

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.221739

# 考虑可控负荷的多区域电力系统分布式模型 预测负荷频率控制

付阳, 宋运忠

(河南理工大学电气工程与自动化学院, 河南 焦作 454003)

**摘要:** 由于同步发电机的惯性较大, 导致传统的集中式负荷频率控制模式反应不够迅速, 而用户侧具有快速响应能力的可控负荷资源为系统的频率调节提供了新机遇。研究了考虑用户侧可控负荷资源主动参与系统频率调节的多区域互联电力系统分布式模型预测负荷频率控制问题。通过建立的含可控负荷的多区域互联电力系统负荷频率响应模型及自动发电控制模型, 基于连续时域交替方向乘子法和分布式模型预测控制方法, 提出了一种用户侧可控负荷资源主动参与的多区域互联电力系统分布式模型预测最优负荷频率控制模型。基于修改的 IEEE39 节点三区域互联电力系统进行仿真验证, 结果表明所提考虑可控负荷的分布式模型预测控制策略可显著减少系统恢复至稳态所需的时间。分布式控制策略的控制自由度更高, 增强了系统的可控性。

**关键词:** 负荷频率控制; 可控负荷; 分布式模型预测控制; 连续时域交替方向乘子法

## Distributed model predictive load frequency control of a multi-area power system considering controllable load

FU Yang, SONG Yunzhong

(School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454003, China)

**Abstract:** Because of the large inertia of a synchronous generator, conventional centralized load frequency control is not fast enough. Controllable load resources with fast response capability on the user side provide new opportunities for system frequency regulation. In this paper, the load frequency control of a multi-area interconnected power system with controllable load regulation capability is studied. Load frequency response and automatic generation control models of a multi-area interconnected power system with controllable load are established. Based on a continuous time domain alternating direction multiplier algorithm and the distributed model predictive control method, a distributed model predictive optimal load frequency control model of a multi-area interconnected power system with controllable load participation is proposed. Simulation is carried out based on the modified three-area IEEE39 bus system, illustrating that the proposed model can significantly reduce the time required for the system to return to a steady state. The control freedom of the distributed control strategy is higher, and this enhances the controllability of the system.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 61340041 and No. 61374079).

**Key words:** load frequency control; controllable load; distributed model predictive control; alternating direction method of multiplier in continuous time domain

## 0 引言

自动发电控制(automatic generation control, AGC)是为实现电力系统发电和负荷的实时平衡,保

证电网频率与联络线交换功率维持在指定值的自动综合控制系统<sup>[1-2]</sup>。广义的 AGC 包括负荷频率控制(load frequency control, LFC)和经济调度(economic dispatch, ED)<sup>[3]</sup>。LFC 是现代互联电力系统安全稳定运行的关键, LFC 根据电力系统的负荷变化控制发电机输出功率, 确保系统频率维持在额定值, 并保持区域联络线交换功率在计划值内<sup>[4-5]</sup>, 是保证供电质

**基金项目:** 国家自然科学基金项目资助(61340041, 61374079);  
河南省自然科学基金项目资助(182300410112)

量和电力系统安全、可靠、经济运行的一种重要手段。

为实现 AGC 的控制目标,国内外研究人员已提出了许多控制方法和策略。目前应用最广泛的控制算法主要有基于智能算法的比例-积分-微分(proportional-integral-derivative controller, PID)控制<sup>[6-7]</sup>、基于微分博弈理论控制<sup>[8]</sup>、模型预测控制(model predictive control, MPC)<sup>[9-10]</sup>三类。基于智能算法的 PID 控制方法是在经典 PID 基础上对控制器参数采用智能算法进行整定,以达到最优控制性能。目前, PID 控制仍然是 AGC 的主流控制方法,但传统 PID 控制不具有系统优化功能,且根据系统参数变化进行 PID 的动态调整并不适用于实际应用。基于微分博弈理论的控制方法是将博弈理论和最优控制理论相结合,通过多方博弈达到纳什均衡的控制策略。然而,这两类控制方法都要求建模精度高,且不易处理复杂、多变量的约束条件。

MPC 能够处理具有非线性、不确定性时变及延时特点的控制对象,近年来被广泛应用于 AGC 控制,具有系统模型要求低、控制性能好、在线优化便捷、能处理多变量约束等优点<sup>[9-10]</sup>。具体又分为集中式 MPC<sup>[11]</sup>、分散式 MPC<sup>[12]</sup>和分布式 MPC<sup>[13-15]</sup>等。集中式 MPC 是将整个系统的所有输出或状态信息反馈到一个中央控制器上,控制器计算得到整个系统的控制输入,系统结构简单,但在计算量、可靠性等方面能力有限。为此,文献[12]通过将整个 AGC 系统划分为多个耦合子系统,提出了鲁棒性好、收敛性快的分散式 MPC 方法,由分散在各区域内的 MPC 控制器根据系统状态信息和区域控制偏差(area control error, ACE)信号计算得到相应的控制量,并分配至区域内 AGC 机组,实现互联电网 AGC 系统的分散控制。分布式 MPC 方法是将集中式控制和分散式控制相结合,通过上下层的递进关系切换控制方式,兼有集中式控制和分散式控制的优点,在互联电力系统 LFC 中具有较大的应用潜力。例如,文献[13]提出了多区域互联电网 AGC 系统的分布式 MPC 策略。文献[14]研究了规模化风电场参与的分布式 MPC 控制策略。文献[15]提出了基于分布式 MPC 的 LFC 方法,在滚动优化过程中利用正交拉盖尔函数近似预测控制轨迹,减少了 MPC 的计算量。

随着可再生能源并网规模的不断扩大,电力系统的频率控制面临巨大挑战。传统的集中式控制由于同步发电机的惯性较大,可能导致反应不够迅速<sup>[16]</sup>,而具有快速响应能力的规模化可控负荷为系统频率调节提供了新机遇。此外,可控负荷的调节能力有一定的限制,且该限制为物理“硬”约束,

无论是在平衡点处还是在调节过程中均需满足。文献[17]根据发电机频率调节模型给出了可控负荷对频率响应的动态模型,进一步提出了负荷频率调节的分布式方法。文献[18]将负荷分为频率敏感型和非敏感型两类,在此基础上建立了负荷最优控制的数学模型,但该模型不能保证频率在新的运行状态下回到额定值。为此,文献[19]改进了上述模型,在约束条件中考虑了发电和频率非敏感型负荷的平衡,保证了稳态时频率能够恢复到额定值。然而,上述考虑可控负荷的 LFC 模型主要聚焦在单一区域的集中式控制,集中式控制对控制信号施加最小约束而提供最佳性能,但是计算复杂度高,存在严重的计算负担,尤其对于具有高度互联子系统的大规模互联电网不适用。多区域互联系统中的控制区域可能属于不同主体,全局信息难以获取,故需要设计分布式的 LFC 方法。此外,可控负荷资源通常广泛分布于整个电力系统中,设计分布式的 LFC 架构显然比集中式架构更加合理。

本文研究了考虑可控负荷调节能力的多区域互联电力系统分布式模型预测负荷频率控制问题,基于连续时域交替方向乘子法和分布式模型预测控制方法,提出一种考虑可控负荷主动参与的多区域互联电力系统分布式模型预测最优负荷频率控制模型。通过追求多区域互联系统运行成本和频率控制偏差最小,利用连续时域交替方向乘子法和分布式模型预测控制方法实现了多区域互联电力系统的最优负荷频率控制,快速消除系统频率波动。

## 1 含可控负荷的稳态经济调度模型

对于由  $\mathcal{N}$  个节点构成的电力系统,定义  $\mathcal{G} \subseteq \mathcal{N}$  为同步发电机节点集合。假设由于负荷变化引起的系统损耗变化呈线性状态,定义  $\rho$  为损耗对系统负荷的灵敏度,则含可控负荷的电力系统稳态 ED 模型可表示为

$$\min \sum_{i \in \mathcal{G}} [a_i (P_i^{\text{Ge}})^2 + b_i P_i^{\text{Ge}}] \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in \mathcal{G}} P_i^{\text{Ge}} = (1 + \rho) \sum_{i \in \mathcal{N}} P_i^{\text{De}} \quad (2)$$

$$P_i^{\text{Ge}} \in [P_i^{\text{G}}, \bar{P}_i^{\text{G}}], i \in \mathcal{G} \quad (3)$$

$$P_i^{\text{De}} \in [P_i^{\text{D}}, \bar{P}_i^{\text{D}}], i \in \mathcal{N} \quad (4)$$

式中:  $P_i^{\text{Ge}}$ 、 $P_i^{\text{De}}$  分别表示第  $i$  个节点的发电机输出功率、负荷;  $P_i^{\text{G}}$ 、 $\bar{P}_i^{\text{G}}$  与  $P_i^{\text{D}}$ 、 $\bar{P}_i^{\text{D}}$  分别表示发电机输出功率与负荷的上限与下限;  $a_i$ 、 $b_i$  表示发电机的耗量成本系数。上角标 e 表示经济调度模型的解定义了电力系统在当前时段的稳态特征,包括最优的

发电机输出功率及节点负荷值。下文中, 将考虑发电机与负荷在时间上发生变化, 并讨论如何通过控制可控负荷使得电力系统重新达到稳态。

## 2 基于集中式模型预测控制的 AGC 系统模型

在集中式控制框架下, 将多区域互联电力系统考虑成一个平衡区域, 则系统动力学模型可定义为

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d\Delta\omega(t)}{dt} = P^G(t) - (1 + \rho)P^D(t) - D\Delta\omega(t) \quad (5)$$

$$T^G \frac{dP^G(t)}{dt} = -P^G(t) + z(t) - \frac{T^G}{R^D} \Delta\omega(t) \quad (6)$$

$$\frac{dz(t)}{dt} = -z(t) - K\Delta\omega(t) + P^G(t) \quad (7)$$

式中:  $\Delta\omega(t)$  为惯性速度中心与同步速度  $\omega_s$  的偏差;  $H$  为系统惯性常数;  $D$  为系统总负载阻尼;  $R^D$  为系统的下垂系数;  $T^G$  为时间常数;  $K$  为正控制增益;  $P^G(t) = \sum_{i \in \mathcal{G}} P_i^G(t)$  为系统总发电功率;

$P^D(t) = \sum_{i \in \mathcal{N}} P_i^D(t)$  为系统总负荷;  $z(t)$  为 AGC 控制指令, 即将系统频率和实际功率交换恢复到额定值所需的发电变化量。

为了定义模型预测控制器, 将系统动力学方程式(5)~(7)写成连续时间的线性时不变系统, 如式(8)所示。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (8)$$

$$\text{式中: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & \frac{1}{M} & 0 \\ -\frac{1}{R^D} & -\frac{1}{T^G} & \frac{1}{T^G} \\ -K & 1 & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = -(1 + \rho) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

系统的状态  $\mathbf{x}(t) = [\Delta\omega(t), P^G(t), z(t)]^T$ ; 控制输入

$u(t) = P^D(t)$ ;  $M = \frac{2H}{\omega_s}$ 。需要注意的是, 基于稳态

ED 模型的解,  $\mathbf{x}^e = [0, P^{Ge} = \sum_{i \in \mathcal{G}} P_i^{Ge}, z^e = P^{Ge}]^T$  和  $u^e = \sum_{i \in \mathcal{N}} P_i^{De}$  定义了式(8)的一个稳态, 即  $\mathbf{A}\mathbf{x}^e + \mathbf{B}u^e = 0$ 。

对于 AGC 的控制指令  $z(t)$ ,  $z(t)$  将随时间变化收敛到  $\sum_{i \in \mathcal{G}} P_i^{Ge}$ 。对于第  $i$  台发电机组, 其 AGC 控制指令的分配额为

$$\begin{cases} P_i^{Ge}(t) = \alpha_i z(t) \\ \alpha_i = \frac{1}{2a_i} \frac{1}{\sum_{i \in \mathcal{G}} \frac{1}{2a_i}} \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $P_i^{Ge}$  表示 AGC 控制指令的分配额; AGC 分配系数  $\alpha_i$  满足当  $z(t) = \sum_{i \in \mathcal{G}} P_i^{Ge}$  时, 对于任意  $i \in \mathcal{G}$ ,  $P_i^{Ge}(t) = P_i^{Ge}$  成立。

定义集中式模型预测控制器的目标函数为

$$\ell(\mathbf{x}(t), u(t)) = \frac{D}{2} [\Delta\omega(t)]^2 + \sum_{i \in \mathcal{G}} \alpha_i (P_i^G(t) - P_i^{Ge})^2 + \sum_{i \in \mathcal{G}} \alpha_i (\alpha_i z(t) - P_i^{Ge})^2 \quad (10)$$

重新定义系统的状态约束和输入约束集合为发电机功率和可控负荷约束, 即

$$\mathbf{x}(t) \in \mathcal{X} := \left\{ \begin{array}{l} \forall i \in \mathcal{G} \\ P^G(t) = \sum_{i \in \mathcal{G}} P_i^G(t) \\ P_i^G(t) \in [P_i^G, \bar{P}_i^G] \end{array} \right\} \quad (11)$$

$$\mathbf{u}(t) \in \mathcal{U} := \left\{ \begin{array}{l} \forall i \in \mathcal{N} \\ P^D(t) = \sum_{i \in \mathcal{N}} P_i^D(t) \\ P_i^D(t) \in [P_i^D, \bar{P}_i^D] \end{array} \right\} \quad (12)$$

因此, 基于集中式模型预测控制的单一平衡区域 AGC 系统模型可定义为

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{x}, u} \int_0^T \ell(\mathbf{x}(t), u(t)) dt \\ \text{s.t. } \forall t \in [0, T], \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \forall t \in [0, T], \mathbf{x}(t) \in \mathcal{X}, u(t) \in \mathcal{U} \\ \mathbf{x}(0) = \hat{\mathbf{x}} \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $\hat{\mathbf{x}}$  表示系统的初始状态。需要注意的是, 如果模型(13)考虑了无限长的预测时间范围, 即  $T = \infty$ , 则对应的模型预测控制器理论上将是全局最优且稳定的, 具体证明见文献[20]。然而在实际应用中, 无限长的预测时间会导致模型(13)在计算上不可行。因此, 本文在算例分析部分将比较不同的预测时长对应的闭环性能, 以此来揭示当预测时长越长时, 对应模型预测控制器的闭环性能越好。

## 3 多区域电力系统分布式模型预测负荷频率控制模型

假设多区域互联电力系统包含  $|\mathcal{M}| = M$  个区域, 对于第  $m$  个区域,  $\mathcal{M}_m$  表示与区域  $m$  相连区域的集合,  $\mathcal{G}_m \subseteq \mathcal{G}$  表示区域  $m$  内所有发电机的集合,  $\mathcal{N}_m \subseteq \mathcal{N}$  表示区域  $m$  内所有节点的集合。

### 3.1 多区域负荷频率控制模型

多区域互联电力系统的系统动力学模型相较于第 2 节的单一平衡区域模型增加了区域间联络线的

功率交换。则区域  $m$  的系统动力学模型表示为

$$\begin{cases} \frac{2H_m}{\omega_s} \frac{d\Delta\omega_m(t)}{dt} = \\ P_m^G(t) - (1 + \rho_m)P_m^D(t) - P_m^{\text{Tie}}(t) - D_m\Delta\omega_m(t) \\ T_m^G \frac{dP_m^G(t)}{dt} = -P_m^G(t) + z_m(t) - \frac{T_m^G}{R_m^D} \Delta\omega_m(t) \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $\Delta\omega_m(t)$ 、 $z_m(t)$ 、 $\rho_m$ 、 $P_m^G(t)$ 、 $P_m^D(t)$ 、 $D_m$ 、 $T_m^G$ 、 $R_m^D$  与第 2 节类似, 下角标  $m$  代表区域  $m$  的变量;  $P_m^{\text{Tie}}(t)$  为区域  $m$  与相连区域  $m \in \mathcal{M}_m$  的功率交换值。由此定义区域  $m$  的状态约束和输入约束集合分别为

$$\mathcal{X}_m = \left\{ P_m^G(t) = \sum_{i \in \mathcal{G}_m} P_i^G(t), P_i^G(t) \in [P_i^G, \bar{P}_i^G], i \in \mathcal{G}_m \right\} \quad (15)$$

$$\mathcal{U}_m = \left\{ P_m^D(t) = \sum_{i \in \mathcal{N}_m} P_i^D(t), P_i^D(t) \in [P_i^D, \bar{P}_i^D], i \in \mathcal{N}_m \right\} \quad (16)$$

假设  $\mathcal{B}_{mm'}$  表示区域  $m$  中的节点与相邻区域  $m' \in \mathcal{M}_m$  的联络线节点集合, 区域  $m$  与  $m'$  交换的实际功率偏差量为  $\Delta P_{mm'}(t)$ , 则

$$\frac{d\Delta P_{mm'}(t)}{dt} = B_{mm'}(\Delta\omega_m(t) - \Delta\omega_{m'}(t)) \quad (17)$$

式中,  $B_{mm'} = \sum_{(k,j) \in \mathcal{B}_{mm'}} \frac{V_k V_j \cos(\theta_k - \theta_j)}{x_{kj}}$ ,  $V_k$  与  $\theta_k$  分别为节点  $k$  处的电压幅值和相角,  $x_{kj}$  为线路  $(k, j)$  的电抗;  $\Delta\omega_m(t)$  表示相邻区域  $m'$  的惯性速度中心与同步速度  $\omega_s$  的偏差。AGC 控制指令  $z_m(t)$  的状态方程表示为

$$\frac{dz_m(t)}{dt} = -z_m(t) - K_{1m}\Delta\omega_m(t) - K_{2m}P_m^{\text{Tie}}(t) + P_m^G(t) \quad (18)$$

式中:  $P_m^{\text{Tie}}(t) = \sum_{m' \in \mathcal{M}_m} \Delta P_{mm'}(t)$ ;  $K_{1m}$ 、 $K_{2m}$  分别为区域  $m$  的两个正控制增益。定义区域  $m$  的状态量为

$$x_m(t) = \left( \begin{array}{c} \{\Delta\omega_m(t), P_m^G(t), z_m(t)\}_{m \in \mathcal{M}} \\ \{\Delta P_{mm'}(t)\}_{m \in \mathcal{M}, m' \in \mathcal{M}_m} \end{array} \right)。$$

$$\begin{aligned} J_m \left( \begin{array}{c} P_m^G(t), z_m(t), P_m^D(t), \Delta\omega_m(t), \\ \{\lambda_{mm'}(t), \mu_{mm'}(t), \Delta\omega_{mm'}(t), \Delta\bar{\omega}_{m'm}(t)\}_{m' \in \mathcal{M}_m} \end{array} \right) = \int_0^T \left\{ \sum_{i \in \mathcal{G}_m} a_i (P_i^G(t) - P_i^{\text{Ge}})^2 + \sum_{i \in \mathcal{G}_m} a_i (\alpha_{mi} z_m(t) - P_i^{\text{De}})^2 + \frac{D_m}{2} (\Delta\omega_m(t))^2 + \right. \\ \left. \sum_{m' \in \mathcal{M}} \left( \lambda_{mm'}(t) (\Delta\omega_m(t) - \Delta\bar{\omega}_{m'm}(t)) + \frac{\rho}{2} |\Delta\omega_m(t) - \Delta\bar{\omega}_{m'm}(t)|^2 \right) + \right. \\ \left. \sum_{m' \in \mathcal{M}} \left( \mu_{mm'}(t) (\Delta\omega_{mm'}(t) - \Delta\bar{\omega}_{m'm}(t)) + \frac{\rho}{2} |\Delta\omega_{mm'}(t) - \Delta\bar{\omega}_{m'm}(t)|^2 \right) \right\} dt \quad (26) \end{aligned}$$

据此, 以系统的控制输入  $u(t) = P^D(t)$  为优化变量, 定义多区域互联电力系统的负荷频率控制模型为

$$\begin{aligned} \min_{\substack{P_m^G, \Delta\omega_m \\ z_m, P_m^D}} \sum_{m \in \mathcal{M}} \int_0^T \left\{ \frac{D_m}{2} (\Delta\omega_m(t))^2 + \sum_{i \in \mathcal{G}_m} a_i (P_i^G(t) - P_i^{\text{Ge}})^2 + \right. \\ \left. \sum_{i \in \mathcal{G}_m} a_i (\alpha_{mi} z_m(t) - P_i^{\text{De}})^2 \right\} dt \quad (19) \end{aligned}$$

$$\text{s.t. } \forall m \in \mathcal{M}, \forall t \in [0, T], (14), (18) \quad (20)$$

$$\forall m \in \mathcal{M}, x_m(t) = \hat{x}_m \quad (21)$$

$$\forall m \in \mathcal{M}, \forall t \in [0, T], P_m^G(t) \in \mathcal{X}_m, P_m^D(t) \in \mathcal{U}_m \quad (22)$$

$$\forall m \in \mathcal{M}, m' \in \mathcal{M}_m, \forall t \in [0, T], (17) \quad (23)$$

其中: 式(19)表示区域  $m$  的目标函数, 其物理意义与稳态 ED 模型中的二次成本函数类似, 第一项为惯性速度中心与同步速度偏差的耗量, 第二项为当前发电状态与稳态之间偏差的耗量; 第三项为整体 AGC 控制信号  $z(t)$  与稳态之间偏差的耗量; 式(20)一式(22)分别表示每个区域的系统动力学模型、初始状态、区域的状态约束和输入约束; 式(23)表示区域间的耦合约束。

### 3.2 基于连续时域交替方向乘子法的分布式求解

本节提出采用连续时域的交替方向乘子法 (alternating direction method of multipliers, ADMM)<sup>[21]</sup> 来分布式求解多区域负荷频率控制模型式(19)一式(23)。为实现分布式求解, 首先将耦合约束(23)进行重构, 定义辅助变量  $\Delta\omega_{mm'}(t)$ 、 $\Delta\bar{\omega}_{m'm}(t)$  以及一致性约束:

$$\begin{cases} \Delta\omega_m(t) = \Delta\bar{\omega}_{m'm}(t) & | \lambda_{mm'}(t) \\ \Delta\omega_{mm'}(t) = \Delta\bar{\omega}_{m'm}(t) & | \mu_{mm'}(t) \end{cases}, m \in \mathcal{M}, m' \in \mathcal{M}_m \quad (24)$$

式中,  $\lambda_{mm'}(t)$ 、 $\mu_{mm'}(t)$  表示拉格朗日乘子, 即对偶变量。因此, 耦合约束(23)可以变成完全解耦的形式:

$$\frac{d\Delta P_{mm'}(t)}{dt} = B_{mm'}(\Delta\omega_m(t) - \Delta\omega_{mm'}(t)) \quad (25)$$

据此, 各个区域的增广拉格朗日函数可表示为式(26)。

假设原问题式(19)–式(23)有解并且强对偶条件成立, 则求解原问题可以通过求解其对偶问题实现:

$$\begin{cases} \max_{\lambda_{m'm}^G, P_m^G, z_m, P_m^D, \Delta\omega_m, \Delta\omega_{m'm}} \sum_{m \in \mathcal{M}} J_m(P_m^G(t), z_m(t), P_m^D(t), \Delta\omega_m(t), \\ \quad \{\lambda_{m'm}^k(t), \mu_{m'm}^k(t), \Delta\omega_{m'm}^k(t), \Delta\bar{\omega}_{m'm}^k(t)\}_{m' \in \mathcal{M}_m}) \\ \forall m \in \mathcal{M}, \forall t \in [0, T], \text{式(14), 式(18)} \\ \forall m \in \mathcal{M}, x_m(t) = \hat{x}_m \\ \forall m \in \mathcal{M}, \forall t \in [0, T], P_m^G(t) \in \mathcal{X}_m, P_m^D(t) \in \mathcal{U}_m \\ \forall m \in \mathcal{M}, \forall t \in [0, T], \text{式(25)} \end{cases} \quad (27)$$

算法 1 给出了利用连续时域 ADMM 求解问题(27)的详细步骤。第一步基于当前的迭代  $\{\lambda_{m'm}^k(t), \mu_{m'm}^k(t), \Delta\bar{\omega}_{m'm}^k(t)\}_{m' \in \mathcal{M}_m}$ , 各区域并行求解各自子问题(28)。这一步是整个算法中耗时最多的一步, 原因是每个区域都要求解一个连续时间的最优控制问题。而在实际应用中, 往往将其在时间上离散化, 进而求解一个标准的凸二次规划问题。第二步每个区域将问题(28)的解  $\Delta\omega_m^{k+1}(t)$  传递给所有相邻区域  $m' \in \mathcal{M}_m$ , 当接收到相邻区域的信息后, 第三步求解耦合问题(29), 更新耦合变量  $\Delta\bar{\omega}_{m'm}^{k+1}(t)$ 。基于该问题的解以及第一步问题(28)的解, 第四步每个区域以并行方式通过式(30)、式(31)更新对偶变量  $\{\lambda_{m'm}^k(t), \mu_{m'm}^k(t)\}_{m' \in \mathcal{M}_m}$ 。第五步将更新后的对偶变量发送给相邻区域。如果考虑有限的预测时长  $0 \ll T$ , 则问题(27)在连续时域上是凸的, 文献[21]证明了算法 1 具有收敛性保证。

算法 1: 连续时域 ADMM 算法求解问题(27)。

初始化:

$$\left( \{\lambda_{m'm}^0(t), \mu_{m'm}^0(t), \Delta\bar{\omega}_{m'm}^0(t)\}_{m \in \mathcal{M}, m' \in \mathcal{M}_m} \right), \rho > 0, k = 0。$$

重复:

1) 各区域  $m \in \mathcal{M}$  以并行方式独立求解子问题。

$$\begin{cases} \left( P_m^{G,k+1}(t), z_m^{k+1}(t), P_m^{D,k+1}(t), \Delta\omega_m^{k+1}(t), \{\Delta\omega_{m'm}^{k+1}(t)\}_{m' \in \mathcal{M}_m} \right) = \\ \quad \arg \min J_m \left( P_m^G(t), z_m(t), P_m^D(t), \Delta\omega_m(t) \right. \\ \quad \left. \left. \left\{ \lambda_{m'm}^k(t), \mu_{m'm}^k(t), \Delta\bar{\omega}_{m'm}^k(t), \Delta\omega_{m'm}^k(t) \right\}_{m' \in \mathcal{M}_m} \right) \right) \\ \text{s.t. } \forall t \in [0, T], (14), (18), (25) \\ x_m(t) = \hat{x}_m \\ \forall t \in [0, T], P_m^G(t) \in \mathcal{X}_m, P_m^D(t) \in \mathcal{U}_m \end{cases} \quad (28)$$

2) 基于子问题(28)的解, 各区域  $m \in \mathcal{M}$  将  $\Delta\omega_{m'm}^{k+1}(t)$  发送给相邻区域  $m' \in \mathcal{M}_m$ 。

3) 求解耦合问题。

$$\begin{aligned} \Delta\bar{\omega}_{m'm}^{k+1}(t) = \arg \min_{\lambda_{m'm}^k(t)} & \lambda_{m'm}^k(t) (\Delta\omega_m^{k+1}(t) - \Delta\bar{\omega}_{m'm}^k(t)) + \\ & \frac{\rho}{2} (\Delta\omega_m^{k+1}(t) - \Delta\bar{\omega}_{m'm}^k(t))^2 + \mu_{m'm}^k(t) \cdot \\ & (\Delta\omega_{m'm}^{k+1}(t) - \Delta\bar{\omega}_{m'm}^k(t)) + \frac{\rho}{2} (\Delta\omega_{m'm}^{k+1}(t) - \Delta\bar{\omega}_{m'm}^k(t))^2 = \\ & \frac{\lambda_{m'm}^k(t) + \mu_{m'm}^k(t)}{\rho} + \Delta\omega_m^{k+1}(t) + \Delta\omega_{m'm}^{k+1}(t) \end{aligned} \quad (29)$$

4) 所有区域并行更新对偶变量  $\{\lambda_{m'm}^{k+1}(t), \mu_{m'm}^{k+1}(t)\}_{m' \in \mathcal{M}_m}$

$$\lambda_{m'm}^{k+1}(t) = \lambda_{m'm}^k(t) + \rho(\Delta\omega_m^{k+1}(t) - \Delta\bar{\omega}_{m'm}^k(t)) \quad (30)$$

$$\mu_{m'm}^{k+1}(t) = \mu_{m'm}^k(t) + \rho(\Delta\omega_{m'm}^{k+1}(t) - \Delta\bar{\omega}_{m'm}^k(t)) \quad (31)$$

5) 所有区域将对偶变量  $\{\lambda_{m'm}^{k+1}(t), \mu_{m'm}^{k+1}(t)\}_{m' \in \mathcal{M}_m}$  发送给相邻区域  $m' \in \mathcal{M}_m$ 。

6) 设置  $k = k + 1$ , 继续第一步。

## 4 算例分析

基于 IEEE39 节点系统, 算例基础数据来自 Matpower 7.1, 网络分区如图 1 所示, 参考文献[22]将系统分为 3 个区域。在一台具有 8 核处理器的 Intel Core i7-9700K, 3.6 GHz, 16 GB RAM 的主机中利用在 Matlab R2020a 中添加 Casadi 3.4.0 工具箱实现<sup>[23]</sup>, 功率基准值取为 100 MVA, 闭环控制器的采样时间为  $\Delta T = 0.1$  s, 采用分段常数控制输入, 即  $u(t) = u_k, t \in [k\Delta t, (k+1)\Delta t]$ 。利用龙格库塔积分器将连续时间模型离散化, 对所产生的离散时间模型采用内点法求解。首先通过求解 ED 问题(1)来计算系统的稳

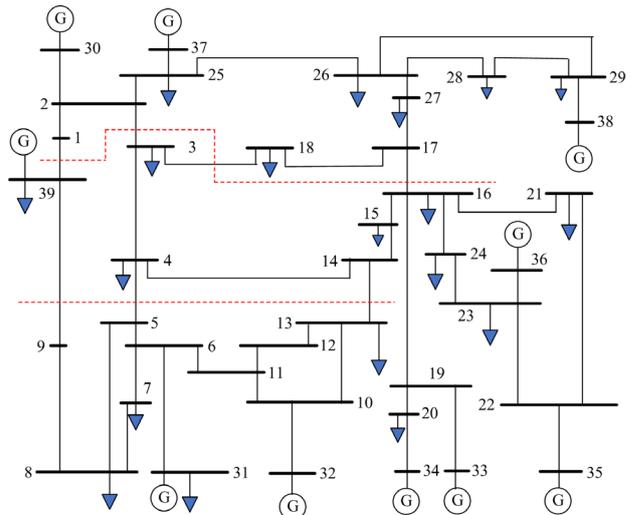


图 1 三区域 IEEE39 节点拓扑图

Fig. 1 Topology of three-area IEEE39 bus

态，基于该稳态分别比较单一平衡区域的集中式模型预测控制器和多区域的分布式模型预测控制器的效果。最后比较了传统集中式算法与提出的分布式算法的在线计算时间针对不同预测时长的可扩展性。

#### 4.1 单一平衡区域与多平衡区域的闭环稳定性对比

本节比较了基于单一平衡区域的集中式模型预测控制器与基于多平衡区域的分布式模型预测控制器在相同预测时长  $T = 2.5\text{ s}$  范围内的系统闭环稳定性。从图 2—图 5 可以看出：基于单一平衡区域和基于多平衡区域的模型预测控制系统在大约 2 s 后  $P^G$  和  $P^D$  都可以稳定在由稳态 ED 模型所确定的系统稳态，其中稳态输出功率  $P^G$  为 64.1 p.u.，稳态总可控负荷  $P^D$  为 62.54 p.u.；而相比于单一平衡区域系统的惯性速度，多区域系统子系统的惯性速度达到稳态需要的时间显著减少，大约只需  $3\Delta t$  即可达到同步速度  $\omega_s$ 。另外，对于单一平衡区域的集中式模型预测控制器与多平衡区域的分布式模型预测控制器这两种控制模式，10 台发电机组的功率动态调节曲线分别如图 6 和图 7 所示。

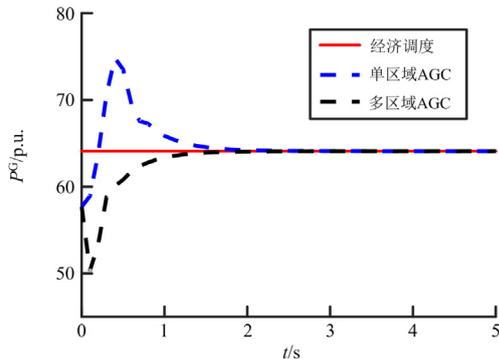


图 2 单区域与多区域控制效果对比—发电机功率

Fig. 2 Comparison of single-area and multi-area control method—generator output

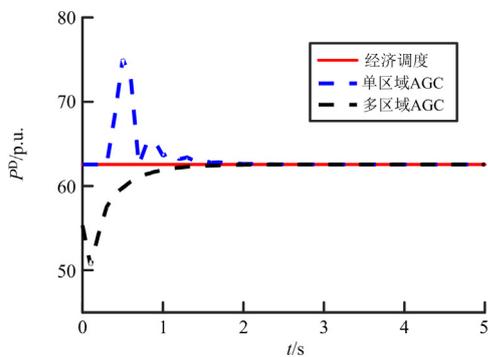


图 3 单区域与多区域控制效果对比—可控负荷

Fig. 3 Comparison of single-area and multi-area control method—controllable load

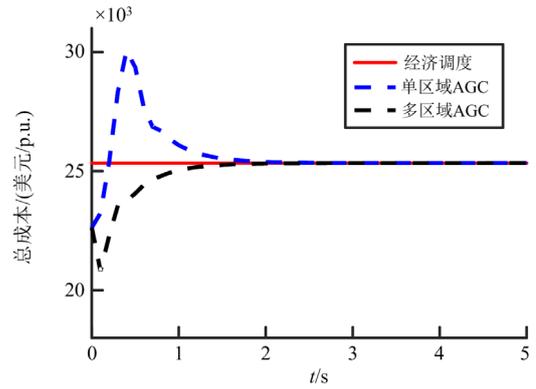


图 4 单区域与多区域控制效果对比—总成本

Fig. 4 Comparison of single-area and multi-area control method—total operation cost

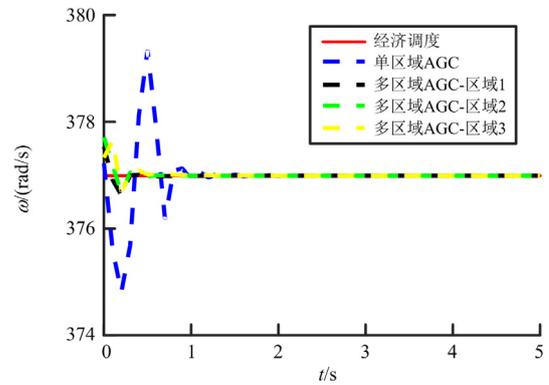


图 5 单区域与多区域控制效果对比—惯性速度

Fig. 5 Comparison of single-area and multi-area control method—inertial speed

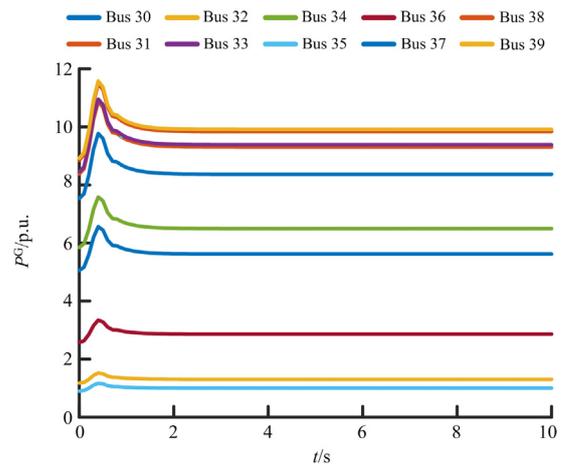


图 6 单区域控制的发电机功率动态调节曲线

Fig. 6 Dynamic regulation curve of generator output in single-area control mode

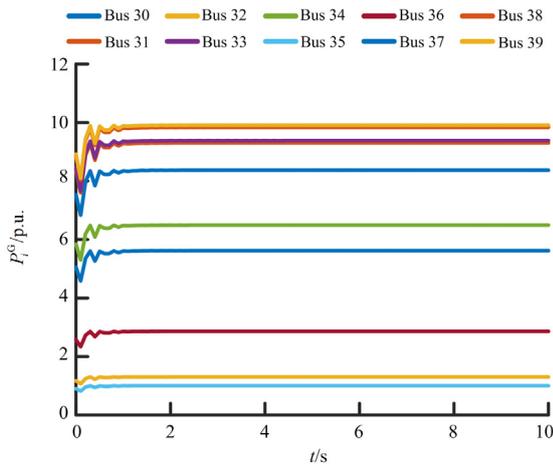


图7 多区域控制的发电机功率动态调节曲线

Fig. 7 Dynamic regulation curve of generator output in multi-area control mode

另外如图5所示, 所提出的基于多平衡区域的分布式模型预测控制器控制效果的波动幅度要显著小于传统基于单一平衡区域的集中式模型预测控制器, 这是由于基于多平衡区域的分布式模型预测控制器所构造的动力学系统具有更高的自由度, 使得系统的可控性更强。

#### 4.2 预测时长对模型预测控制器的影响

本节比较了基于单一平衡区域的集中式模型预测控制器与基于多平衡区域的分布式模型预测控制器在不同预测时长  $T$  下的系统闭环控制性能。如前文所述,  $T = \infty$  对应的模型预测控制器理论上将是全局最优且稳定的。定义  $V_1$  和  $V_2$  分别代表集中式模型预测控制器与分布式模型预测控制器的闭环成本函数, 通过计算  $V_1$  和  $V_2$  对于最优值  $V_1^*$  和  $V_2^*$  的相对误差来反映两种模型预测控制器在闭环控制上的表现。其中, 上角标“cl”代表闭环模型预测控制器得到的解,  $\tau$  表示模型预测控制器的闭环迭代次数。为了数值计算在  $T = \infty$  时对应的闭环控制器理论上获得最优值, 采用足够长的预测时长, 即  $T = 20$  s 时的仿真结果作为最优的  $V_1^*$  和  $V_2^*$ 。

$$V_1 = \sum_{\tau=0}^{100} \int_{\tau \cdot \Delta t}^{(\tau+1) \cdot \Delta t} \left\{ \frac{D}{2} (\Delta \omega^{\text{cl}}(t))^2 + \sum_{i \in \mathcal{G}} a_i (P_i^{\text{G,cl}}(t) - P_i^{\text{Ge}})^2 + \sum_{i \in \mathcal{G}} a_i (\alpha_i z^{\text{cl}}(t) - P_i^{\text{Ge}})^2 \right\} dt \quad (32)$$

$$V_2 = \sum_{\tau=0}^{100} \int_{\tau \cdot \Delta t}^{(\tau+1) \cdot \Delta t} \left\{ \frac{D_m}{2} (\Delta \omega_m^{\text{cl}}(t))^2 + \sum_{i \in \mathcal{G}_m} a_i (P_i^{\text{G,cl}}(t) - P_i^{\text{Ge}})^2 + \sum_{i \in \mathcal{G}_m} a_i (\alpha_i z_m^{\text{cl}}(t) - P_i^{\text{Ge}})^2 \right\} dt \quad (33)$$

表1为预测时长对不同控制器性能的影响对比。由表1可知, 无论基于单一平衡区域的集中式控制器还是多平衡区域的分布式控制器, 两种控制器在闭环控制中的性能都会随着预测时长的增加而显著提升。当  $T = 10$  s 时, 分布式控制器与集中式控制器对应的闭环成本  $V_1$  和  $V_2$  与最优值  $V_1^*$  和  $V_2^*$  的相对误差均低于 1%。相比于单一平衡区域的集中式模型预测控制器, 多平衡区域的分布式模型预测控制器的闭环控制性能在  $T$  较小时(如  $T = 1$  s)具有更明显的优势, 也再次说明基于多平衡区域的分布式模型预测控制器的控制自由度更高, 能使系统的可控性更强。

表1 预测时长对不同控制器性能的影响对比

Table 1 Influence comparison of different controllers in different prediction time

预测时长 $T/s$	1	3	5	10
$(V_1 - V_1^*)/V_1^*$	53.74%	14.06%	3.24%	0.32%
$(V_2 - V_2^*)/V_2^*$	29.24%	10.75%	1.37%	0.08%

#### 4.3 集中式算法与基于连续时域 ADMM 的分布式算法对比

本节比较了在求解多平衡区域的最优负荷频率控制问题时, 传统集中式计算方法和所提出的基于连续时域 ADMM 的分布式计算方法在计算效率上的差异。通过随机生成 100 个初始状态, 针对不同的预测时长  $T$ , 均进行了 100 次实验, 以获得具有统计学意义的可比性。由图8可知, 当预测时长  $T$  较短时, 传统集中式计算方法在求解时间上具有一定的优势, 而随着预测时长  $T$  的逐渐增加, 所提出的基于连续时域 ADMM 的分布式计算方法在计算时间上的优势逐渐体现出来。其中, 当  $T = 10$  s 时, 分布式连续时域 ADMM 算法所需要的平均时间大约是集中式算法的 50%, 而这一性能上的优势还会随着预测时长  $T$  的增加变得更加显著。值得注意的是, 对于图8中计算时间的对比, 所提出的分布式计算方法的统计时间已经包含了不同区域间信息交互的通信时间。

定义求解精度为优化变量在分布式算法迭代过程中的值与最优值之间的距离, 通过比较图9可以发现, 所提出的基于连续时域 ADMM 的分布式计算方法在求解精度要求不高的情况下, 其计算性能将进一步提升。同时, 当将分布式连续时域 ADMM 算法的求解精度降低 50% 时, 其计算时间也几乎相应的减少为之前的 40%~50%。而且, 当求解精度要求不高时, 分布式计算方法的计算性能也将变得相对更加稳定。此外, 由图9可知, 当设置分布式算法的求解精度相对较低时, 采用连续时域 ADMM

算法进行分布式求解的计算效率甚至可以将集中式算法的计算效率提高 4~5 倍,而在实际工程应用中,设置分布式算法的求解精度为  $10^{-2}$  往往已经能够达到实际需求。

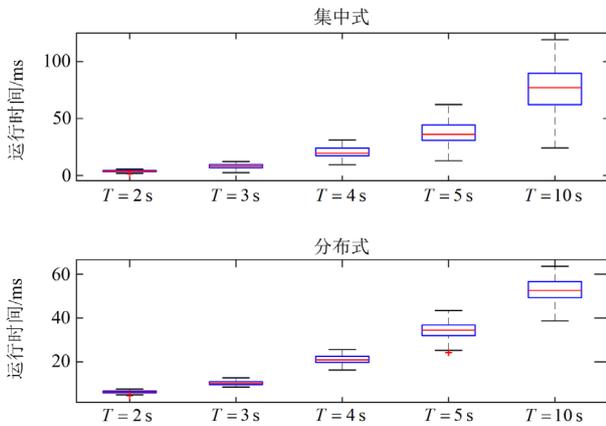


图 8 集中式与分布式算法的计算时间对比  
Fig. 8 Comparison of calculation time of centralized and distributed method

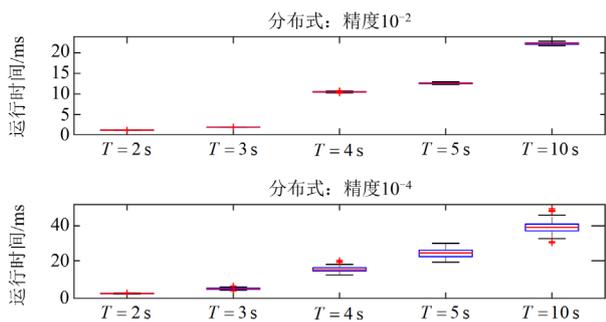


图 9 不同求解精度下分布式算法的计算时间对比  
Fig. 9 Comparison of calculation time of distributed method in different solution accuracy

### 5 结论

本文研究了考虑可控负荷调节能力的多区域互联电力系统分布式模型预测负荷频率控制问题。基于连续时域 ADMM 和分布式 MPC,提出一种考虑可控负荷主动参与的多区域电力系统分布式模型预测最优负荷频率控制模型。通过追求互联系统运行成本和频率偏差最小,利用分布式模型预测控制方法实现多区域系统的最优负荷频率控制,快速消除频率波动。所提模型具有如下优点: 1) 可以获得与集中式控制策略相当的频率控制性能,且通信复杂度较低; 2) 利用连续时域 ADMM 算法可把优化目标分解为可用解析方式求解的多个区域电网子优化问题,提高参数整定效率,更加适合实际的多区域

互联电力系统。

### 参考文献

- [1] 李志军, 王硕, 张家安, 等. 基于变论域模糊逻辑的互联电力系统负荷频率控制[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(16): 151-160.  
LI Zhijun, WANG Shuo, ZHANG Jia'an, et al. Variable universe fuzzy logic-based load frequency control in an interconnected power system[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(16): 151-160.
- [2] 李谟发, 张志文, 练红海, 等. 含双馈风电电力系统的采样负荷频率控制[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(2): 77-88.  
LI Mofa, ZHANG Zhiwen, LIAN Honghai, et al. Sampling load frequency control of power systems with doubly-fed wind power[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(2): 77-88.
- [3] 杨健维, 董鸿志, 廖凯, 等. 计及电动汽车辅助调频的负荷频率控制联合优化[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(3): 200-206.  
YANG Jianwei, DONG Hongzhi, LIAO Kai, et al. Joint optimization of load frequency control considering auxiliary frequency regulation of electric vehicles[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(3): 200-206.
- [4] 邹屹东, 钱晶, 张文英, 等. 基于 CPSOGSA 算法的风光-小水电微电网负荷频率最优 H2/H $\infty$ 鲁棒控制[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(11): 42-51.  
ZOU Yidong, QIAN Jing, ZHANG Wenying, et al. Optimal H2/H $\infty$  robust control for the load frequency of a microgrid including wind power-photovoltaic-small hydropower based on CPSOGSA[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(11): 42-51.
- [5] 李志军, 王硕, 张家安, 等. 基于变论域模糊逻辑的互联电力系统负荷频率控制[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(16): 151-160.  
LI Zhijun, WANG Shuo, ZHANG Jia'an, et al. Variable universe fuzzy logic-based load frequency control in an interconnected power system[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(16): 151-160.
- [6] 单华, 和婧, 范立新, 等. 面向抽水蓄能电站区域负荷频率的分数阶 PID 控制研究[J]. 电网技术, 2020, 44(4): 1410-1418.  
SHAN Hua, HE Jing, FAN Lixin, et al. Research on fractional order PID control of regional load frequency of pumped storage power station[J]. Power System Technology, 2020, 44(4): 1410-1418.
- [7] 梁煜东, 陈峦, 张国洲, 等. 基于深度强化学习的多能互补发电系统负荷频率控制策略[J]. 电工技术学报, 2023, 48(12): 3210-3218.

- 2022, 37(7): 1768-1779.
- LIANG Yudong, CHEN Luan, ZHANG Guozhou, et al. Load frequency control strategy of hybrid power generation system: a deep reinforcement learning-based approach[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2022, 37(7): 1768-1779.
- [8] 伍亮, 杨金明. 基于微分博弈理论的含多电源区域电力系统负荷频率控制[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(16): 2676-2683.
- WU Liang, YANG Jinming. Load frequency control of area power system with multi-source power generation based on differential games theory[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(16): 2676-2683.
- [9] 薛帅, 高厚磊, 郭一飞, 等. 大规模海上风电场的双层分布式有功控制[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(3): 1-9.
- XUE Shuai, GAO Houlei, GUO Yifei, et al. Bi-level distributed active power control for a large-scale wind farm[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(3): 1-9.
- [10] 李晖, 王智冬, 王斌, 等. 基于随机模型预测控制的电网联合调度[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(7): 30-36.
- LI Hui, WANG Zhidong, WANG Xiao, et al. Coordinated dispatch of power grid based on stochastic model predictive control[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(7): 30-36.
- [11] 陈来军, 王任, 郑天文, 等. 改善独立微网频率动态特性的虚拟同步发电机模型预测控制[J]. 电力系统自动化, 2018, 42(3): 40-47.
- CHEN Laijun, WANG Ren, ZHENG Tianwen, et al. Model predictive control of virtual synchronous generator to improve frequency dynamic characteristic of isolated microgrid[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(3): 40-47.
- [12] LIU X, ZHANG Y, LEE K Y. Coordinated distributed MPC for load frequency control of power system with wind farms[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6): 5140-5150.
- [13] 李玲芳, 陈义宣, 许岩, 等. 基于交替方向乘子法的分布式负荷频率控制策略[J]. 电力建设, 2021, 42(11): 125-132.
- LI Lingfang, CHEN Yixuan, XU Yan, et al. Distributed optimal load frequency control strategy based on alternating direction method of multiplier[J]. Electric Power Construction, 2021, 42(11): 125-132.
- [14] 叶林, 陈超宇, 张慈杭, 等. 基于分布式模型预测控制的风电场参与 AGC 控制方法[J]. 电网技术, 2019, 43(9): 3261-3270.
- YE Lin, CHEN Chaoyu, ZHANG Cihang, et al. Wind farm participating in AGC based on distributed model predictive control[J]. Power System Technology, 2019, 43(9): 3261-3270.
- [15] 屈滨, 杨鹏, 张怡. 含风电场的协同分布式模型预测负荷频率控制[J]. 控制工程, 2020, 27(7): 1238-1246.
- QU Bin, YANG Peng, ZHANG Yi. Coordinated distributed MPC for load frequency control of power system with wind farms[J]. Control Engineering of China, 2020, 27(7): 1238-1246.
- [16] WANG Z, LIU F, PANG J Z, et al. Distributed optimal frequency control considering a nonlinear network-preserving model[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 34(1): 76-86.
- [17] ILIC M D, XIE L, KHAN U A, et al. Modeling of future cyber-physical energy systems for distributed sensing and control[J]. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Part A Systems & Humans, 2010, 40(4): 825-838.
- [18] ZHAO C, TOPCU U, LI N, et al. Design and stability of load-side primary frequency control in power systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(5): 1177-1189.
- [19] TRIP S, DE P C. Distributed optimal load frequency control with non-passive dynamics[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2018, 5(3): 1232-1244.
- [20] RAWLINGS J B, MAYNE D Q, DIEHL M. Model predictive control: theory, computation, and design[M]. Nob Hill Publishing Madison, 2017.
- [21] BURK D, VOLZ A, GRAICHEN K. Towards asynchronous ADMM for distributed model predictive control of nonlinear systems[C]// 2021 European Control Conference (ECC), June 29-July 2, 2021, Delft, Netherlands: 1957-1962.
- [22] PERNINGE M, SODER L. A stochastic control approach to manage operational risk in power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(2): 1021-1031.
- [23] ANDERSSON J A, GILLIS J, HORN G, et al. Casadi: a software framework for nonlinear optimization and optimal control[J]. Mathematical Programming Computation, 2019, 11(1): 1-36.

收稿日期: 2022-11-02; 修回日期: 2023-01-30

作者简介:

付阳(1993—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统优化与控制; E-mail: 594707561@qq.com

宋运忠(1968—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统的分析与控制。E-mail: songhpu@126.com

(编辑 魏小丽)