式下可以描述为<sup>[22]</sup>

$$\dot{\omega} = (1/2H_G)(P_m - P_e - D(\omega - \omega_0)) \quad (1)$$

式中:  $\omega$  为电机的转子的角速度; 上标 “ $\cdot$ ” 为一阶导数;  $\omega_0$  为参考角速度;  $D$  为电机的阻尼系数;  $H_G$  为电机的等效惯性常数, 且虚拟惯量对电网的惯性支撑能力也可由等效惯性常数进行量化<sup>[23]</sup>;  $P_m$  和  $P_e$  分别为电机机械功率和电磁功率。由于  $P_m$  无法直接测量, 因此将其分解为三个部分, 表示为

$$P_m = \dot{P}_{m0} + \dot{P}_{PFC} + \dot{P}_{SFC} \quad (2)$$

式中:  $P_{m0}$  为当前优化调度给予的功率参考点;  $P_{PFC}$  和  $P_{SFC}$  分别代表一次和二次调频产生的有功功率。

电网在正常运行阶段和发生扰动后的典型频率响应过程如图 1 所示。电力系统在正常运行时会遭受新能源随机出力、负荷暂态波动的影响, 此时频率会呈现小范围波动。当电力系统遭受扰动事件后, 电力系统的频率响应主要由惯性响应决定, 在这一时间内, 一次调频和二次调频对频率响应的贡献可以忽略<sup>[22]</sup>。

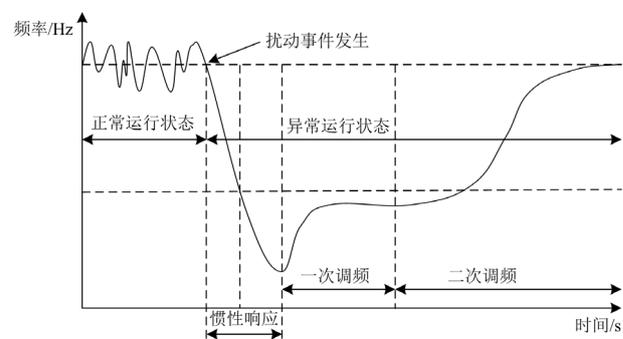


图 1 频率调节动态过程

Fig. 1 Dynamic process of frequency regulation

对式(1)关于时间求微分得到连续系统的电机数学模型, 表示为

$$\ddot{\omega} = (1/2H_G)(\dot{P}_{m0} + \dot{P}_{PFC} + \dot{P}_{SFC} - \dot{P}_e - D\dot{\omega}) \quad (3)$$

式中, 上标“ $\cdot$ ”为二阶导数。

由图1可知, 在惯量响应范围内  $\dot{P}_{m0} \approx 0$ ,  $\dot{P}_{SFC} \approx 0$ ,  $|\dot{P}_{PFC}| \ll |\dot{P}_e|$ 。因此, 式(3)可以改写为

$$\ddot{\omega} = (1/2H_G)(-\dot{P}_e - D\dot{\omega}) \quad (4)$$

### 1.2 现有惯量在线监测方法

在频率事件发生后的惯量响应阶段, 相对惯量作用而言阻尼作用可以忽略, 由式(4)可以推导出连续物理模型中惯性常数的评估模型<sup>[23]</sup>。

$$2H \approx -\frac{\dot{P}^*}{\ddot{\omega}^*} \quad (5)$$

式中:  $H$  为电机的等效惯性常数; 上标“ $*$ ”为估计值;  $\dot{P}^* \approx \dot{P} + \eta_1$ 、 $\ddot{\omega}^* \approx \ddot{\omega} + \eta_2$ , 其中  $\eta_1$ 、 $\eta_2$  为测量带来的误差。为避免发生频率事件时分母  $\ddot{\omega}$  为零, 导致式(5)出现奇点, 文献[23]提出了一种基于连续数学模型的等效惯性监测算法。

$$T_H \dot{M}^* = \gamma(\dot{\omega})[\dot{P} - M^* \ddot{\omega} - D^* \dot{\omega}] \quad (6)$$

且

$$\gamma(x) = \begin{cases} -1, & x \geq \tau_x \\ 0, & -\tau_x < x < \tau_x \\ 1, & x \leq -\tau_x \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $\tau_x$  为一个接近于零的正阈值;  $T_H$  为式(6)的时间常数;  $M$  为机械启动时间, 且  $M = 2H$ ;  $P$  为电机发出的有功功率;  $D$  未知且可通过下面的微分方程计算得到。

$$T_D \dot{D}^* = \gamma(\Delta\omega)[\Delta P - M^* \dot{\omega} - D^* \Delta\omega] \quad (8)$$

式中:  $T_D$  为式(8)的时间常数;  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ 。

### 1.3 离散信息系统中的惯量监测

在实际电网中, 数据采集器是按照一定的采样时间进行离散采样的, 因此 1.2 节提出的连续数学模型不能在实际电网中直接使用, 为此, 本文提出利用  $Z$  变换的方法, 将连续模型改造为离散信息模型。

由求导原理可知, 对于一微小时间段  $T_s$ , 式(4)可以表示为

$$\frac{\Delta\dot{\omega}(t) - \Delta\dot{\omega}(t - T_s)}{T_s} = M(-\Delta\dot{P}_e(t - T_s) - D\Delta\dot{\omega}(t - T_s)) \quad (9)$$

为消除式(4)中常数“2”的影响, 本文使用  $M = 1/(2H)$  代替  $H$ 。  $T_s$  为一个确定的控制参数, 其取值将直接影响惯量监测的结果, 具体将在第 3 节进行分析。

为将式(9)化为离散域模型, 使用离散时间  $i$  代

替连续时间  $t$ , 其采样间隔时间为  $T_s$ , 则式(9)可表示为

$$\frac{\Delta\dot{\omega}(i) - \Delta\dot{\omega}(i-1)}{T_s} = M(-\Delta\dot{P}_e(i-1) - D\Delta\dot{\omega}(i-1)) \quad (10)$$

式中,  $\Delta\dot{\omega}(i)$  和  $\Delta\dot{P}_e(i)$  为因果序列。为简化求解过程, 同时考虑传递函数的通用形式, 本文将式(10)中离散系统的数学模型进行  $Z$  变换, 化为简单的代数方程。

由  $Z$  变换定义可知, 因果序列  $x(n)$  的  $Z$  变换为

$$X(Z) = Z[x(n)] = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)Z^{-n} \quad (11)$$

由式(11)可知, 单位阶跃序列  $u(n)$  的  $Z$  变换为

$$Z[u(n)] = \sum_{n=0}^{+\infty} Z^{-n} \quad (12)$$

由式(11)和式(12)可知, 因果序列  $x(n-m)$  的  $Z$  变换为

$$\begin{aligned} Z[x(n-m)u(n)] &= \sum_{n=0}^{+\infty} x(n-m)Z^{-n} = \\ &Z^{-m} \sum_{n=0}^{+\infty} x(n-m)Z^{-(n-m)} \stackrel{n-m=k}{=} \\ &Z^{-m} \sum_{k=-m}^{+\infty} x(k)Z^{-k} = \\ &Z^{-m} \left[ \sum_{k=0}^{+\infty} x(k)Z^{-k} + \sum_{k=-m}^0 x(k)Z^{-k} \right] = \\ &Z^{-m} \sum_{k=0}^{+\infty} x(k)Z^{-k} = Z^{-m} X(Z) \end{aligned} \quad (13)$$

由于实际电力系统必为因果系统, 因此由式(13)可知式(10)的  $Z$  变换为

$$\frac{1}{T_s} [\Delta\dot{\omega}(Z) - Z^{-1}\Delta\dot{\omega}(Z)] = M[-Z^{-1}\Delta\dot{P}_e(Z) - DZ^{-1}\Delta\dot{\omega}(Z)] \quad (14)$$

将式(14)化为传递函数形式, 有

$$\frac{\Delta\dot{\omega}(Z)}{\Delta\dot{P}_e(Z)} = -\frac{T_s M Z^{-1}}{1 + (T_s M D - 1)Z^{-1}} \quad (15)$$

从式(15)可知, 在离散系统中, 发电机  $\dot{\omega} - \dot{P}$  传递函数只是关于  $M$  和  $D$  的一阶模型, 因此只需要找出另一  $\dot{\omega} - \dot{P}$  传递函数, 即可得到  $M$ , 再通过简单的线性变换即可得到惯性常数  $H$ 。

## 2 基于 $Z$ 域的惯量在线监测方法

基于第 1 节的分析, 发现电机  $\dot{\omega} - \dot{P}$  的传递函数可以化为关于  $M$ 、 $D$  的离散数学模型, 若可以找到另一  $\dot{\omega} - \dot{P}$  离散域的传递函数数学模型, 令二者相等即可求出惯性常数, 本节将提出该数学模型。首

先, 基于电机离散域  $\dot{\omega} - \dot{P}$  传递函数数学模型, 构造出适合本文所提方法的传递函数的通用数学形式, 进而得到该数学模型参数矩阵的基本算法。然后, 采用低阶迭代算法取代计算量巨大的矩阵求逆, 加快了惯性常数监测的收敛过程, 以实现汇集点惯量的在线监测。

## 2.1 基于 Z 域的等效惯性常数监测方法

电力系统汇集点处的监测设备可以对该汇集点的频率以及通过该汇集点的功率进行实时监测<sup>[24]</sup>。在离散域中, 分别取该汇集点接入的等效电机模型的频率、有功功率导数作为输出-输入, 结合第 1 节的离散域  $\dot{\omega} - \dot{P}$  传递函数形式, 可得

$$\frac{\Delta \dot{\omega}(Z)}{\Delta \dot{P}_c(Z)} = \frac{b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2} + \dots + b_n Z^{-n}}{1 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2} + \dots + a_n Z^{-n}} \quad (16)$$

式中:  $a_1, a_2, \dots, a_n$  为分母的系数;  $b_1, b_2, \dots, b_n$  为分子的系数;  $n$  为传递函数表达式的维数。

由式(16)可知, 该系统为单一输入单一输出系统, 因此可将其化为<sup>[23]</sup>

$$\boldsymbol{\psi}_{\text{model}(N \times 1)} = \boldsymbol{\Pi}_{(N \times 2n)} \boldsymbol{\Omega}_{(2n \times 1)} \quad (17)$$

式中:  $N$  为采集的数据组数, 即离散时间  $i$  的最大值;  $\boldsymbol{\psi}_{\text{model}(N \times 1)}$  为过去和现在的输出向量;  $\boldsymbol{\Pi}_{(N \times 2n)}$  表示过去的输入矩阵;  $\boldsymbol{\Omega}_{(2n \times 1)}$  为传递函数的系数矩阵。

参照式(13)将式(16)逆 Z 变换转化为式(17)的形式, 有

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\omega}(i) = & -a_1 \Delta \dot{\omega}(i-1) - a_2 \Delta \dot{\omega}(i-2) - \dots - \\ & a_n \Delta \dot{\omega}(i-n) + b_1 \Delta \dot{P}_c(i-1) + \\ & b_2 \Delta \dot{P}_c(i-2) + \dots + b_n \Delta \dot{P}_c(i-n) \end{aligned} \quad (18)$$

式中,  $i \geq n$ 。

令  $\boldsymbol{\tau}$  表示  $\boldsymbol{\psi}_{\text{meas}}$  和  $\boldsymbol{\psi}_{\text{model}}$  的残差平方和, 其中  $\boldsymbol{\psi}_{\text{meas}}$  是由测量数据组成的向量,  $\boldsymbol{\psi}_{\text{model}}$  由式(17)计算, 则有

$$\boldsymbol{\tau} = \|\boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\psi}_{\text{meas}}\|^2 \quad (19)$$

对式(19)展开有

$$\boldsymbol{\tau} = (\boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Pi}^T - \boldsymbol{\psi}_{\text{meas}}^T)(\boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\psi}_{\text{meas}}) = \boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Pi}^T \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Omega} - 2 \boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Pi}^T \boldsymbol{\psi}_{\text{meas}} + \boldsymbol{\psi}_{\text{meas}}^T \boldsymbol{\psi}_{\text{meas}} \quad (20)$$

由矩阵求导法则<sup>[25]</sup>, 对式(20)中的  $\boldsymbol{\Omega}$  求偏导, 有

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \boldsymbol{\Omega}} = & \frac{\partial (\boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Pi}^T \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Omega})}{\partial \boldsymbol{\Omega}} - 2 \boldsymbol{\Pi}^T \boldsymbol{\psi}_{\text{meas}} = \\ & \frac{\partial (\boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Pi}^T)}{\partial \boldsymbol{\Omega}} \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Omega} + \frac{\partial (\boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Pi}^T)}{\partial \boldsymbol{\Omega}} \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Omega} - 2 \boldsymbol{\Pi}^T \boldsymbol{\psi}_{\text{meas}} = \\ & 2 \boldsymbol{\Pi}^T \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Omega} - 2 \boldsymbol{\Pi}^T \boldsymbol{\psi}_{\text{meas}} \end{aligned} \quad (21)$$

由于最小二乘法过程即是求  $\boldsymbol{\tau}$  最小值的过程,

因此, 令  $\partial \boldsymbol{\tau} / \partial \boldsymbol{\Omega} = \mathbf{0}$ , 则有

$$\boldsymbol{\Omega} = (\boldsymbol{\Pi}^T \boldsymbol{\Pi})^{-1} \boldsymbol{\Pi}^T \boldsymbol{\psi}_{\text{meas}} \quad (22)$$

使用式(16)的一阶形式求出参数矩阵  $\boldsymbol{\Omega}$ , 结合式(15)和式(22)即可求出  $M$ , 从而由  $H = 1 / (2M)$  计算出电机的等效惯性常数。

## 2.2 改进的等效惯性常数监测方法

由式(22)可知, 每新增一组数据, 都需要重新计算  $(\boldsymbol{\Pi}^T \boldsymbol{\Pi})$  的逆, 这在在线监测时会拖慢处理器的处理速度。为解决这一缺陷, 需要采用递推算法以减少计算量, 从而实现数据的实时处理。

递推算法的基本思路为

$$\boldsymbol{\Omega}^*(i) = \boldsymbol{\Omega}^*(i-1) + \boldsymbol{\delta} \quad (23)$$

式中:  $\boldsymbol{\Omega}^*$  为  $\boldsymbol{\Omega}$  的估计值;  $\boldsymbol{\delta}$  为修正值。新的估计值  $\boldsymbol{\Omega}^*(i)$  是在旧估计值  $\boldsymbol{\Omega}^*(i-1)$  的基础上加上一个修正值  $\boldsymbol{\delta}$  算出的。这极大地减少了计算新值的计算量, 且不再需要储存全部的测量数据, 如此就能实现惯性常数的在线监测。

由式(22)可知, 最小二乘法计算得到  $i$  时刻  $\boldsymbol{\Omega}$  的值为

$$\boldsymbol{\Omega}^*(i) = [\boldsymbol{\Pi}_i^T \boldsymbol{\Pi}_i]^{-1} \boldsymbol{\Pi}_i^T \boldsymbol{\psi}_i \quad (24)$$

式中:  $\boldsymbol{\Pi}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{i-1} \\ \boldsymbol{A}^T(i) \end{bmatrix}$ ,  $\boldsymbol{\Pi}_{i-1}$  为  $\boldsymbol{\Pi}_i$  前  $i-1$  行矩阵,  $\boldsymbol{A}^T(i)$  为  $\boldsymbol{\Pi}_i$  第  $i$  行向量的转置;  $\boldsymbol{\psi}_{i-1}$  为  $\boldsymbol{\psi}_i$  前  $i-1$  行矩阵,  $\boldsymbol{\psi}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{i-1} \\ \boldsymbol{B}(i) \end{bmatrix}$ ,  $\boldsymbol{B}(i)$  为  $\boldsymbol{\Pi}_i$  第  $i$  行的向量。

令  $\boldsymbol{L}_i = \boldsymbol{\Pi}_i^T \boldsymbol{\Pi}_i$ , 则有

$$\boldsymbol{L}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{i-1}^T & \boldsymbol{A}^T(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{i-1} \\ \boldsymbol{A}^T(i) \end{bmatrix} = \boldsymbol{L}_{i-1} + \boldsymbol{A}(i) \boldsymbol{A}^T(i) \quad (25)$$

由矩阵求逆定理<sup>[26]</sup>可知

$$\begin{aligned} \boldsymbol{L}_i^{-1} = & \boldsymbol{L}_{i-1}^{-1} - \boldsymbol{L}_{i-1}^{-1} \boldsymbol{A}(i) (1 + \boldsymbol{A}^T(i) \boldsymbol{L}_{i-1}^{-1} \boldsymbol{A}(i))^{-1} \boldsymbol{A}^T(i) \boldsymbol{L}_{i-1}^{-1} = \\ & \boldsymbol{L}_{i-1}^{-1} - \frac{\boldsymbol{L}_{i-1}^{-1} \boldsymbol{A}(i) \boldsymbol{A}^T(i) \boldsymbol{L}_{i-1}^{-1}}{1 + \boldsymbol{A}^T(i) \boldsymbol{L}_{i-1}^{-1} \boldsymbol{A}(i)} \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)中, 令

$$\boldsymbol{P}(i) = \boldsymbol{L}_i^{-1} \quad (27)$$

$$\boldsymbol{K}(i) = \frac{\boldsymbol{P}(i-1) \boldsymbol{A}(i)}{1 + \boldsymbol{A}^T(i) \boldsymbol{P}(i-1) \boldsymbol{A}(i)} \quad (28)$$

由式(26)一式(28)得到

$$\boldsymbol{P}(i) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(i) \boldsymbol{A}^T(i)] \boldsymbol{P}(i-1) \quad (29)$$

令  $\boldsymbol{R}_i = \boldsymbol{\Pi}_i^T \boldsymbol{\psi}_i$ , 则有

$$\boldsymbol{R}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Pi}_{i-1}^T & \boldsymbol{A}(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{i-1} \\ \boldsymbol{B}(i) \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}_{i-1} + \boldsymbol{A}(i) \boldsymbol{B}(i) \quad (30)$$

由式(24)一式(30)可得

$$\begin{aligned} \Omega^*(i) &= L_i^{-1} R_i = P(i) R_i = P(i-1) R_{i-1} - \\ & K(i) A^T(i) P(i-1) R_{i-1} + P(i) A(i) B(i) = \\ & \Omega^*(i-1) + K(i) (B(i) - A^T(i) \Omega^*(i-1)) \end{aligned} \quad (31)$$

由式(28)一式(31)可知递推公式为

$$K(i) = \frac{P(i-1) A(i)}{1 + A^T(i) P(i-1) A(i)} \quad (32)$$

$$P(i) = [I - K(i) A^T(i)] P(i-1) \quad (33)$$

$$\Omega^*(i) = \Omega^*(i-1) + K(i) [B(i) - A^T(i) \Omega^*(i-1)] \quad (34)$$

对  $K(i)$ 、 $P(i)$ 、 $\Omega^*(i)$  的依次递推可代替式(24)中的矩阵求逆环节, 从而实现对惯性常数的快速计算。

### 2.3 基于 Z 域的汇集点惯量监测算法

基于 Z 域的汇集点惯量监测算法流程如图 2 所示。在进行传递函数参数辨识之前, 需要用最初采集的 2 组数据对矩阵  $\Pi_0$  进行赋值, 之后再按照 2.1 和 2.2 节方法进行递推计算。

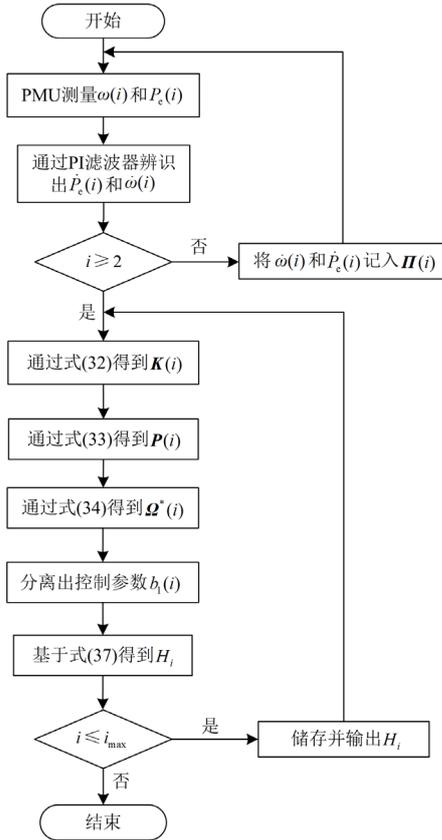


图 2 计算流程图

Fig. 2 Calculation flow chart

#### 步骤 1: 前期准备

(1) 通过汇集点 PMU 与功率监测装置采集的频率和有功功率, 得到  $\omega(0)$ 、 $\omega(1)$ 、 $P_c(0)$  和  $P_c(1)$ , 并将其输入下一环节。

(2) 将  $\omega(0)$ 、 $P_c(0)$ 、 $\omega(1)$  和  $P_c(1)$  分别通过 PI 滤波器, 以获得  $\dot{\omega}(0)$ 、 $\dot{P}_c(0)$ 、 $\dot{\omega}(1)$  和  $\dot{P}_c(1)$ ; 并将其输入到矩阵  $\Pi$  中。

(3) 赋值  $P(0) = 10^4 I$ 、 $\Omega^*(0) = \theta$ 。

#### 步骤 2: 参数实时计算

(1) 通过汇集点 PMU 与功率监测装置采集的频率和有功功率, 可得实时变量  $\omega(i)$  与  $P_c(i)$ , 其中  $i \geq 2$ , 将得到的数据输入下一环节。

(2) 将  $\omega(i)$ 、 $P_c(i)$  分别通过 PI 滤波器<sup>[22]</sup>得到  $\dot{\omega}(i)$ 、 $\dot{P}_c(i)$ ; 将得到的数据输入下一环节。

(3) 根据式(32)一式(34)按顺序依次计算  $K(i)$ 、 $P(i)$ 、 $\Omega^*(i)$ , 并储存计算结果; 由  $\Omega^*(k)$  可得  $b_1(i)$ , 并将其输入下一环节。

#### 步骤 3: 惯性常数实时估计

为了使式(15)和式(16)相匹配, 式(16)采用一阶模型, 有

$$\frac{\Delta \dot{\omega}(Z)}{\Delta \dot{P}_c(Z)} = \frac{b_1 Z^{-1}}{1 + a_1 Z^{-1}} \quad (35)$$

结合式(15)和式(35)可得

$$M_i = -\frac{b_1(i)}{T_s} \quad (36)$$

由式(36)得

$$H_i = -\frac{T_s}{2b_1(i)} \quad (37)$$

(1) 将步骤 2 中的  $b_1(i)$  代入式(37)可得  $H_i$ 。

(2) 若  $i \leq i_{\max}$ , 则将  $H_i$  储存并实时输出, 之后重复步骤 2、3 直至  $i > i_{\max}$ , 其中  $i_{\max}$  为设置的最大数据组数。

## 3 算例分析

为检验基于 Z 域的汇集点惯量监测方法的有效性, 搭建改进后的 IEEE 3 机 9 节点仿真系统, 在正常运行和干扰情况下对同步发电机、风电机组的惯量监测效果进行展示。

### 3.1 算例系统

为模拟高比例新能源电力系统的运行场景, 对 IEEE 3 机 9 节点仿真系统进行了改进, 改进后系统的单线图如图 3 所示, 包含 2 台同步发电机、1 个风电场。为模拟系统正常运行, 基于韦伯分布连续变换的时序随机数列模型对风速进行模拟<sup>[27]</sup>。

基于 Matlab/Simulink R2021a 软件平台进行仿真分析, 其中 3 号同步发电机替换为等值风电机组, 风电机组模型是基于综合惯量控制的双馈风力发电机(doubly fed induction generator, DFIG)相量模

型<sup>[28]</sup>, 且不考虑风电机组调频过程中频率二次跌落的情况, 其原理图详见文献[28]。各机组的具体参数设置如表 1 所示。

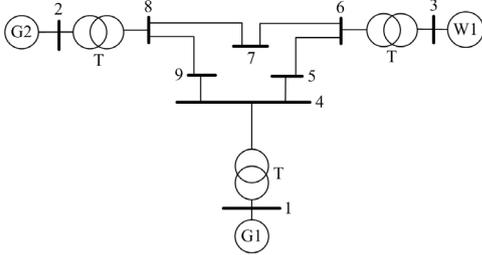


图 3 IEEE9 节点测试系统

Fig. 3 IEEE9-node test system

表 1 机组参数

Table 1 Unit parameters

编号	母线	机组编号	惯性常数/(MWs/MVA)	额定功率/MVA
1	1	G1	6.4	100
2	2	G2	23.64	100
3	3	W1	50	58.33

### 3.2 汇集点惯量监测效果

通过离散信息模型获取控制参数后, 根据第 2 节所提出的惯量监测方法, 即可得到任何情形下的  $H_G$  和风电机组的等效惯性常数  $H_w$ 。控制参数  $T_s$  的取值对惯量在线监测结果有直接的影响, 针对 G1 采用多次仿真实验求得  $T_s$  的取值, 在风电场惯量监测实验中论证该参数取值的普适性。考虑到风电机组的监测方法涉及频率变化率, 即监测虚拟惯量所需的条件与同步发电机的有所不同, 因此本节将对同步发电机和风电机组分别进行讨论分析。

#### 3.2.1 同步机组汇集点等效惯性常数在线监测

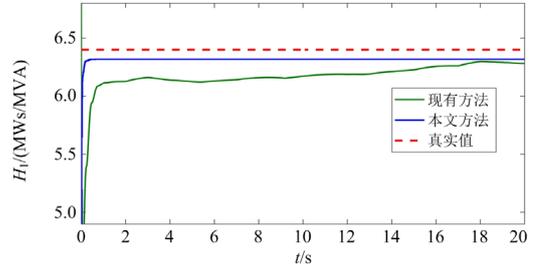
在正常运行状态下, 分别利用本文的方法和文献[23]提出的方法对图 3 系统同步发电机的惯性常数进行监测, 结果如图 4 所示。本文方法对 G1、G2 的监测均在 1 s 内收敛, 为准确反映监测准确度, 采用相对误差  $E_r$  对惯量在线监测收敛值进行检测, 计算方法如式(38)所示。等效惯性常数监测收敛值的  $E_r$  如表 2 所示。

$$E_r = \left| \frac{H^* - H}{H} \right| \times 100\% \quad (38)$$

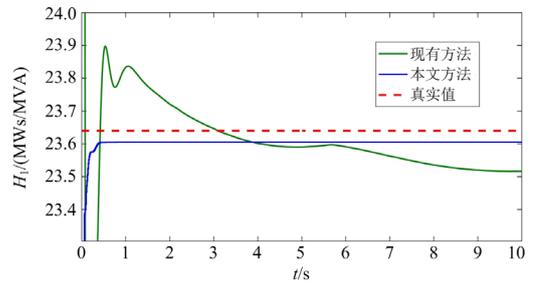
在电力系统正常运行阶段, 由于新能源机组出力具有随机性、负荷存在小范围持续波动, 系统频率及有功功率存在一定波动, 由于惯量对该波动存在平抑作用, 故在电力系统正常运行阶段可采用本文所提方法对具有主动惯量支撑能力的电源汇集点惯量进行监测。

从图 4 和表 2 的运行结果可以看出, 本文方法

能够在 1 s 内收敛, 且相对误差始终控制在可接受的范围内。相较于现有方法, 本文方法在惯量在线监测方面有着更高的监测精度, 且弥补了现有方法参数敏感度高、收敛时间长的不足。



(a) G1 监测结果



(b) G2 监测结果

图 4 同步机组惯量监测结果

Fig. 4 Synchronous unit inertia monitoring results

表 2 等效惯性常数监测误差结果

Table 2 Equivalent inertia constant monitoring error results

机组编号	真实值/(MWs/MVA)	监测收敛值/(MWs/MVA)	$E_r$ /%
G1	6.4	6.34	0.94
G2	23.64	23.61	0.13

#### 3.2.2 控制参数 $T_s$ 取值的影响

本节以 G1 为对象, 使用多次仿真实验求得 G1 的  $T_s$  最佳取值, 仿真过程如图 5 及表 3 所示。其中图 5 为本文方法在不同  $T_s$  下的惯量监测结果; 表 3 为不同  $T_s$  取值下惯量在线监测收敛值的相对误差。

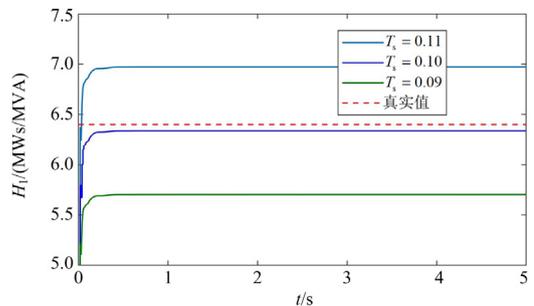
图 5 控制参数  $T_s$  对惯量监测的影响结果Fig. 5 Results of the influence of control parameters  $T_s$  on inertia monitoring

表 3 不同控制参数  $T_s$  导致的误差结果

Table 3 Error results due to different control parameters $T_s$			
$T_s/s$	$E_r/\%$	$T_s/s$	$E_r/\%$
0.095	5.89	0.10	0.94
0.096	4.90	0.11	8.97
0.097	3.91	0.12	18.87
0.098	2.92	0.13	28.78
0.099	1.93	0.14	38.69

由图 5、表 3 结果可知,  $T_s$  的最佳取值为 0.1 s, 同时  $T_s$  的大小与惯量监测结果呈正比关系, 且不影响在线监测模型的收敛速度和收敛形态。而将  $T_s = 0.1$  s 作为 G2 和 W1 的取值时也同样适用, 详见 3.2.3 节。因此,  $T_s$  的取值适用于整个电力系统。

### 3.2.3 风机场站汇集点等效惯性常数在线监测

考虑 20 s 时在 9 号母线处增加 30 MW 的负荷, 40 s 时在 4 号母线处增加 10 MW 的负荷, 分别采用现有方法和本文方法对风电机组的惯量进行实时监测, 结果如图 6 所示。其中, 真实的惯性常数由风机的综合惯性控制获得<sup>[28]</sup>。

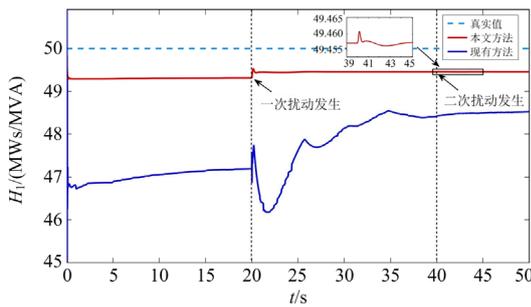


图 6 风电机组等效惯性常数估计结果

Fig. 6 Estimation results of equivalent inertia constants for wind turbines

从图 6 可以看到, 在正常运行时本文方法已经能够准确地追踪风电机组的等效惯性常数, 这就验证了本文方法对虚拟惯量监测的可靠性。由式(5)可知, 为避免分母频率二阶为零, 现有方法设置了一个带有死区的选择器, 加之选择器的死区设置并没有准确的范围, 而是依据经验法设置, 这就导致在一些情景下现有方法收敛时间长, 准确性不足。本文直接利用 PMU 与功率监测装置采集的离散数据, 基于在离散域建立的回归矩阵模型对控制参数进行辨识, 最后仅通过简单的线性分析即可得到等效惯性常数, 从根本上解决了现有方法的不足。

为进一步分析本文方法的惯量在线监测过程, 将图 6 分为以下三个阶段。

1) 正常运行阶段: 由于随机风速的影响, 电力

系统在此阶段仍有频率的变化, 如图 7 所示。故本文方法在此阶段可以对风电机组的等效惯性常数进行监测, 但是由于风电机组此阶段出力波动极小, 故惯量监测存在一定误差, 惯性常数监测收敛值相对误差为 1.16%, 收敛时间在 1 s 以内, 相较于现有方法 5.70% 的相对误差、收敛时间超过 20 s, 本文方法仍具有显著提升。此外, 在进行风电场惯量监测时, 仍使用  $T_s = 0.1$  s, 证明本文方法中  $T_s$  的取值具有鲁棒性。

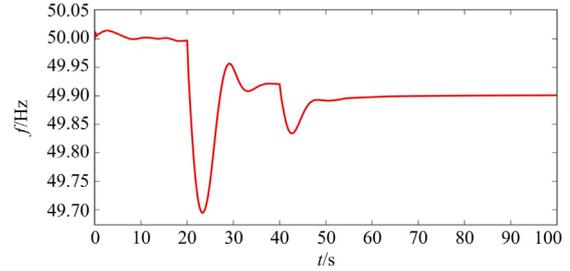


图 7 惯量中心频率变化结果

Fig. 7 Results of the frequency change of the center of inertia

2) 一次扰动阶段: 当系统出现大的频率事件时, 风电机组立即增加有功功率, 并在 2 s 后达到最大, 之后 20~40 s 出力将逐渐恢复到正常水平, 如图 8 所示。在干扰作用下, 风电机组的频率支撑能力达到最大, 此时监测结果的相对误差为 0.96%, 收敛时间在 5 s 以内, 而现有方法在干扰后 20 s 仍未能收敛。

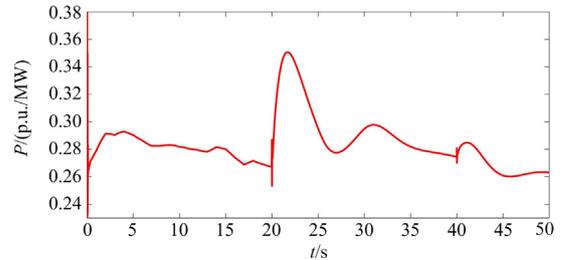


图 8 风电机组的有功出力结果

Fig. 8 Active output results for wind turbines

3) 二次扰动阶段: 为检验本文方法对电力系统情景的鲁棒性, 假设在 40 s 时又发生一个扰动事件。在此阶段, 惯量监测经历了一个微小扰动后在 5 s 内收敛, 如图 6 所示, 该结果证明了本文方法对电力系统全运行状态的适应性。

## 4 结论

本文提出了一种基于离散信息模型的电力系统汇集点惯量在线监测方法, 可用于在线监测正常运行和干扰情况下电力系统汇集点的等效惯性常

数。将 PMU 与功率监测装置采集的频率和有功功率输入到基于回归矩阵算法设计的离散数学模型中, 从而准确地识别出汇集点  $\dot{\omega} - \dot{P}$  的离散数学模型。然后, 结合建立在离散域的电机  $\dot{\omega} - \dot{P}$  数学模型, 即可计算出汇集点的等效惯性常数。通过对算法机理和算例仿真的分析, 得出如下结论:

1) 本文方法基于 PMU 与功率监测装置采集的离散数据构建了离散信息模型, 实现了准确快速地测量电力系统汇集点的等效惯性常数;

2) 本文方法只依赖于推导出的数学模型, 独立于除 PMU 与功率监测装置外的其他设备, 避免了外部因素的影响, 鲁棒性较强;

3) 本文方法采用  $\dot{\omega} - \dot{P}$  离散数学模型, 使用时不依赖于频率事件的发生, 可以运用在系统正常运行和干扰情况下, 具有较强的实用价值。

### 参考文献

- [1] 白建华, 辛颂旭, 刘俊, 等. 中国实现高比例可再生能源发展路径研究[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(14): 3699-3705.  
BAI Jianhua, XIN Songxu, LIU Jun, et al. Roadmap of realizing the high penetration renewable energy in China[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(14): 3699-3705.
- [2] 赵东元, 胡楠, 傅靖, 等. 提升新能源电力系统灵活性的中国实践及发展路径研究[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(24): 1-8.  
ZHAO Dongyuan, HU Nan, FU Jing, et al. Research on the practice and road map of enhancing the flexibility of a new generation power system in China[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(24): 1-8.
- [3] 叶远波, 李端超, 谢民, 等. 面向新型电力系统的智能变电站虚回路自动校验技术研究[J]. 电测与仪表, 2022, 59(7): 91-99.  
YE Yuanbo, LI Duanchao, XIE Min, et al. Research on automatic calibration technology of virtual circuit in smart substation for novel power system[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2022, 59(7): 91-99.
- [4] 皇甫成, 郭金智, 贾非, 等. 一种考虑新能源出力相关性及不确定性的分布式发电规划策略[J]. 电网与清洁能源, 2022, 38(3): 105-110, 118.  
HUANGFU Cheng, GUO Jinzhi, JIA Fei, et al. A distributed generation planning strategy considering the correlation and uncertainty of renewable energy output[J]. Power System and Clean Energy, 2022, 38(3): 105-110, 118.
- [5] ULBIG A, BORSCHKE T S, ANDERSSON G. Impact of low rotational inertia on power system stability and operation[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2014, 47(3): 7290-7297.
- [6] 张武其, 文云峰, 迟方德, 等. 电力系统惯量评估研究框架与展望[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(20): 6842-6856.  
ZHANG Wuqi, WEN Yunfeng, CHI Fangde, et al. Research framework and prospect on power system inertia estimation[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(20): 6842-6856.
- [7] 林晓煌, 文云峰, 杨伟峰. 惯量安全域: 概念、特点及评估方法[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(9): 3065-3079.  
LIN Xiaohuang, WEN Yunfeng, YANG Weifeng. Inertia security region: concept, characteristics, and assessment method[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(9): 3065-3079.
- [8] 黄思维, 张俊勃, 曾繁宏. 适用于电力系统惯性秒级追踪的高效在线算法[J]. 高电压技术, 2021, 47(10): 3519-3527.  
HUANG Siwei, ZHANG Junbo, ZENG Fanhong. Efficient online algorithm for fast inertia tracking of power system[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(10): 3519-3527.
- [9] 刘方蕾, 毕天姝, 闫家铭, 等. 基于 PMU 同步测量的分区惯量估计方法[J]. 华北电力大学学报(自然科学版), 2020, 47(3): 19-26.  
LIU Fanglei, BI Tianshu, YAN Jiaming, et al. Area inertia estimation based on PMU synchronous measurements[J]. Journal of North China Electric Power University (Natural Science Edition), 2020, 47(3): 19-26.
- [10] 王博, 杨德友, 蔡国伟. 高比例新能源接入下电力系统惯量相关问题研究综述[J]. 电网技术, 2020, 44(8): 2998-3007.  
WANG Bo, YANG Deyou, CAI Guowei. Review of research on power system inertia related issues in the context of high penetration of renewable power generation[J]. Power System Technology, 2020, 44(8): 2998-3007.
- [11] 曾繁宏, 张俊勃. 电力系统惯性的时空特性及分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(1): 50-57.  
ZENG Fanhong, ZHANG Junbo. Temporal and spatial characteristics of power system inertia and its analysis method[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(1): 50-57.
- [12] PANDA R K, MOHAPATRA A, SRIVASTAVA S C. Online estimation of system inertia in a power network utilizing synchrophasor measurements[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(4): 3122-3132.
- [13] TUTTELBERG K, KILTER J, WILSON D, et al. Estimation of power system inertia from ambient wide area measurements[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(6): 7249-7257.
- [14] BEST R J, BROGAN P V, MORROW D J. Power system inertia estimation using HVDC power perturbations[J].

- IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(3): 1890-1899.
- [15] 李东东, 董楠, 姚寅, 等. 考虑频率响应分散性及系统分区的含风电系统等效惯量估计[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(3): 36-45.  
LI Dongdong, DONG Nan, YAO Yin, et al. Equivalent inertia estimation of a power system containing wind power considering dispersion of frequency response and system partitioning[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(3): 36-45.
- [16] 徐波, 章林炜, 俞向栋, 等. 基于系统辨识的电力系统惯量在线评估改进方法[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(18): 62-69.  
XU Bo, ZHANG Linwei, YU Xiangdong, et al. An improved method of power system inertia online estimation based on system identification[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(18): 62-69.
- [17] ZHANG J, XU H. Online identification of power system equivalent inertia constant[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(10): 8098-8107.
- [18] 李媛媛, 余秀月, 丁剑, 等. 含高渗透率风电的孤网频率动态特性研究[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(23): 158-163.  
LI Yuanyuan, YU Xiuyue, DING Jian, et al. Study on frequency dynamic characteristics of isolated network with high penetration of wind power[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(23): 158-163.
- [19] 程定一, 马欢, 秦昊, 等. 基于准稳态数据的电力系统等效惯量评估方法[J]. 现代电力, 2023, 40(4): 434-440.  
CHENG Dingyi, MA Huan, QIN Hao, et al. Estimation method for power system equivalent inertia based on quasi-steady-state data[J]. Modern Electric Power, 2023, 40(4): 434-440.
- [20] 王彤, 邢其鹏, 李鸿恩, 等. 计及虚拟惯量控制的 DFI 惯性支撑能力在线等效惯量在线评估与响应特性分析[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(11): 52-60.  
WANG Tong, XING Qipeng, LI Hongen, et al. Online evaluation and response characteristics analysis of equivalent inertia of a doubly-fed induction generator incorporating virtual inertia control[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(11): 52-60.
- [21] TUTTELBERG K, KILTER J, WILSON D, et al. Estimation of power system Inertia from ambient wide area measurements[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(6): 7249-7257.
- [22] LIU M, CHEN J, MILANO F. On-line inertia estimation for synchronous and non-synchronous devices[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(3): 2693-2701.
- [23] 邓小宇, 刘牧阳, 常喜强, 等. 新型电力系统点对网惯性支撑能力在线监测方法[J/OL]. 上海交通大学学报: 1-19[2023-05-14]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1466.U.20230420.1840.002.html>.  
DENG Xiaoyu, LIU Muyang, CHANG Xiqiang, et al. On-line estimation method of the inertial support capacity of point-to-grid in power system[J/OL]. Journal of Shanghai Jiaotong University: 1-19[2023-05-14]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1466.U.20230420.1840.002.html>.
- [24] MILANO F, ORTEGA Á, CONEJO A J. Model-agnostic linear estimation of generator rotor speeds based on phasor measurement units[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(6): 7258-7268.
- [25] JIANG Z, XU Z. Efficient algorithm for finding the inverse and the group inverse of FLSr-circulant matrix[J]. Journal of Applied Mathematics and Computing, 2005, 18(1-2).
- [26] 郑国萍, 赵立强, 俞百印, 等. 多元线性回归模型参数估计的递推算法及误差分析[J]. 大学数学, 2007(3): 78-82.  
ZHENG Guoping, ZHAO Liqiang, YU Baiyin, et al. Recursive algorithms and error analysis for parameter estimation of multiple linear regression models[J]. College Mathematics, 2007(3): 78-82.
- [27] MILANO F. Power system modelling and scripting[M]. London: Springer, 2010.
- [28] 周海强, 鲁锦文, 薛峰, 等. 计及风电综合惯性控制的电力系统扩展频率响应模型[J]. 电力系统自动化, 2023, 47(8): 198-205.  
ZHOU Haiqiang, LU Jinwen, XUE Feng, et al. Extended frequency response model for power systems counting and integrated inertial control of wind power[J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47(8): 198-205.

收稿日期: 2023-06-13; 修回日期: 2023-08-23

作者简介:

陈杰(1997—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力系统建模与稳定性分析; E-mail: 107552204429@stu.xju.edu.cn

刘牧阳(1992—), 女, 通信作者, 博士, 副教授, 研究方向为电力系统多时间尺度建模与仿真技术、电力关键参数识别、新型电力系统控制与运行机理。E-mail: muyang.liu@xju.edu.cn

(编辑 许威)