

基于改进 TLS-ESPRIT 与自卷积窗的谐波与间谐波检测算法

王铀程, 陈蓉, 杨勇

(苏州大学轨道交通学院, 江苏 苏州 215131)

摘要: 随着光伏发电系统大规模接入电网, 不可避免地带来了严重的谐波污染问题。为了有效监测光伏并网系统输出电流的谐波、间谐波, 提出了一种基于改进快速最小二乘法-旋转不变法(total least squares-estimation of signal parameters via rotational invariance technique, TLS-ESPRIT)与2阶 Blackman-Harris 自卷积窗相结合的检测方法。首先对待测信号进行三次采样并利用快速 TLS-ESPRIT 算法检测频率。随后对检测结果基于简化 *K*-means 聚类算法进行分析, 提取出真实的谐波分量。最后结合2阶 Blackman-Harris 自卷积窗对信号进行加窗插值计算, 准确估算出其幅值、相位信息, 实现了谐波、间谐波的高精度检测。仿真算例和现场数据测试结果表明, 所提方法相较于传统方法具有更高的谐波、间谐波检测精度, 且抗干扰能力更强。

关键词: 光伏并网逆变器; 改进 TLS-ESPRIT; *K*-means 聚类; 2阶 Blackman-Harris 自卷积窗; 加窗插值算法

Harmonic and inter-harmonic detection algorithm based on improved TLS-ESPRIT and a self-convolution window

WANG Youcheng, CHEN Rong, YANG Yong

(School of Rail Transportation, Soochow University, Suzhou 215131, China)

Abstract: With the large-scale connection of PV power generation systems to the power grid, serious harmonic pollution is inevitable. In order to effectively monitor the output current's harmonics and inter-harmonics of a PV grid-connected system, this paper proposes a detection method based on the improved fast TLS-ESPRIT algorithm combined with the 2-order Blackman-Harris self-convolution window. First, the signal is sampled three times and the frequency is detected by the fast TLS-ESPRIT algorithm. Then the detection results are analyzed based on the simplified *K*-means clustering algorithm and the real harmonic components are extracted. Finally, the 2-order Blackman-Harris self-convolution window is used to interpolate the signal, and the amplitude and phase information of the signal are accurately estimated. The high-precision detection of harmonics and inter-harmonics is realized. Simulation and field data test results show that the proposed method has higher harmonic and inter-harmonic detection accuracy and stronger anti-interference ability than the traditional methods.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 52007127 and No. 51977136).

Key words: PV grid-connected inverter; improved TLS-ESPRIT; *K*-means clustering; 2-order Blackman-Harris self-convolution window; windowed interpolation algorithm

0 引言

近年来, 随着“双碳”目标的提出, 以光伏为代表的分布式发电系统高比例接入电网, 导致谐波污染问题日益严重, 对电网以及用电设备造成恶劣影响^[1-2]。同时, 由于光能本身易受外界因素影响, 光伏并网系统输出电流谐波呈现波动性、随机性等特点, 对谐波治理提出了更高的要求。

准确快速的谐波监测是谐波治理的前提, 传统

的数据分析已无法适应日益复杂的电网工况^[3-4]。因此, 为了提升谐波治理的有效性, 进而保证光伏并网系统能够安全地接入电网, 提供高质量电能, 探索一种新的、准确的谐波检测算法具有重要意义。

常见的谐波检测方法可以分为参数算法和非参数算法两类^[5]。参数算法包括卡尔曼滤波、Prony 算法、神经网络算法、希尔伯特-黄变换法(Hilbert-Huang transform, HHT)等^[6-9]。然而, 基于参数的算法依赖于确定的高阶模型, 且有较高的计算负荷, 通常应用于离线分析, 难以在嵌入式系统上实现。非参数算法主要基于快速傅里叶变换(fast Fourier

transform, FFT), 其已发展成为工业上应用最为广泛的算法之一。需要注意的是, 基于 FFT 的检测算法也有其固有的缺陷: 如算法的频谱分辨率与时间窗长成成正比, 故无法同时兼顾检测速度和频谱分辨率; 此外, 在实际应用过程中由于电网频率存在波动, 往往不能对待测信号进行整周期截断, 即同步采样容易造成频谱泄漏和栅栏效应, 进而影响检测精度^[10]。为了改善这一问题, 最常见的方法是加窗插值法, 国内外学者提出了很多窗函数用于基于插值的检测算法, 如 Hanning 窗、Blackman 窗、Nuttall 窗等^[11-13]。可是由于经典窗函数的旁瓣特性不佳, 其检测精度不能满足要求且偶次谐波检测结果误差相对较高^[14]。于是有学者将自卷积引入到经典窗中^[15], 通过自卷积的方法进一步改善窗函数的旁瓣特性, 文献[16]提出的 Hanning 自卷积窗, 可是 Hanning 窗本身旁瓣特性较差, 提升效果不够明显; 文献[17]提出的 Blackman 自乘-卷积窗达到了预计的效果, 但计算负荷大且无法检测出间谐波。

同时, 受限于频谱分辨率和处理器资源, 上述方法或无法实现间谐波检测或检测结果不理想。文献[18]提出了变分模态分解法 (variational mode decomposition, VMD), 然而当谐波含量较多时, 该算法迭代周期过长^[19]; 文献[20]提出基于最小二乘法-旋转不变法 (total least squares- estimation of signal parameters via rotational invariance technique, TLS-ESPRIT) 的间谐波检测方法, 该算法是一种基于特征分解的高分辨算法, 能够在较短的时间窗下精确地识别信号中的频率分量^[21-22], 因此具有很好的实时性, 可以更好地跟踪信号的动态特性。文献[23]提出了一种快速 TLS-ESPRIT 算法, 通过降低奇异值分解的维数, 减少了计算量; 文献[24]针对 TLS-ESPRIT 算法需要提前输入谐波数量 k 的弊端, 提出了相应的自适应算法, 通过对奇异值的相邻增长比和对应阶次的累计比例进行分析, 进而确定谐波数量 k , 但该方法计算 k 值的过程复杂且容易受到系统不稳定的影响, 同时, 当部分谐波含量很少 ($< 0.1\%$) 时, 奇异值的生长比变化不明显, 该方法会出现漏判问题。

针对上述问题, 本文对快速 TLS-ESPRIT 算法进行改进, 通过基于简化 K -means 聚类分析^[25]的方法准确提取复杂电信号中真实的谐波、间谐波分量, 借助于 TLS-ESPRIT 算法高精度、高分辨率的频率检测弥补了 FFT 算法频谱分辨率的不足; 同时, 基于性能更好的 Blackman-Harris 窗构造出一种新的旁瓣峰值电平更低的 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗, 并推导得到其幅值和相位修正公式, 进而提高幅值

和相位的检测精度。最后对算法进行多工况下的仿真验证以及现场数据测试, 结果表明所提方法具有更好的谐波、间谐波检测精度以及抗干扰能力。

1 改进快速 TLS-ESPRIT 算法

1.1 快速 TLS-ESPRIT 算法原理

设复杂信号 $x(n)$ 由 m 个谐波、间谐波叠加噪声构成, 其表达式可以定义为

$$x(n) = \sum_{i=1}^{m+1} A_i \sin\left(2\pi \frac{f_i}{f_s} n + \vartheta_i\right) + s(n) \quad (1)$$

式中: $n=0,1,2,\dots,N-1$, N 为采样点数; f_s 和 f_i 、 A_i 、 ϑ_i 分别为采样频率及各分量的频率、幅值和相位; $s(n)$ 为噪声信号。

由采样信号 $x(n)$ 构造 Hankel 矩阵 X , 如式(2)所示。

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_L \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x(0) & x(1) & \cdots & x(L) \\ x(1) & x(2) & \cdots & x(L+1) \\ x(2) & x(3) & \cdots & x(L+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(M-1) & x(M) & \cdots & x(N-1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: L 为快拍数; M 为阵元数。对 Hankel 矩阵进行奇异值分解, 可得

$$X = R \Sigma V^T = [R_S \quad R_N] \begin{bmatrix} \Sigma_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S^H \\ V_N^H \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: R 为 L 维左奇异矩阵; Σ 为 $L \times M$ 维对角矩阵; V 为 M 维右奇异矩阵。对矩阵 X 的奇异值 σ 进行降序排列: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \cdots \geq \sigma_k \geq \sigma_{k+1} \geq \cdots \geq \sigma_n \approx 0$, 奇异值的大小反映了对应频率分量在信号中的含量^[22], 因此根据奇异值的大小可以提取出其中 k 个较大的奇异值, 从而将矩阵 V 划分为信号子空间 V_S 和噪声子空间 V_N , 其中, $V_S^H \in C^{2k \times M}$, $V_N^H \in C^{(M-2k) \times M}$, 因此, 分解后的子矩阵有如下关系: $R_S \in C^{L \times 2k}$, $R_N \in C^{L \times (M-2k)}$, $\Sigma_S \in C^{2k \times 2k}$, $\Sigma_N \in C^{2k \times 2k}$ 。

将信号子空间 V_S 分解为两个交叉的子空间, 如式(4)所示。

$$V_S = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdots \\ \vdots \\ \cdots \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中, V_1 、 V_2 分别由信号子空间 V_S 除去第一行和最后一行获得, 由 V_1 和 V_2 构造 $(M-1) \times 2k$ 阶矩阵 Ψ_{TLS} 。

$$\Psi_{\text{TLS}} = V_1^+ V_2 \quad (5)$$

式中, $(\bullet)^+$ 表示矩阵的伪逆。

对式(5)进行特征值分解, 得到 $\lambda_i (i=1,2,3,\dots,k)$, 则频率估计值 \hat{f}_i 可以表示为

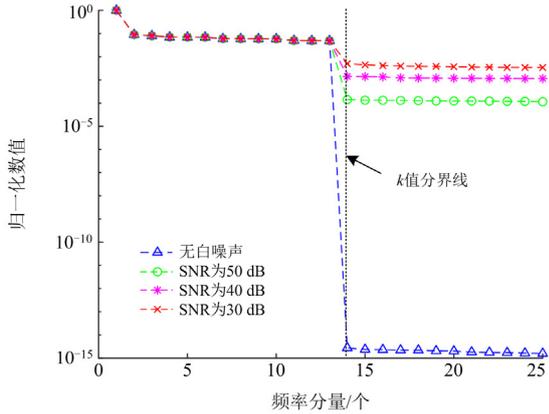
$$\hat{f}_i = \frac{\arg(\lambda_i)}{2\pi} f_s \quad (i=1,2,3,\dots,k) \quad (6)$$

相较于传统的 TLS-ESPRIT 算法, 快速 TLS-ESPRIT 算法降低了奇异值分解的维数, 而计算结果却不受影响^[23], 因此具有更好的适用性。

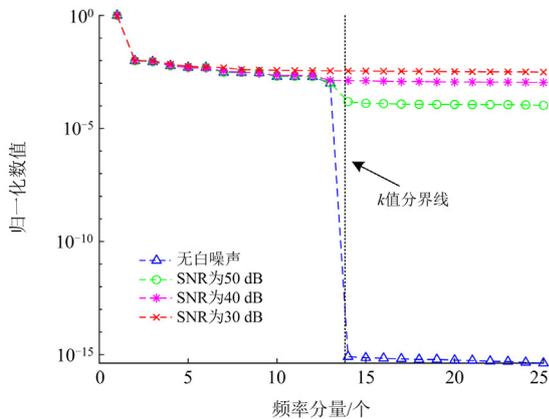
1.2 改进快速 TLS-ESPRIT 算法

由上述分析可知, 进行快速 TLS-ESPRIT 计算时, 首先需要得到谐波分量个数 k , 然而在实际过程中, k 值往往是未知的。倘若 k 值设置的过小, 则会造成频率信息遗漏的问题; 反之 k 值设置的过大, 则会引入虚假的频率分量^[26]。

由式(1)可知, 每一个真实存在的频率 f_i 对应着一个幅值 A_i , 当幅值 A_i 较大时, 白噪声对真实频率信号的幅值无明显干扰。图 1(a)为含 13 种频率且对应幅值较大的信号的奇异值分布结果, 从图中可以看出, 在不同噪声等级下, 信号与噪声的分界存在明显截断, 且真实频率的奇异值大小无明显变化, 因此可以准确地确定信号中的频率个数。



(a) 幅值较大信号在不同噪声等级下的奇异值分布



(b) 幅值较小信号在不同噪声等级下的奇异值分布

图 1 不同幅值信号在不同噪声等级下的奇异值分布

Fig. 1 Singular value distribution of different amplitude signals under different noise levels

然而, 当幅值 A_i 较小时, 白噪声对真实频率信号存在较大干扰, 图 1(b)为含 13 种频率且对应幅值较小的信号的奇异值分布结果, 从图中可以看出, 当噪声较大时, 信号与噪声的分界无明显截断, 因此无法准确得到信号中的频率个数。

为了解决这个问题, 本文首先预设一个相对较大的频率分量个数 k^* , 若需要对结果进行聚类分析, 则至少需要 3 次检测结果, 为了减少计算量, 本文选择采样 3 段不同的待测信号进行频率检测, 再对 3 次计算得出的频率信息基于简化 K -means 聚类算法进行分析, 从而确定其中真实的频率分量。

K -means 算法是一种根据距离划分的聚类算法。首先确定聚类数目 K , 随机选择 K 个数据对象作为初始聚类中心; 随后计算数据点到这 K 个聚类中心的欧式距离平方, 并将数据点分配给距离最近的聚类中心; 最后计算更新后的聚类中心; 重复以上步骤直至聚类中心不再发生变化。

本文为了简化算法, 将第 1 组数据的每一个点看作聚类中心, 确定一个固定的聚类半径 ε , 当第 2 组和第 3 组数据中均存在数据点满足到某一聚类中心的距离小于 ε , 则重新计算聚类中心, 并将新的聚类中心归类为真实的频率分量, 反之则归类为噪声信号并将其删除。

定义复杂信号中真实的频率分量个数为 k , 预设信号中的频率分量个数为 k^* , 则 3 次频率检测结果可以表示为

$$\hat{\mathbf{f}}_{\text{temp}} = [\hat{\mathbf{f}}_1 \hat{\mathbf{f}}_2 \hat{\mathbf{f}}_3] \quad (7)$$

式中, $\hat{\mathbf{f}}_{\text{temp}}$ 为 3 次频率检测结果的合集。将式(7)中的每一个频率看作空间的一个点, 其横纵坐标为对应的频率值, 则第 2 组和第 3 组数据中的每一个点到聚类中点的欧式距离平方可以定义为

$$\text{dist}(\hat{\mathbf{f}}_{1j}, \hat{\mathbf{f}}_j) = \|\hat{\mathbf{f}}_{1j} - \hat{\mathbf{f}}_j\|_2^2 \quad (l=2,3; j=1,2,\dots,k^*) \quad (8)$$

当第 2 组和第 3 组中同时存在频率分量满足 $\text{dist}(\cdot) < \varepsilon$, 本文将 ε 定义为 0.5 Hz, 则重新计算聚类中心, 并将其归类为真实存在的频率分量, 新的聚类中心可以表示为

$$f_{\text{get}} = \frac{(f_{1C_i} + f_{2C_i} + f_{3C_i})}{3} \quad (i=1,2,\dots,k) \quad (9)$$

式中: f_{get} 为算法所测得的真实频率; f_{1C_i} 、 f_{2C_i} 、 f_{3C_i} 表示在第 i 类中的 3 个频率分量。

因此改进 TLS-ESPRIT 算法执行流程如下。

1) 对信号进行 3 次采样并利用 TLS-ESPRIT 算法检测频率, 得到 3 组初始频率集合。

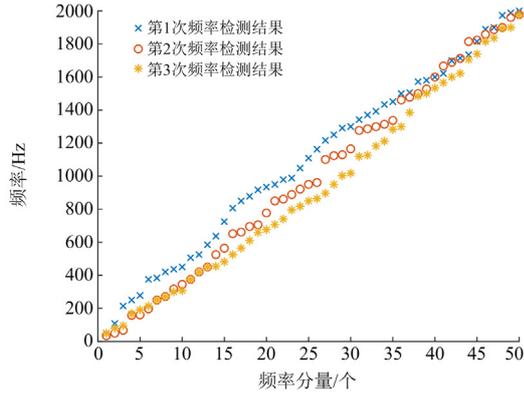
2) 将每一个频率看作空间中的点, 并将第 1 组

的频率点作为聚类中心。

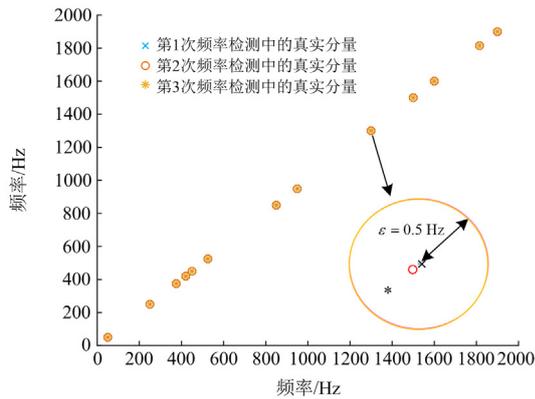
3) 计算第 2 组和第 3 组中的点到第一个聚类中心的距离, 随后判断是否满足真实频率点的条件, 若满足, 则重新计算这 3 个点的聚类中心并作为真实频率, 反之则删除。

4) 重复步骤 2) 和步骤 3), 对其余频率分量进行聚类。

3 次频率检测及聚类结果如图 2 所示。



(a) 噪声干扰下的 3 次频率检测结果



(b) 频率点聚类分析结果

图 2 3 次频率检测及聚类结果

Fig. 2 Three-frequency detection and clustering results

图 2(a)展示了未聚类时, 在信号中添加信噪比为 40 dB 白噪声情况下, 3 次频率检测结果。其中, 预设频率分量个数为 50, 真实频率分量个数为 13。

从图 2(a)中可以看出, 3 次频率检测结果存在较大差异, 对数据点空间化处理并进行聚类, 删除噪声点后得到如图 2(b)所示的聚类结果。

从图 2(b)中可以看出, 本文算法可以很好地提取出真实存在的 13 种频率分量, 从局部放大结果来看, 在以聚类中心为圆心、0.5 Hz 为半径的聚类范围内, 同时存在第 2 次和第 3 次频率检测中与聚类中心的距离小于 ε 的频率点, 满足条件。

用本文方法对某段信号进行频率估计, 其中, 预设频率分量个数为 50, 在信号中添加以 1 dB 为步长、30~70 dB 的高斯白噪声进行 41 次测试, 每次测试时真实频率分量个数为 5~14 中的某一随机值, 测试结果如图 3 所示。

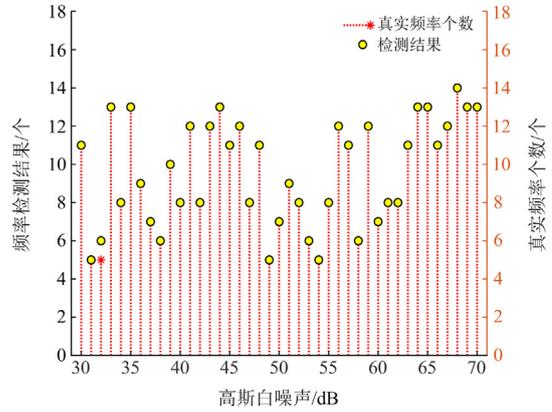


图 3 不同噪声强度干扰下本文算法估计性能

Fig. 3 Estimated performance of this algorithm under different noise intensity

从图 3 中可以看出, 本文所提算法在 41 次检测结果中, 只在信噪比为 32 dB 的高强度噪声干扰下出现 1 次误差, 其余情况下均可准确识别信号中的频率分量。

综上所述, 本文所提算法可以有效地在较强干扰下准确提取检测结果中的真实频率分量。

2 基于 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗的幅值、相位检测算法

2.1 构造 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗

在信号处理的过程中, 通常采用余弦窗对信号进行加窗处理, 其一般表达式为

$$w_K(n) = \sum_{k=0}^K (-1)^k a_k \cos\left(\frac{2\pi}{N} kn\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (10)$$

式中, K 为余弦窗的阶数, 且系数 a_k 满足如下条件:

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^K a_k = 1 \\ \sum_{k=0}^K (-1)^k a_k = 0 \end{cases} \quad (11)$$

衡量窗函数特性的主要依据是主瓣宽度(main lobe width, MLW)和旁瓣峰值电平(peak side-lobe level, PSLL), 主瓣宽度越窄则频谱分辨率越高, 而旁瓣峰值电平越低则越可以抑制频谱泄漏现象。表 1 为常见窗函数的的主瓣和旁瓣特性对比。

表 1 常见窗函数的主瓣和旁瓣特性
Table 1 Common windows' MLW and MSLL

名称	a_0	a_1	a_2	a_3	MLW/(π/N)	PSLL/dB
Hamming	0.54	0.46	0	0	8	-5.89
Hanning	0.5	0.5	0	0	8	3.64
Blackman	0.42	0.5	0.08	0	12	-23.89
Nuttal	0.34	0.48	0.16	0.02	16	-63.58
Blackman-Harris	0.36	0.49	0.14	0.01	16	-92

从表 1 中可以看出, Blackman-Harris 窗具有更低的旁瓣峰值电平, 说明其对频谱泄漏现象的抑制效果最佳, 为了进一步改善旁瓣特性, 可以对窗函数进行自卷积运算。定义 q 阶 Blackman-Harris 自卷积窗的表达式为

$$w_{B-q}(n) = \underbrace{w_B(n) * w_B(n) * \dots * w_B(n)}_q \quad (12)$$

在对原窗函数进行 q 阶自卷积后, 其序列长度变为 $qN-1$, 对末尾补 0 后得到长度为 qN 的序列窗。考虑到每进行一次自卷积运算, 序列长度便会增加 N , 为了方便在嵌入式系统中实现, 阶数 q 不宜选取过大, 因此本文选取 $q=2$ 构造自卷积窗。

通过对自卷积后的数据点进行拟合, 得到本文所构造的 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗为新的五项余弦组合窗。

2.2 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗的频率特性

由傅里叶变换可知, Blackman-Harris 窗的频谱函数为

$$W_B(w) = \sum_{k=0}^4 (-1)^k \frac{a_k}{2} \left[W_R \left(w - \frac{2\pi}{N} k \right) + W_R \left(w + \frac{2\pi}{N} k \right) \right] \quad (13)$$

式中, $W_R(w)$ 为矩形窗的频谱函数, w 为连续角频率。设 $w = 2k\pi/N$, 其中, $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$, 由卷积定理可知, 时域上的卷积即为频域上的乘积, 则 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗的频谱函数为

$$W_{B-2}(2k\pi/N) = W_B^2(w) = \left\{ \sum_{k=0}^4 (-1)^k \frac{a_k}{2} \left[W_R \left(\frac{2k\pi}{N} - \frac{2\pi}{N} k \right) + W_R \left(\frac{2k\pi}{N} + \frac{2\pi}{N} k \right) \right] \right\}^2 \quad (14)$$

图 4 为本文窗函数与原窗函数、Hanning 自卷积窗以及 Blackman 自乘-卷积窗的幅频特性对比。

窗函数的主瓣宽度为距离原点最近的两个零点之间的距离, 即令 $W_{B-2}(2k\pi/N) = 0$ 。本文所提窗函数的主瓣宽度为 $20\pi/N$, 其频谱分辨率有所降低, 而从图 4 中可以看出, 本文所提窗函数旁瓣峰值电平达到了 -184.1 dB, 与原窗函数的 -92 dB、Hanning

自卷积窗的 -62 dB 以及 Blackman 自乘-卷积窗的 -172 dB 相比有了显著降低, 因此可以更好地抑制频谱泄漏。

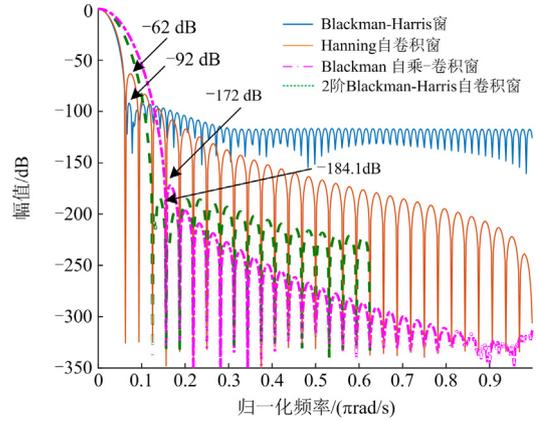


图 4 4 种窗函数的幅频响应曲线对比

Fig. 4 Comparison of amplitude-frequency response curves of four windows

2.3 双谱线插值公式推导

设待测信号如式(1)所示, 利用本文所提出的窗函数对其进行时域截断, 则加权样本 $x(n)w_{B-2}(n)$ 的离散时间傅里叶变换(discrete-time Fourier transform, DTFT)为

$$\begin{cases} X(n) = \sum_{i=1}^m \frac{A_i}{2j} \left[e^{j\theta_i} W_{B-2} \left(\frac{2\pi(n\Delta f - f_n)}{f_s} \right) - e^{-j\theta_i} W_{B-2} \left(\frac{2\pi(n\Delta f + f_n)}{f_s} \right) \right] + S(n) \\ n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \end{cases} \quad (15)$$

式中: $S(n)$ 为加窗噪声 $s(n)w_{B-2}(n)$ 的 DTFT; Δf 为采样间隔, $\Delta f = f_s/N$ 。为了避免离散谱线之间的相互干扰, 在本文中假设谱线之间的距离大于主瓣宽度。

忽视负频点的影响, 则频谱 $|X(n)|$ 可近似表示为

$$\begin{cases} |X(n)| \cong \left| \frac{A_n}{2j} e^{j\theta_n} W_{B-2} \left(\frac{2\pi(n\Delta f - f_n)}{f_s} \right) \right| \\ n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \end{cases} \quad (16)$$

由于非同步采样的影响, 所需要的频率点往往不能正好落在离散频谱上, 其对应谱线 n_0 不为整数, 采用双谱线插值的方法可以用较少的计算量实现较高的计算精度^[27-28], 因此定义其左右两条谱线分别为 n_1 、 n_2 且满足 $n_1 < n_0 < n_2$, $0 \leq n_0 - n_1 \leq 1$ 。则这两条谱线的幅值分别为 $y_1 = |X(n_1)|$, $y_2 = |X(n_2)|$ 。

设 $\gamma = n_0 - n_1 - 0.5$, 则可以定义比例系数 β 为

$$\beta = \frac{y_2 - y_1}{y_2 + y_1} = \frac{|W_{B-2}(0.5 - \gamma)| - |W_{B-2}(-0.5 - \gamma)|}{|W_{B-2}(0.5 - \gamma)| + |W_{B-2}(-0.5 - \gamma)|} \quad (17)$$

记式(17)为 $\beta = g(\gamma)$ ，其反函数记作 $\gamma = g^{-1}(\beta)$ 。当窗函数 $w_{B-2}(n)$ 为实系数时，其幅频响应 $W_{B-2}(n)$ 为偶函数，因此等效函数 $g^{-1}(\beta)$ 为奇函数，可以采用切比雪夫多项式逼近的方法进行推导，求得 γ 后便可以进一步推导幅值修正公式。

幅值修正可以对 n_1 和 n_2 两条谱线进行加权平均，表示为

$$A_0 = \frac{A_1 |W_{B-2}(0.5 - \gamma)| + A_2 |W_{B-2}(-0.5 - \gamma)|}{|W_{B-2}(0.5 - \gamma)| + |W_{B-2}(-0.5 - \gamma)|} = \frac{2(y_1 + y_2)}{|W_{B-2}(0.5 - \gamma)| + |W_{B-2}(-0.5 - \gamma)|} \quad (18)$$

当采样点 N 较大时，式(18)可以简化为

$$A_0 = N^{-1}(y_1 + y_2)h(\gamma) \quad (19)$$

式中， $h(\gamma)$ 为偶函数。同理，可以采用多项式逼近的方法对其进行推导。

由式(16)可知，基于 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗的相位修正公式为

$$\theta_i = \frac{\pi}{2} + \arg[X(n_i)] - \arg[W_{B-2}(-\gamma)] \quad (20)$$

将 γ 从 $[-0.5, 0.5]$ 中取一组数组，利用 Matlab 进行多项式逼近，得到传统 Blackman-Harris 窗与 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗的双谱线插值公式。

1) 传统 Blackman-Harris 窗

$$\gamma = 1.31247595\beta + 0.36399789\beta^3 + 0.19348919\beta^5 + 0.14881697\beta^7 \quad (21)$$

$$A_0 = (y_1 + y_2)(9.411529 + 4.55396\gamma^2 + 1.31287791\gamma^4 + 0.281417\gamma^6) / N \quad (22)$$

$$\theta_i = \frac{\pi}{2} + \arg[X(n_i)] - \arg[\gamma - 0.5^i] \quad i = 1, 2 \quad (23)$$

2) 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗

$$\gamma = 5.2710238\beta + 1.09302936\beta^3 + 0.7463023\beta^5 + 0.3922047\beta^7 \quad (24)$$

$$A_0 = (y_1 + y_2)(2.10203 + 0.36312\gamma^2 + 0.03561\gamma^4 - 0.006698\gamma^6) / N \quad (25)$$

$$\theta_i = \frac{\pi}{2} + \arg[X(n_i)] - \arg[\gamma - 0.5^i] \quad i = 1, 2 \quad (26)$$

3 仿真分析

为了验证本文所提算法的有效性，基于 Matlab 平台进行仿真验证。具体算法流程如图 5 所示。

(1) 首先完成算法初始化：预设固定的采样频率和采

样点数并生成 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗；(2) 随后读取/生成电流信号采样值并保存；(3) 对采样得到的数据进行快速 TLS-ESPRIT 计算以提取谐波频率，重复上述步骤直至完成三次检测；(4) 对频率检测结果进行聚类处理，提取出真实的频率分量并计算得到每一次谐波的频谱点 n_0 ；(5) 最后对采样数据进行加窗插值计算，得到各频率分量的幅值、相位信息，完成检测。

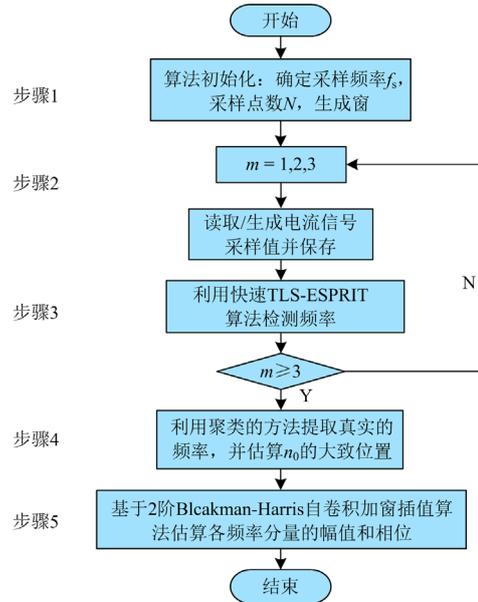


图 5 算法流程图

Fig. 5 Flow chart of algorithm

3.1 含多频率复杂电信号的频率检测

为了验证本文方法对信号真实频率的提取能力，以含有 5 种频率分量的复杂电信号为模型进行仿真测试，并将结果与文献[24]中所提的自适应算法进行对比。其中，采样频率设置为 4.8 kHz，每一段采样时间窗长为 66 ms，则三段的总采样时间窗长约为 200 ms，对末位补 0 后用作后续有加窗插值 FFT 计算。

复杂电信号的具体参数如表 2 所示。为了模拟实际过程中的干扰和采样误差，对信号加入信噪比 (SNR) 为 40~70 dB 的高斯白噪声，仿真结果对比如表 3 所示。

表 2 含多频率电信号的参数信息

信号类型	频率/Hz	幅值/A
基波	50	55.0
间谐波	28.9	0.11
	189	0.11
	450	0.11
整数次谐波	1050	0.11

表 3 本文改进算法与文献[24]频率检测结果对比

Table 3 Frequency detection results comparison of the improved algorithm in this paper and [24]

信号类型	频率/Hz	白噪声/dB	本文算法检测 结果/Hz	文献[24]检测 结果/Hz
基波	50	40	50.003	49.996
		50	49.999	50.006
		60	50.000	50.000
		70	50.000	50.000
间谐波	28.9	40	28.901	—
		50	28.900	28.817
		60	28.900	28.882
		70	28.900	28.900
间谐波	189	40	189.005	—
		50	188.994	189.051
		60	189.001	189.027
		70	189.000	189.012
整数次谐波	450	40	450.042	450.461
		50	450.006	—
		60	450.003	449.956
		70	449.999	449.974
整数次谐波	1050	40	1030.489	1031.104
		50	1030.497	1030.347
		60	1030.499	1030.495
		70	1030.499	1030.500

由表 3 的仿真结果可知, 文献[24]所提出的方法在噪声较大时会出现频率遗漏的问题, 而本文所提出的算法在不同信噪比的白噪声干扰下均可以检

测出信号中的所有频率分量, 且精度更高。

3.2 稳态情况下弱谐波信号幅值、相位检测

在光伏并网系统中, 各次谐波、间谐波幅值通常较小, 因此本文设置如表 4 所示的仿真参数。

表 4 弱信号各频率的幅值、相位信息

Table 4 Amplitude and phase information of each frequency of weak signal

信号类型	频率/Hz	幅值/A	相位/(°)
基波	50	50.0	0
	28.9	0.44	20.6
间谐波	180.6	3.08	-60
	608.9	1.82	-15.7
整数次谐波	250	4.4	89.5
	750	2.55	156.3
	1250	0.31	-25.7

在无噪声干扰的情况下, 分别利用 Blackman-Harris 窗、Hanning 自卷积窗、Blackman 自乘-卷积窗、2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗对其进行加窗插值处理, 其余参数与 3.1 节相同, 幅值和相位检测的相对误差分别如表 5 和表 6 所示。

由表 5 和表 6 可以看出, 由于本文提出的 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗拥有最低的旁瓣峰值电平, 其对频谱泄漏抑制效果最佳, 因此具有最高的检测精度, 相对误差最小。其中, 幅值检测的相对误差降低至 $10^{-12}\%$ ~ $10^{-11}\%$; 相位检测的相对误差降低至 $10^{-11}\%$ ~ $10^{-10}\%$, 相较于另外 3 种窗函数, 在稳态时检测精度有了明显提升。

表 5 各频率分量的幅值检测相对误差

Table 5 Relative error of amplitude detection of each frequency component

信号类型	频率/Hz	Blacman-Harris 窗	Hanning 自卷积窗	Blcakman 自乘-卷积窗	2 阶 Blacman-Harris 自卷积窗
基波	50	1.046×10^{-3}	-1.026×10^{-6}	8.236×10^{-10}	-5.364×10^{-12}
	28.9	3.562×10^{-4}	3.105×10^{-6}	-7.036×10^{-9}	-1.336×10^{-11}
间谐波	180.6	-1.203×10^{-4}	3.229×10^{-7}	7.336×10^{-9}	1.258×10^{-12}
	608.9	-5.333×10^{-4}	4.236×10^{-6}	-4.254×10^{-10}	3.224×10^{-12}
整数次谐波	250	7.556×10^{-4}	8.236×10^{-8}	9.254×10^{-11}	-1.345×10^{-11}
	750	2.102×10^{-4}	-9.113×10^{-5}	6.2201×10^{-9}	-3.811×10^{-11}
	1250	8.964×10^{-4}	1.239×10^{-5}	9.334×10^{-9}	4.336×10^{-11}

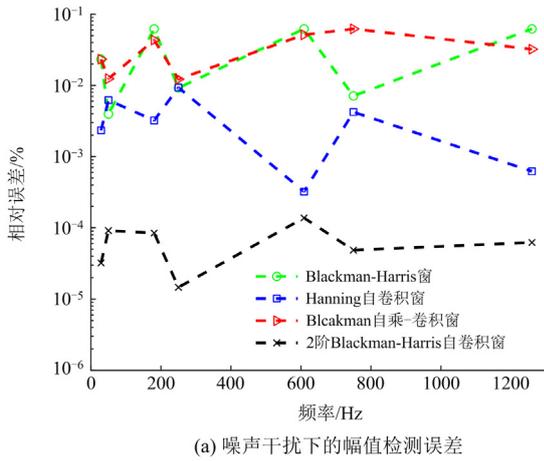
表 6 各频率分量的相位检测相对误差

Table 6 Relative error of phase detection of each frequency component

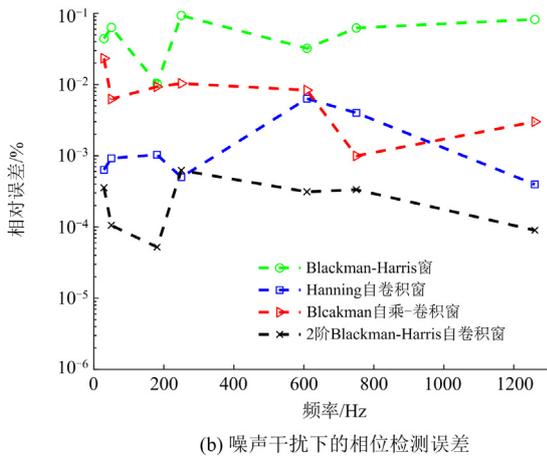
信号类型	频率/Hz	Blacman-Harris 窗	Hanning 自卷积窗	Blcakman 自乘-卷积窗	2 阶 Blacman-Harris 自卷积窗
基波	50	5.632×10^{-2}	-4.258×10^{-6}	8.935×10^{-9}	3.001×10^{-11}
	28.9	-1.033×10^{-3}	6.395×10^{-4}	1.254×10^{-8}	-4.003×10^{-10}
间谐波	180.6	7.289×10^{-3}	3.584×10^{-5}	6.325×10^{-8}	-1.002×10^{-10}
	608.9	7.236×10^{-4}	-5.226×10^{-4}	4.336×10^{-8}	3.248×10^{-11}
整数次谐波	250	-1.445×10^{-5}	9.251×10^{-4}	-3.229×10^{-9}	4.221×10^{-10}
	750	-3.112×10^{-4}	5.741×10^{-5}	3.984×10^{-8}	-1.003×10^{-10}
	1250	9.254×10^{-4}	4.359×10^{-5}	-4.259×10^{-9}	6.225×10^{-11}

3.3 非稳态情况下弱谐波信号幅值、相位检测

在实际应用的过程中，由于采样误差以及电网频率的随机波动，信号中往往存在噪声干扰。为了验证本文算法在非稳态情况下的抗干扰能力，在上述仿真参数中加权信噪比为 60 dB 的高斯白噪声；同时，各频率发生±0.2 Hz 的随机波动。各窗函数的幅值和相位检测相对误差如图 6 所示。



(a) 噪声干扰下的幅值检测误差



(b) 噪声干扰下的相位检测误差

图 6 噪声干扰下的幅值、相位检测相对误差

Fig. 6 Amplitude, phase detection errors under noise interference

由图 6 可知，在噪声干扰和频率波动的冲击下，各算法的精度均有所降低，而本文算法的检测精度依然最高。具体而言，本文算法幅值检测的最小误差达到 $10^{-5}\%$ ，相位检测的最小误差达到了 $10^{-4}\%$ ，与采用 Blackman 自乘-卷积窗的方法相比，检测精度提高了 10^{-3} ；与采用传统 Blackman-Harris 窗与 Hanning 自卷积窗的方法相比，检测精度提高了 $10^{-3}\sim 10^{-1}$ 。

由 3.1—3.3 节的仿真结果可知，本文算法具有

最强的抗干扰能力，能够适应电力系统中复杂的环境。

3.4 现场数据测试

为了验证本文所提算法在工程应用中的有效性，采用本文算法对内蒙古某新能源电场的一段 5 s 实测录波电流数据进行分析，其谐波含有率随着时间动态变化，且含有少量频率在 1463 Hz 附近的间谐波，采用时间窗较长(2 s)的加窗插值 FFT 算法与时间窗长为 0.2 s 的本文算法进行总谐波含有率和间谐波含有率的检测对比，测试结果分别如图 7 和图 8 所示。

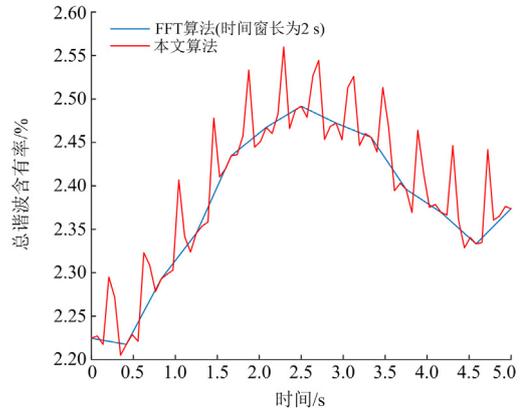


图 7 总谐波含有率检测结果对比

Fig. 7 Comparison of total harmonic content rate detection results

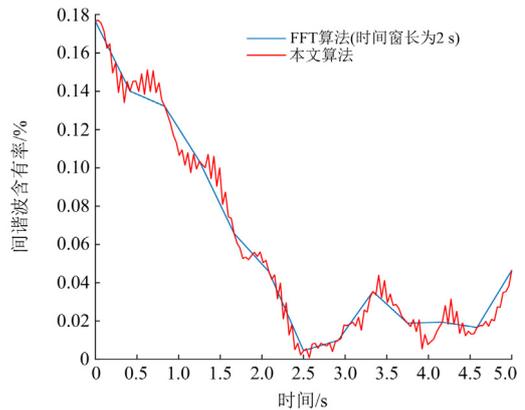


图 8 间谐波含有率检测结果对比

Fig. 8 Comparison of interharmonic content rate detection results

从图 7 和图 8 中可以看出，本文算法与时间窗较长的加窗插值 FFT 算法的检测结果变化趋势基本一致，而本文算法的变化速率更快，更能反映信号的动态过程。

4 结论

本文提出了一种基于改进快速 TLS-ESPRIT 算法与 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗相结合的光伏并网逆变器输出电流谐波检测方法。改进的快速 TLS-ESPRIT 算法不依赖于信号子空间与噪声子空间的差异即可准确识别信号中的频率分量, 在谐波幅值较小以及不同噪声干扰下均表现出较好的性能, 不仅借助 TLS-ESPRIT 算法弥补了 FFT 算法频谱分辨率的不足, 同时还可提前计算出频谱中真实频率对应的频谱位置; 另一方面, 本文通过自卷积的方法构造出 2 阶 Blackman-Harris 自卷积窗, 具有更低的旁瓣峰值电平, 并提出相应的幅值和相位修正算法, 比现有的方法具有更高的检测精度。仿真和现场数据测试结果表明, 本文方法可以更好地提取信号的频率分量, 且可以准确地检测信号的幅值和相位信息。

参考文献

- [1] JIN Z, ZHANG H, SHI F, et al. A robust and adaptive detection scheme for interharmonics in active distribution network[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2018, 33(5): 2524-2534.
- [2] 王鹤, 栾钧翔. 变压器的电力电子化演进及其对电压稳定影响综述[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(16): 171-187.
WANG He, LUAN Junxiang. Summary of power electronic evolution of transformer and its influence on voltage stability[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(16): 171-187.
- [3] 李振华, 胡廷和, 杜亚伟, 等. 基于窗函数和谱线插值理论的谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(22): 78-88.
LI Zhenhua, HU Tinghe, DU Yawei, et al. Harmonic detection method based on the theory of windows and spectrum line interpolation[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(22): 78-88.
- [4] MAI R K, FU L, DONG Z Y, et al. Dynamic phasor and frequency estimators considering decaying DC components[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(2): 671-681.
- [5] WEN H, ZHANG J, YAO W, et al. FFT-based amplitude estimation of power distribution systems signal distorted by harmonics and noise[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, 14(4): 1447-1455.
- [6] 雷达, 常潇, 刘子腾, 等. 基于 DBSCAN 聚类和数据筛选的系统谐波阻抗估算[J]. 电测与仪表, 2022, 59(1): 93-98.
LEI Da, CHANG Xiao, LIU Ziteng, et al. Estimation of system harmonic impedance based on DBSCAN clustering and data filtering[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2022, 59(1): 93-98.
- [7] WANG Y F, LI Y W. Three-phase cascaded delayed signal cancellation PLL for fast selective harmonic detection[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(4): 1452-1463.
- [8] 童涛, 张新燕, 刘博文, 等. 基于傅里叶同步挤压变换和希尔伯特变换的谐波间谐波检测分析[J]. 电网技术, 2019, 43(11): 4200-4208.
TONG Tao, ZHANG Xinyan, LIU Bowen, et al. Analysis of harmonic and inter-harmonic detection based on Fourier-based synchrosqueezing transform and Hilbert transform[J]. Power System Technology, 2019, 43(11): 4200-4208.
- [9] 郭成, 尹轲, 张艳萍, 等. 一种基于综合 DFT 和 Prony 算法的谐波与间谐波分析方法[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(17): 1-9.
GUO Cheng, YIN Ke, ZHANG Yanping, et al. A harmonic and interharmonic analysis method based on integrated DFT and Prony algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(17): 1-9.
- [10] 商立群, 许海洋, 臧鹏, 等. 基于 DFT 和群谐波能量回收理论的谐波与间谐波检测算法[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(15): 91-98.
SHANG Liqun, XU Haiyang, ZANG Peng, et al. A harmonic and interharmonic detection algorithm based on DFT and group harmonic energy recovery theory[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(15): 91-98.
- [11] ARRANZ-GIMON A, ZORITA-LAMADRID A, MORINIGO-SOTELO D, et al. Analysis of the use of the Hanning window for the measurement of interharmonic distortion caused by close tones in IEC standard framework[J]. Electric Power Systems Research, 2022, 5: 206.
- [12] 汪旭明, 田堃, 雷可君, 等. 基于 Blackman 窗六谱线插值 FFT 谐波分析方法[J]. 实验室研究与探索, 2020, 39(6): 22-26.
WANG Xuming, TIAN Kun, LEI Kejun, et al. A harmonic analysis method based on Blackman window six-spectrum-line interpolation FFT[J]. Research and Exploration in Laboratory, 2020, 39(6): 22-26.
- [13] 李得民, 何怡刚. 基于四项最低旁瓣 Nuttall 窗的插值 FFT 谐波分析[J]. 电测与仪表, 2016, 53(14): 22-27.
LI Demin, HE Yigang. Harmonic analysis of interpolation FFT algorithm based on 4-term minimum sidelobe Nuttall window[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2016, 53(14): 22-27.
- [14] SCHUSTER S, SCHEIBLHOFFER S, STELZER A. The influence of windowing on bias and variance of DFT-based frequency and phase estimation[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2009, 58(6): 1975-1990.

- [15] 张介秋, 陈砚圃, 梁昌洪. 基于卷积窗的电力系统谐波误差估计与数值模拟[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(12): 34-37.
ZHANG Jieqiu, CHEN Yanpu, LIANG Changhong. Power system harmonic error estimation and simulation based on convolution window[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(12): 34-37.
- [16] 温和, 滕召胜, 卿柏元. Hanning 自卷积窗及其在谐波分析中的应用[J]. 电工技术学报, 2009, 24(2): 164-169.
WEN He, TENG Zhaosheng, QING Baiyuan. Hanning self-convolution windows and its application to harmonic analysis[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, 24(2): 164-169.
- [17] 郭振涛, 迟长春, 武一. 基于 Blackman 自乘-卷积窗的 FFT 谐波检测算法[J]. 电测与仪表, 2019, 56(13): 16-22.
GUO Zhentao, CHI Changchun, WU Yi. An algorithm for FFT harmonic detection based on Blackman self-multiplication-convolution window[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019, 56(13): 16-22.
- [18] 郑晓娇, 王斌, 李卜娟, 等. 基于参数优化变分模态分解的间谐波检测[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(11): 71-80.
ZHENG Xiaojiao, WANG Bin, LI Bujuan, et al. Inter-harmonics detection based on parameter optimization variational mode decomposition[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(11): 71-80.
- [19] 施瑶, 王雅静, 梅宇, 等. 基于 WPT 和参数优化的 VMD 谐波检测方法[J]. 电测与仪表, 2022, 59(8): 166-171.
SHI Yao, WANG Yajing, MEI Yu, et al. VMD harmonic detection method based on WPT and parameter optimization[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2022, 59(8): 166-171.
- [20] 马秉伟, 周莉. 基于 TLS-ESPRIT 算法和支持向量机的间谐波检测[J]. 高电压技术, 2009, 35(6): 1468-1471.
MA Bingwei, ZHOU Li. Interharmonics detection based on TLS-ESPRIT and SVM algorithm[J]. High Voltage Engineering, 2009, 35(6): 1468-1471.
- [21] 刘灏, 任小伟, 田建南, 等. 基于 K-ESPRIT 的快速宽频测量方法[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(10): 186-192.
LIU Hao, REN Xiaowei, TIAN Jiannan, et al. Fast wide-frequency measurement method based on Kurtosis-Estimation of signal parameters via rotation invariance technique[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(10): 186-192.
- [22] 张静, 徐政, 牛卢璐. TLS-ESPRIT 在电力系统信号高精度频谱估计中应用[J]. 电力自动化设备, 2009, 29(5): 48-51.
ZHANG Jing, XU Zheng, NIU Lulu. Application of TLS-ESPRIT in high resolution spectrum estimation of power system signal[J]. Electric Power Automation Equipment, 2009, 29(5): 48-51.
- [23] 张滨生, 喻乐, 和敬涵, 等. 基于快速 TLS-ESPRIT 的间谐波检测算法[J]. 电力自动化设备, 2011, 31(2): 26-31.
ZHANG Binsheng, YU Le, HE Jinghan, et al. Inter-harmonic detection based on fast TLS-ESPRIT[J]. Electric Power Automation Equipment, 2011, 31(2): 26-31.
- [24] 蔡星月, 高云鹏, 李云峰, 等. 基于自适应 TLS-ESPRIT 和改进全相位多密集谱间谐波检测[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(12): 199-207.
CAI Xingyue, GAO Yunpeng, LI Yunfeng, et al. Detection method of multi-dense spectrum inter-harmonics based on adaptive TLS-ESPRIT and improved all-phase[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(12): 199-207.
- [25] 吴杰, 丁明, 张晶晶. 基于云模型和 k-means 聚类的风电场储能容量优化配置方法[J]. 电力系统自动化, 2018, 42(24): 67-76.
WU Jie, DING Ming, ZHANG Jingjing. Capacity configuration method of energy storage system for wind farm based on cloud model and k-means clustering[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(24): 67-76.
- [26] WU Nan, ZHA Xiaoming. Capacitor-switching based method of network harmonic impedance measurement via TLS-ESPRIT algorithm[C] // 2017 IEEE 3rd Information Technology and Mechatronics Engineering Conference (ITOEC), October 3-5, 2017, Chongqing, China: 994-998.
- [27] 王保帅, 肖勇, 胡珊珊, 等. 适用于非整数次幂的高精度混合基 FFT 谐波测量算法[J]. 电工技术学报, 2021, 36(13): 2812-2820, 2843.
WANG Baoshuai, XIAO Yong, HU Shanshan, et al. High precision mixed radix FFT algorithm for harmonic measurement under non-integer power sequence[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(13): 2812-2820, 2843.
- [28] 彭佳伟, 潘树国, 高旺, 等. 基于加窗插值和 ZoomFFT 的电网宽频信号自适应测量方法[J]. 电力系统自动化, 2022, 46(8): 172-180.
PENG Jiawei, PAN Shuguo, GAO Wang, et al. Adaptive measurement method for wide-band signal in power grid based on windowed interpolation and ZoomFFT[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(8): 172-180.

收稿日期: 2022-11-08; 修回日期: 2022-12-30

作者简介:

王铀程(2000—), 男, 硕士研究生, 研究方向为新能源发电系统控制; E-mail: ycwangwyc0104@stu.suda.edu.cn

陈蓉(1983—), 女, 通信作者, 博士, 高级实验师, 研究方向为电力系统信号分析与处理; E-mail: chrong@suda.edu.cn

杨勇(1981—), 男, 博士, 教授, 研究方向为电力电子与电力传动. E-mail: yangy1981@suda.edu.cn

(编辑 魏小丽)