

# 基于参数优化变分模态分解的间谐波检测

郑晓娇<sup>1</sup>, 王斌<sup>1</sup>, 李卜娟<sup>1</sup>, 喻敏<sup>2</sup>

(1. 武汉科技大学信息科学与工程学院, 湖北 武汉 430081; 2. 武汉科技大学理学院, 湖北 武汉 430065)

**摘要:** 变分模态分解(VMD)已在谐波检测领域得到应用, 但人为设定分解参数  $K$ , 导致误差较大。为提升 VMD 在间谐波检测中的准确性, 首先, 采用施密特正交化理论对 VMD 预分解得到的各分量进行正交化处理, 以避免模态混叠。然后求得不同  $K$  值对应的残差能量, 利用残差能量值最小化法优化参数  $K$ , 进而提取间谐波信号。最后采用对称差分能量算子, 获得间谐波信号幅值与频率等特征信息。仿真实验表明: 所提出的方法能有效优化参数  $K$ , 降低 VMD 分解误差。同经验模态分解(EMD)、集合经验模态分解(EEMD)以及近年新提出的同步挤压小波变换(SST)相比, 参数优化变分模态分解在间谐波检测上效果显著提升, 具有更高的检测精度。

**关键词:** 间谐波; 变分模态分解; 施密特正交化; 残差能量; 对称差分能量算子

## Inter-harmonics detection based on parameter optimization variational mode decomposition

ZHENG Xiaojiao<sup>1</sup>, WANG Bin<sup>1</sup>, LI Bujuan<sup>1</sup>, YU Min<sup>2</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China;  
2. School of Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430065, China)

**Abstract:** Variational mode decomposition (VMD) has been applied in the field of harmonic detection, but the error is large when the decomposition parameter  $K$  is artificially set. In order to improve the accuracy of VMD in inter-harmonic detection, first, Schmidt orthogonalization theory is used to orthogonalize the components obtained from VMD pre-decomposition in order to avoid modal aliasing. Then the residual energy corresponding to different  $K$  values is obtained, and the residual energy value minimization method is used to optimize the parameter  $K$ , and then extract the inter-harmonic signal. Finally, a symmetrical difference energy operator is used to obtain characteristic information such as the amplitude and frequency of the inter-harmonic signal. Simulation results show that the proposed method can effectively optimize the parameter  $K$  and reduce the VMD decomposition error. Compared with empirical mode decomposition (EMD), ensemble empirical mode decomposition (EEMD) and synchrosqueezing wavelet transform (SST) proposed in recent years, parameter optimized variational mode decomposition is more effective in inter-harmonic detection and has higher detection accuracy.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 51877161).

**Key words:** inter-harmonic; variational mode decomposition; Schmidt orthogonality; residual energy; symmetric difference energy operator

## 0 引言

近年来大量新型非线性电力电子设备以及非线性负荷等投入到电力系统中, 严重影响电力设备的工作稳定性以及优质电能的产生, 其中以谐波问题最为突出<sup>[1-4]</sup>。谐波对电力系统的危害巨大<sup>[5]</sup>, 而电

力系统中不仅存在整数次谐波, 也存在非整数次谐波, 即间谐波。间谐波的危害远大于整数次谐波, 因此对电力系统中存在的间谐波进行治理很有必要, 而能准确检测间谐波是治理的前提<sup>[6-8]</sup>。

检测间谐波的常用方法有傅里叶变换<sup>[9-10]</sup>、小波变换<sup>[11-12]</sup>、希尔伯特黄变换(Hilbert-Huang Transform, HHT)<sup>[13]</sup>、同步挤压小波变换(Synchrosqueezing wavelet Transform, SST)<sup>[14]</sup>等。傅里叶变换能准确提取信号中的整数次谐波分量, 然而由于电力信号

中的间谐波与基波并非同步变化, 导致其波形周期难以确定, 因而采用傅里叶变换提取间谐波时, 易产生由于非同步采样而导致的“栅栏效应”和“频谱泄露”<sup>[15]</sup>等问题, 使检测结果不准确。小波变换作为傅里叶变换思想的拓展与延伸, 它能够解决傅里叶变换因非同步采样而引起的“栅栏效应”和“频谱泄露”问题, 且还能自由调节时频窗, 具有较强的自适应性, 但其需预先设置小波基与分解层数<sup>[16]</sup>, 而不同的小波基对间谐波的检测效果影响较大。不仅如此, 在分解过程中, 小波变换仅能对信号的低频部分进行分解, 而无法分解高频部分, 使间谐波检测精度在整体上降低。HHT 是近年来分析非线性复杂波形中性能较好的时频工具, 它由经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)和希尔伯特变换(Hilbert Transform, HT)两部分构成。HHT 首先采用 EMD 将输入信号分解为一系列本征模态函数, 再运用 HT 求得各分量的幅值与频率, 因其无需选择基函数且能自适应分解, 近年来已被广泛应用于电力谐波以及间谐波信号的检测中, 然而 EMD 在分解过程中易引入虚假分量, 不仅如此, 它还会造成模态混叠和端点效应等问题, 同时, HT 产生的负频率目前也无法解释。SST 是以连续小波变换(Continuous Wavelet Transform, CWT)为基础的时频分析方法, 它通过在频域方向上对 CWT 系数进行同步挤压, 降低了各时频曲线发生交叉的可能, 具有良好的模态分解能力以及抗噪性, 是近年来新出现的检测间谐波精度很高的方法。但其在利用 CWT 进行同步挤压处理时, 同小波变换一样, 需选择合适的小波母函数, 且同步挤压的效果会受到该选择的较大影响<sup>[17]</sup>。

变分模态分解<sup>[18]</sup>(Variational Mode Decomposition, VMD)是信号处理中一种较新的时频分析方法, 近年来已有学者将其应用于谐波检测领域。文献[19]首次将 VMD 用于电力谐波信号的检测中, 有较好的检测效果, 但就  $K$  值如何选取并未明确说明。文献[20]运用频谱预分析的方法来确定 VMD 分解模态数, 但其需要人为观察频谱个数, 且在电力信号检测中未考虑间谐波的影响。事实上采用 VMD 对信号间谐波成分检测时, 模态数  $K$  对检测效果的影响很大。若  $K$  值选取不当, VMD 易出现过分解、欠分解现象, 导致 VMD 对间谐波的检测效果受到影响。因此为了实现变分模态分解对间谐波信号的准确提取, 本文提出了一种优化 VMD 算法中参数  $K$  的间谐波检测方法, 并应用对称差分能量算子求解幅值和频率参数。仿真表明: 该方法有效解决了 VMD 中参数  $K$  需人为设定的问题, 参数优化效果好, 能正确提取出信号中所包含的间谐波成分, 实现间谐波信号的高精度检测。

## 1 变分模态分解

变分模态分解是一种完全非递归的模态变分和信号处理方法。其主要运用了维纳滤波、希尔伯特变换以及频率混合的原理。它重新定义了本征模态函数(Intrinsic Mode Function, IMF), 认为每一个 IMF 是一个调幅-调频(AM-FM)信号, 如式(1)所示。

$$u_k(t) = A_k(t) \cos(\phi_k(t)) \quad (1)$$

式中:  $\phi_k(t)$  为  $u_k(t)$  的相位且  $\phi_k(t) > 0$ ;  $\omega_k(t) = \frac{d\phi_k(t)}{dt}$  为  $u_k(t)$  的瞬时频率, 且  $\omega_k(t) > 0$ ;  $A_k(t)$  为瞬时幅值, 同样有  $A_k(t) > 0$ 。

VMD 的核心思想是变分问题, 它将信号分解转移到变分框架中, 通过对变分模型最优解的搜索来实现信号分解。其旨在将输入信号  $f$  分解成  $K$  个模态函数  $u_k(t)$ , 并使得每个模态函数之和与信号  $f$  相等的同时, 满足每个模态函数的估计带宽之和达到最小, 具体的约束变分问题如式(2)所示。

$$\begin{cases} \min_{\{u_k\}, \{\omega_k\}} \left\{ \sum_k \left\| \partial_t \left[ \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\} \\ \text{s.t. } \sum_k u_k(t) = f \end{cases} \quad (2)$$

通过引入拉格朗日乘数  $\lambda$  和二次项惩罚因子  $\alpha$  将式(2)中约束变分问题转变为非约束的变分问题, 并得到增广拉格朗日表达式, 如式(3)所示。

$$\begin{aligned} L(\{u_k\}, \{\omega_k\}, \lambda) = & \alpha \sum_k \left\| \partial_t \left[ \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \\ & \left\| f(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 + \left\langle \lambda(t), f(t) - \sum_k u_k(t) \right\rangle \end{aligned} \quad (3)$$

引入乘子交替算法来求解以上变分问题, 通过不断交替更新  $u_k^{n+1}$ 、 $\omega_k^{n+1}$  以及  $\lambda^{n+1}$  的值, 来求得增广拉格朗日表达式的“鞍点”, 当循环满足迭代停止条件  $\sum_k \|\hat{u}_k^{n+1} - \hat{u}_k^n\|_2^2 / \|\hat{u}_k^n\|_2^2 < \varepsilon$ , 则循环结束, 输出得到  $K$  个 IMF 分量。其中, 分解得到的模态分量  $u_k$ 、中心频率  $\omega_k$  以及 Lagrange 算子  $\lambda$  的更新表达式分别如式(4)一式(6)所示。

$$\hat{u}_k^{n+1}(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_i(\omega) + \frac{\hat{\lambda}(\omega)}{2}}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k)^2} \quad (4)$$

$$\omega_k^{n+1} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_k(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_k(\omega)|^2 d\omega} \quad (5)$$

$$\hat{\lambda}^{n+1}(\omega) = \hat{\lambda}^n(\omega) + \tau \left[ \hat{f}(\omega) - \sum_{k=1}^K \hat{u}_k^{n+1}(\omega) \right] \quad (6)$$

VMD 算法具体的实现过程如下。

- (1) 初始化  $\{u_k^1\}$ 、 $\{\omega_k^1\}$ 、 $\{\lambda_k^1\}$  和  $n=0$ ;
- (2)  $n=n+1$  进入循环;
- (3) 依据  $u_k$  和  $\omega_k$  的更新公式进行更新, 直到分解个数达到  $K$  时停止内循环;
- (4) 依据  $\lambda$  的更新公式更新  $\lambda$ ;
- (5) 给定判别精度  $\varepsilon > 0$ , 若满足停止条件则停止循环, 否则进入步骤(2)继续循环。

## 2 基于参数优化 VMD 的间谐波检测

### 2.1 不同 $K$ 值对 VMD 分解性能的影响

VMD 对非平稳、非线性信号具有良好的分解效果。但同许多经典聚类和分段算法(如 K-means)一样, 其分解效果受参数选取的影响较大。如果分解参数  $K$  设置不合理, 则会导致分解结果出现较大误差。

由 VMD 的约束条件可知, VMD 分解的本质是使得输入信号近似等于  $K$  个模态之和, 因而当  $K$  过小时, 易导致信号分解不足, 信号中的部分分量混在一起, 呈现欠分解状态。而  $K$  过大则会使得信号分解过度, 信号的重要部分由两个或多个不同的模式共享, 并且它们的中心频率重合, 呈现过分解状态。因此在使用 VMD 进行信号分解时, 需预先确定合适的  $K$  值。

为更直观地说明, 给定信号如式(7)所示,  $K$  取不同值时, 对该信号进行 VMD 分解, 分解结果如图 1 所示。

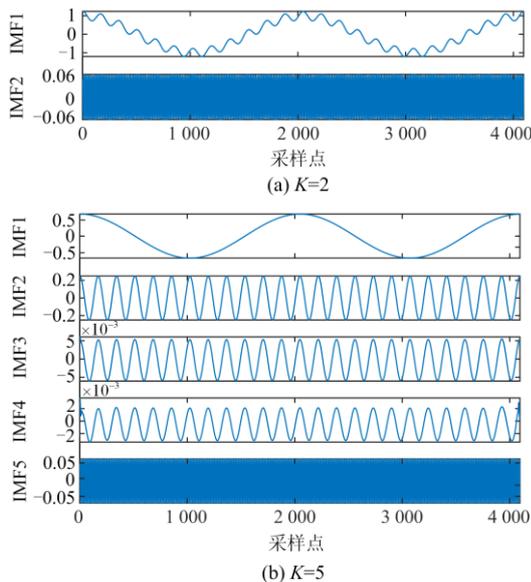


图 1 不同  $K$  值下的信号分解图

Fig. 1 Signal decomposition diagram under different  $K$  values

$$f_n(t) = \cos(4\pi t) + \frac{1}{4} \cos(48\pi t) + \frac{1}{16} \cos(576\pi t) \quad (7)$$

由图 1 可知,  $K=2$  时, IMF1 中明显混有多个频率分量, 导致波形畸变, 说明  $K$  过小, 信号未被完全分解;  $K=5$  时, IMF2—IMF4 频率相同, 均为 24 Hz, 说明  $K$  过大, 导致一个信号成分被分解为多个, 信号被过度分解。由此可知,  $K$  值不同, 得到的结果差异很大。

### 2.2 基于残差能量值优化参数 $K$

在使用模式和重构输入信号的约束下, VMD 能同时从原信号中提取出多种模式, 但其忽略了残差(即输入信号与重构信号之间的差异)对算法性能的影响<sup>[21]</sup>。因此, 本文将变分模态分解过程中的残差考虑进来, 用以优化参数  $K$ 。

由上述分析可知, 输入信号  $f(t)$  经 VMD 分解后除了有  $K$  个模式  $u_k(t)$  外, 还应包含残差  $r(t)$ , 因此可得残差的计算公式为

$$r(t) = f(t) - u_1(t) - u_2(t) - \dots - u_k(t) = f(t) - \sum_{k=1}^K u_k(t) \quad (8)$$

又因 VMD 分解得到的分量并非完全正交<sup>[22]</sup>, 导致可能出现模态混叠。因此, 对 VMD 预分解得到的  $K$  个分量采用施密特正交化理论进行处理, 剔除分量间相关成分。正交化处理后各分量如式(9)所示。

$$\begin{aligned} u_{1s}(t) &= u_1(t) \\ u_{2s}(t) &= u_2(t) - \frac{\langle u_2(t), u_{1s}(t) \rangle}{\langle u_{1s}(t), u_{1s}(t) \rangle} u_{1s}(t) \\ &\vdots \\ u_{ks}(t) &= u_k(t) - \frac{\langle u_k(t), u_{1s}(t) \rangle}{\langle u_{1s}(t), u_{1s}(t) \rangle} u_{1s}(t) - \\ &\quad \frac{\langle u_k(t), u_{2s}(t) \rangle}{\langle u_{2s}(t), u_{2s}(t) \rangle} u_{2s}(t) - \dots - \frac{\langle u_k(t), u_{(k-1)s}(t) \rangle}{\langle u_{(k-1)s}(t), u_{(k-1)s}(t) \rangle} u_{(k-1)s}(t) \end{aligned} \quad (9)$$

式中,  $u_{ks}(t)$  是经过正交化处理后的各分量, 则残差计算方式由式(8)变为式(10)。

$$\begin{aligned} r_s(t) &= f(t) - u_{1s}(t) - u_{2s}(t) - \dots - u_{ks}(t) = \\ &= f(t) - \sum_{k=1}^K u_{ks}(t) \end{aligned} \quad (10)$$

求残差  $r_s(t)$  的能量, 如式(11)所示。

$$E_{rs} = \int_{-\infty}^{+\infty} r_s^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( f(t) - \sum_{k=1}^K u_{ks}(t) \right)^2 dt \quad (11)$$

多次采用 VMD 和施密特正交化理论对信号进行预分解及正交化处理, 取残差能量值  $E_{rs}$  最小时

所对应的  $K$  为 VMD 分解的最优值。

为更好地说明对分量进行施密特正交化处理以及利用残差能量值最小化优化参数  $K$  的意义, 以式 (7) 为例对其进行直观展示, 图 2 是将图 1 正交化后的结果。

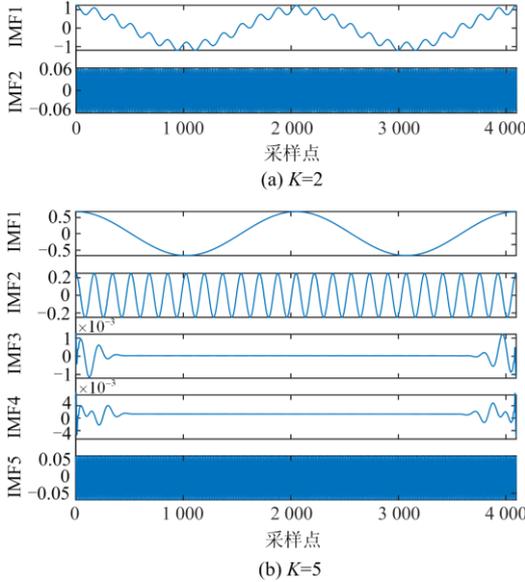


图 2 不同  $K$  值下正交后信号分解图

Fig. 2 Signal decomposition diagram after orthogonalization under different  $K$  values

由图 2 可知,  $K$  较小时, 分量中基本无相关性较大成分, 只是不同频率成分未被完全分解, 正交化处理对其影响较小, 剔除的分量较少, 基本与正交化前一致。而  $K$  过大时, 因 IMF2—IMF4 相关, 正交化处理后, IMF3 和 IMF4 中与 IMF2 相关的成分被剔除, 基本变为 0。

进一步总结与分析可知, 欠分解时, 原始信号本身并未被完全分解, 残差中仍含有原始信号的局部成分, 导致残差能量值较大, 而正交化后, 剔除的分量落到残差中, 只会加大残差能量的值。过分解时, 一个单分量被分解为频率相同的多个相关性较大的分量, 正交化后, 分量中的相关成分落到残差中, 也会导致残差能量值增大。因而只有  $K$  取值合适时, 信号分解最完全, 此时残差最小, 残差能量值  $E_r$  最小, 对应的  $K$  即为 VMD 分解最优  $K$  值。

### 2.3 对称差分能量算子

对称差分能量算子<sup>[23]</sup>在 Teager 能量算子 (Teager Energy Operator, TEO)<sup>[24]</sup>的基础上推导而来。为减小 TEO 解调时带来的误差, 对称差分能量算子采用中心有限差分代替 TEO 中的前向差分, 则信号  $x(n)$  的差分序列变为

$$y(n) = \frac{[x(n+1) - x(n)] + [x(n) - x(n-1)]}{2} = \frac{x(n+1) - x(n-1)}{2} \quad (12)$$

在原始离散信号的基础上对信号进行平滑处理, 则可以得到平滑后的差分序列为

$$\tilde{y}(n) = \frac{x(n+1) - 2x(n) + x(n-1)}{4} \quad (13)$$

对式(13)进行能量算子运算, 可得

$$\tilde{\psi}(x(n)) = \frac{\psi[x(n+1)] + 2\psi[x(n)] + \psi[x(n-1)]}{4} \quad (14)$$

应用传递函数  $H(z) = z(1 + 2z^{-1} + z^{-2})$  来求解新的能量算子, 从而得到信号瞬时幅值与频率估计值。

$$a(n) \doteq \frac{2\psi[x(n)]}{\sqrt{\psi[x(n+1) - x(n-1)]}} \quad (15)$$

$$w(n) \doteq \frac{1}{2} \arccos\left[1 - \frac{\psi[x(n+1) - x(n-1)]}{4\psi[x(n)]}\right] \quad (16)$$

## 3 仿真与实测数据分析

### 3.1 算例 1: 稳态间谐波分析

电力系统中含间谐波的稳态仿真信号模型可表示为

$$f(t) = \sum_{m=1}^M A_m \sin(2\pi f_m t + \varphi_m) \quad (17)$$

式中,  $A_m$ 、 $f_m$  和  $\varphi_m$  分别为各谐波分量的幅值、频率和相位信息。

采用 IEEE 间谐波工作组中的例子<sup>[25]</sup>对本文所提算法进行验证, 其参数信息如式(18)所示。采样频率  $f_s = 4096$  Hz, 采样点  $N = 4096$ 。

$$f(t) = \sin(100\pi t) + 0.3 \sin(208\pi t) + 0.4 \sin(234\pi t) + 0.2 \sin(268\pi t) + 0.2 \sin(294\pi t) + 0.5 \sin(500\pi t) \quad (18)$$

对  $f(t)$  采用 VMD 及施密特正交化进行预处理, 得残差能量值变化如图 3 所示。由图 3 可知,  $K = 7$  时对应的残差能量最小, 因而将  $K = 7$  选作 VMD 分解稳态信号的最优值。图 4—图 7 分别为 VMD、EMD、EEMD 及 SST 分解结果。

由图 4 可知, VMD 分解得到的 IMF2—IMF7 都呈规则的正弦波动, 未发生畸变, 说明其为单一分量, 且其能与原始信号中的 6 个分量一一对应, 说明参数  $K$  优化后的 VMD 方法能将原始信号中的各分量信号分解出来, 得到合理的分解结果。图 5 对应的 EMD 分解中仅 IMF1 与 IMF3 能很明显地判断其为 5 次谐波和基波分量, 其余原始信号中的间谐波成分均未分解出来。图 6 中 EEMD 亦是仅能识别出基波与 5 次谐波, 而无法识别间谐波分量。EMD 与 EEMD 无法分离出间谐波成分是由于原始信号中

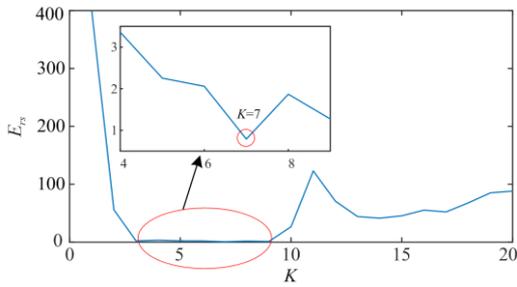


图 3 稳态信号残差能量值变化

Fig. 3 Change of residual energy in steady-state signal

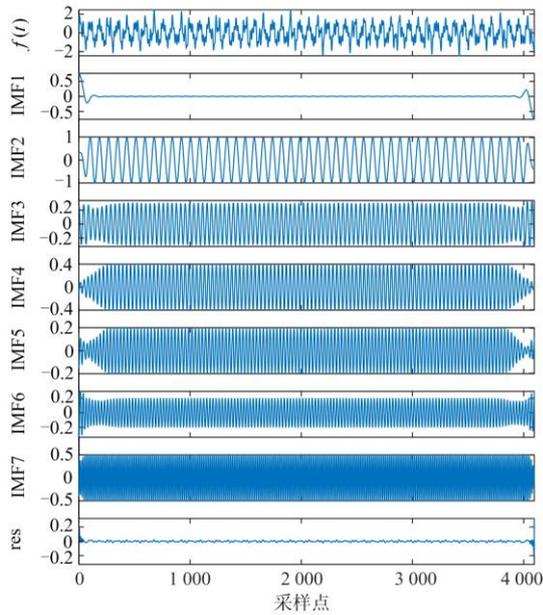


图 4 稳态信号及其 VMD 分解

Fig. 4 Steady-state signal and its VMD decomposition

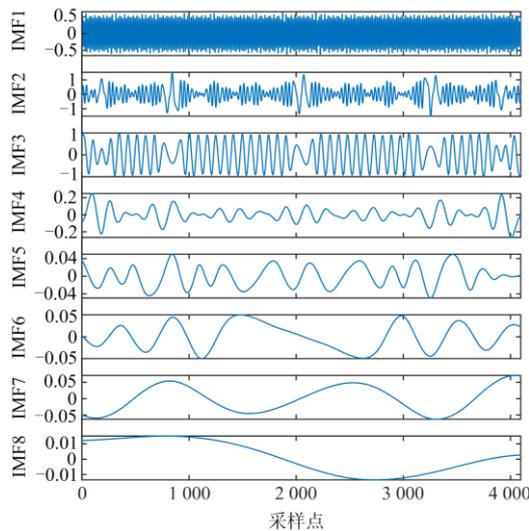


图 5 稳态信号 EMD 分解

Fig. 5 EMD decomposition of steady-state signal

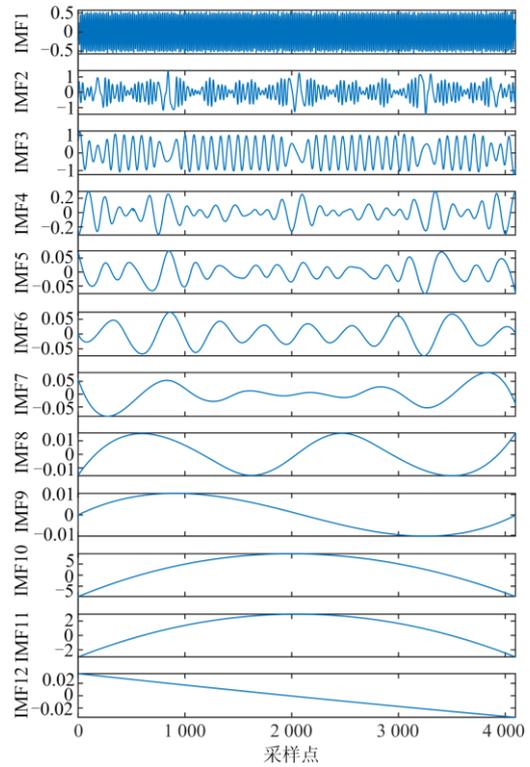


图 6 稳态信号 EEMD 分解

Fig. 6 EEMD decomposition of steady-state signal

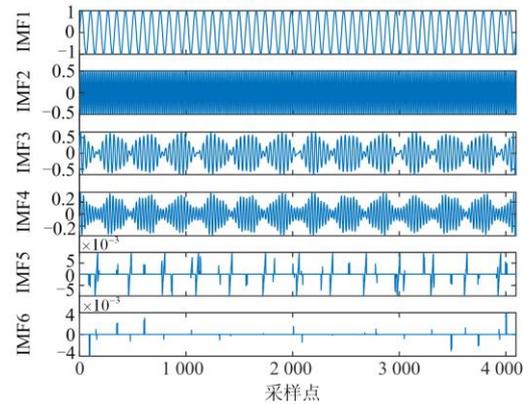


图 7 稳态信号 SST 分解

Fig. 7 SST decomposition of steady-state signal

的间谐波均相隔较近, 而 EMD 与 EEMD 能将分量分离开的条件是较大分量与较小分量的频率比值大于  $2^{[26]}$ , 显然原始信号中的间谐波分量并未满足此条件, 因而 EMD 及 EEMD 方法无法将其分解出来。同时, 从图 6 中可以看出, EMD 与 EEMD 分解出的分量中产生了大量虚假分量, 会影响判断, 虽 VMD 分解也会产生虚假分量, 但远少于 EMD 与 EEMD。不仅如此, 其产生的虚假分量基本为零, 能很好地将虚假分量与真实分量区分开来, 从而不影响判断。从图 7 可以看出, SST 分解仅前两项能

对应原始信号中的分量，但其分解效果明显好于 EMD 和 EEMD 分解。分量 1 为基波，分量 2 为 5 次谐波，所得到的基波分量与谐波分量均未出现模态混叠现象。但与参数优化 VMD 分解相比，SST 未将原始信号中的间谐波分量分解出来。虽然 SST 将分解得到的时频图在频率域方向进行了压缩，能够有效避免频率混叠，在检测较为接近的间谐波频率时有一定优势，但当有多个相邻的频率较为接近的间谐波成分时，SST 仍无法检测出。

运用对称差分能量算子对 VMD 分解得到的各分量进行解调，并求其瞬时幅值与频率平均值，检测结果如表 1 所示。

表 1 稳态信号检测结果

Table 1 Detection result of steady-state signal

幅值/V			频率/Hz		
真值	检测值	误差/%	真值	检测值	误差/%
1.0	0.999 9	0.010 0	50	49.999 9	$2.0 \times 10^{-4}$
0.3	0.298 5	0.500 0	104	104.006 7	$6.4 \times 10^{-3}$
0.4	0.400 1	0.025 0	117	116.996 3	$3.2 \times 10^{-3}$
0.2	0.199 9	0.050 0	134	134.026 3	0.019 6
0.2	0.198 5	0.750 0	147	147.015 3	0.010 4
0.5	0.500 0	0	250	250.000 0	0

由表 1 稳态信号的检测结果可知，检测出的各分量幅值与频率都很精确，检测误差小，与真实值接近。

以上检测结果说明：当电力信号中存在有较为接近的间谐波分量时，本文所提出的参数优化方法适用且有效，参数优化 VMD 能将各分量信息都准确提取出来，且具有较高的检测精度。

### 3.2 算例 2：时变间谐波信号分析

在实际电力系统中，间谐波的幅值与频率往往具有时变的特点，因此将参数优化后的 VMD 运用于时变间谐波信号的检测，设含时变间谐波的信号如式(19)所示。

$$f(t) = \begin{cases} \sin(100\pi t), & 0 < t < 1 \\ 0.1\sin(500\pi t) + 0.4\sin(150\pi t), & 0.05 \leq t < 0.2 \\ 0.8\sin(220\pi t), & 0.2 \leq t < 0.35 \\ 0.6\sin(350\pi t), & 0.35 \leq t < 0.5 \end{cases} \quad (19)$$

考虑在时变信号中加入信噪比为 50 dB 的高斯白噪声干扰，采样频率与采样点数均与算例 1 一致。

图 8 是对该时变信号采用 VMD 及施密特正交化进行预处理后的残差能量值变化图。由图 8 可知， $K=7$  时对应的残差能量最小，因此，将  $K=7$  作为 VMD 方法分解时变间谐波信号的最优值。

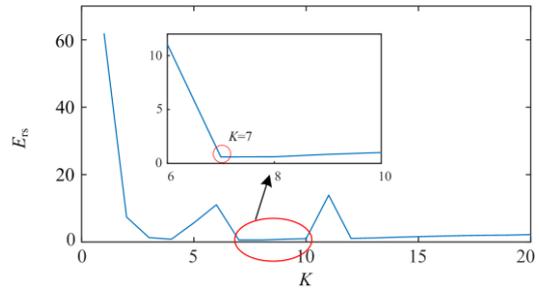


图 8 时变信号残差能量值变化

Fig. 8 Change of residual energy in time-varying signal

图 9—图 12 分别为 VMD、EMD、EEMD 以及 SST 分解结果。

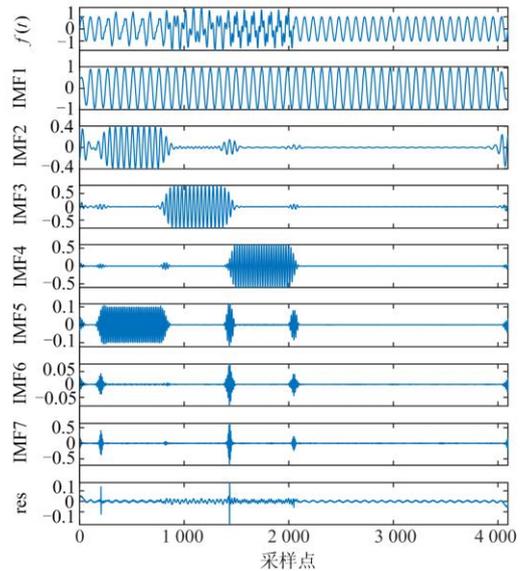


图 9 时变信号及其 VMD 分解

Fig. 9 Time-varying signal and its VMD decomposition

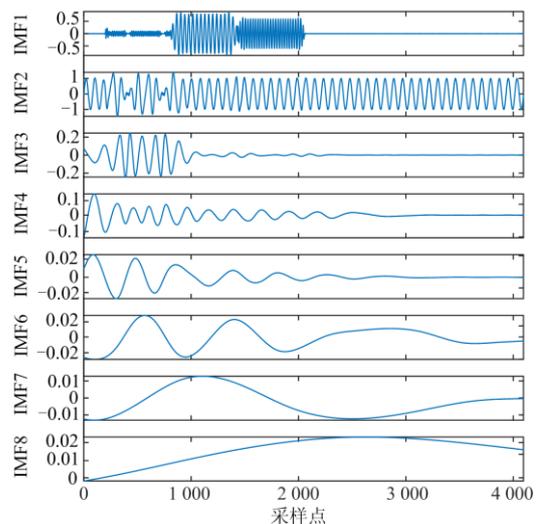


图 10 时变信号 EMD 分解

Fig. 10 EMD decomposition of time-varying signal

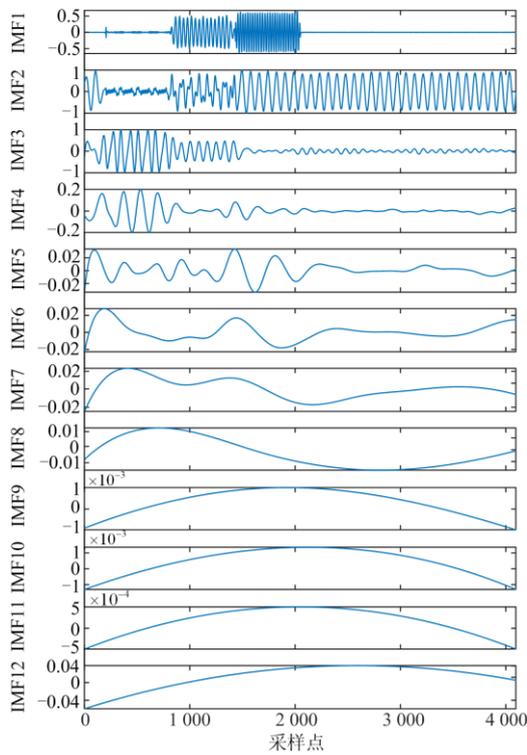


图 11 时变信号 EEMD 分解

Fig. 11 EEMD decomposition of time-varying signal

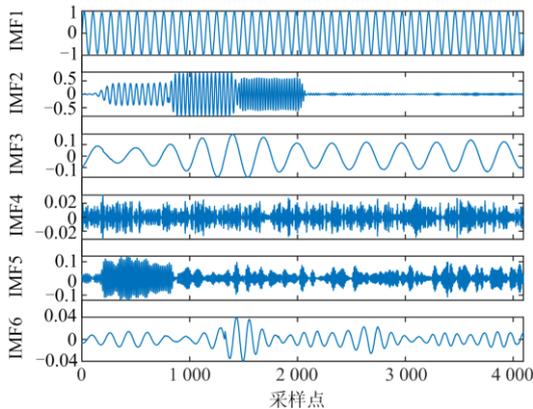


图 12 时变信号 SST 分解

Fig. 12 SST decomposition of time-varying signal

由图 9 可知, VMD 方法分解出的前 5 项可以对应原始时变信号中的各分量。其中 IMF1 对应时变信号中的基波, IMF2 与 IMF5 分别对应 0.05~0.2 时段 75 Hz 间谐波和 5 次谐波, IMF3 对应 0.2~0.35 时段 110 Hz 间谐波, IMF4 对应 0.35~0.5 时段 175 Hz 间谐波, 可见 VMD 方法将每一时段的分量均分离了出来。图 10 中, EMD 分解出的 IMF1 从左到右依次对应原始信号中的 5 次谐波, 110 Hz 间谐波以及 175 Hz 间谐波, IMF2 为基波, IMF3 为 75 Hz 间谐波, 但其幅值明显变小, 且基波与 75 Hz 间谐

波产生了模态混叠现象。图 11 中 EEMD 能分辨出 IMF1 为 110 Hz 和 175 Hz 间谐波, IMF2 为基波, IMF4 对应 75 Hz 间谐波, 但分量与分量间模态混叠严重, 如理应在 IMF2 中的基波有部分出现在了 IMF3 中。由此可见, EMD 与 EEMD 分解出的分量均出现了不同程度的模态混叠现象。由图 14 可知, SST 分解得到的 IMF1 为基波, IMF2 分别对应原始时变信号中的 0.05~0.2、0.2~0.35、0.35~0.5 这三个时段信号, 其分别为 75 Hz、110 Hz 及 175 Hz 间谐波, 可见 SST 将时变信号中的间谐波成分均分解了出来, 效果与 VMD 相当, 第 5 分量的前面部分对应原始信号中 0.05~0.2 时段的 5 次谐波, 但其发生了严重畸变, 且其与信号中的噪声混合, 容易将其误判为噪声分量, 而无法检测出来。

### 3.3 算例 3: 实际含间谐波的信号分析

文献[27]建立了一台三相电弧炉谐波电流模型, 本文引用其熔化模式下的电弧炉稳态电流数据, 并设置采样频率为 4 096 Hz, 采样 4 096 点, 同时在原始电弧炉数据中加入 5% 的随机噪声, 该电弧炉信号将 60 Hz 作为基波频率。

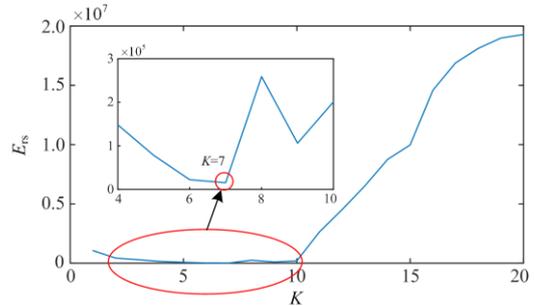


图 13 实际电弧炉信号残差能量值变化

Fig. 13 Change of residual energy in actual electric arc furnace signal

采用 VMD 及施密特正交化理论预处理电弧炉信号, 得到其残差能量值变化如图 13 所示, 从图 13 可知,  $K=7$  时对应的残差能量最小, 因此将  $K=7$  作为 VMD 的最佳分解参数。电弧炉信号的 VMD 分解以及 EMD、EEMD、SST 分解结果如图 14—图 17 所示。

图 14 中 VMD 分解得到的 IMF2—IMF7 均为规则的正弦信号, 由此可知这 6 个分量均为电弧炉电流信号中的各成分。而图 15 中的 EMD 分解只得到了 2 个分量, 图 16 中 EEMD 分解可以得到 12 个分量, 但均发生了不同程度的模态混叠, 无法对各个分量进行识别。而图 17 中 SST 得到的分解图仅前 4 个分量为规则无畸变的正弦信号分量, 说明其仅分

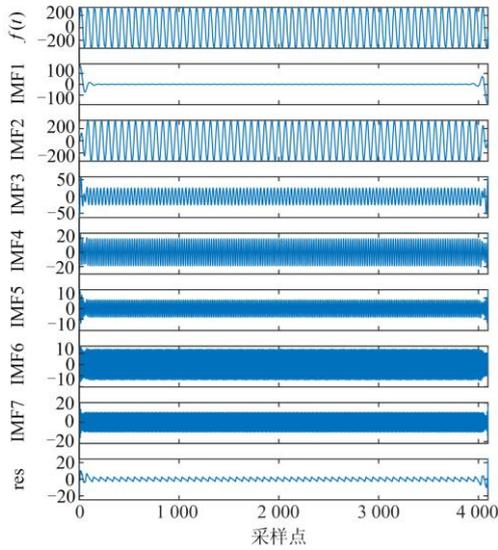


图 14 电弧炉信号及其 VMD 分解

Fig. 14 Electric arc furnace signal and its VMD decomposition

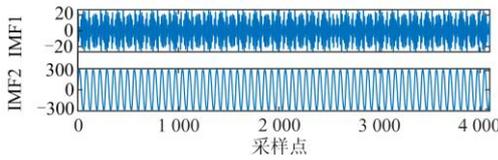


图 15 实际电弧炉信号 EMD 分解

Fig. 15 EMD decomposition of actual electric arc furnace signal

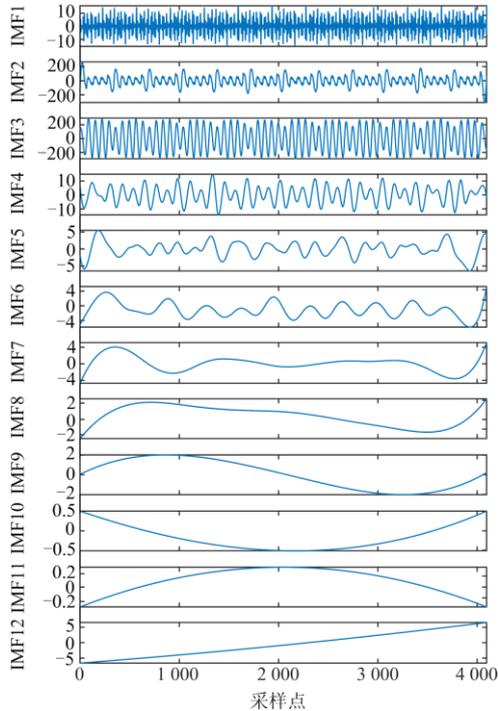


图 16 实际电弧炉信号 EEMD 分解

Fig. 16 EEMD decomposition of actual electric arc furnace signal

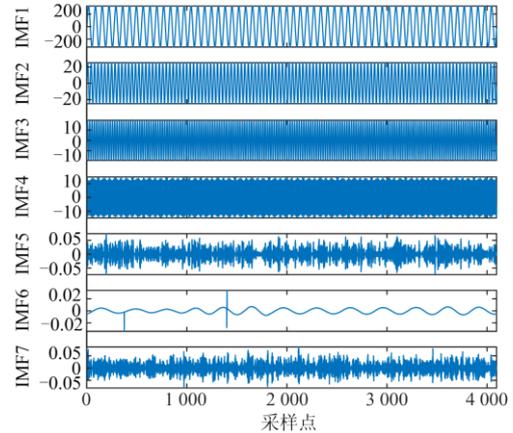


图 17 实际电弧炉信号 SST 分解

Fig. 17 SST decomposition of actual electric arc furnace signal

解出了 4 个分量。运用对称差分能量算子求 VMD 分解所得的各分量的瞬时幅值与瞬时频率，并对其求平均值，得幅值与频率的检测结果如表 2 所示。

表 2 电弧炉信号检测结果

Table 2 Detection results of electric arc furnace signal

真值	幅值/A		真值	频率/Hz	
	VMD	误差/%		VMD	误差/%
327.5	327.500 7	$2.1 \times 10^{-4}$	60	60.000 3	$5.0 \times 10^{-4}$
25.22	25.212 4	0.030 1	120	120.004 6	$3.8 \times 10^{-3}$
18.99	18.988 2	$9.5 \times 10^{-3}$	180	180.000 9	$5.0 \times 10^{-4}$
8.19	8.189 0	0.012 2	240	240.002 8	$1.2 \times 10^{-3}$
13.76	13.763 1	0.022 5	312	311.999 1	$2.9 \times 10^{-4}$
10.15	10.148 9	0.010 8	420	420.000 2	$4.8 \times 10^{-5}$

由表 2 可知，VMD 方法检测出了电弧炉信号中的所有分量成分，且检测结果均接近真值，幅值检测误差与频率检测误差均较小，都满足电力系统间谐波检测的要求。

#### 4 结语

针对 VMD 中参数  $K$  需人为设定的问题，本文提出了一种参数优化变分模态分解的方法。利用 VMD 分解信号的能力将电力信号中的间谐波有效分离出来，并结合对称差分能量算子提取间谐波幅值与频率，实现了对电力系统中稳态以及暂态间谐波信号的检测。通过分析与实验验证，得出了以下结论。

(1) 运用残差能量最小化优化参数  $K$  的方法，有效解决了传统变分模态分解算法中  $K$  值需人为设定的问题，实现了信号最优分解。

(2) 参数优化变分模态分解与对称差分能量算子相结合的方法能有效检测出电力信号中频率较为

接近的间谐波成分, 效果好于传统的 EMD、EEMD、SST 分解, 且具有较高的检测精度, 适用于稳态、暂态间谐波信号的检测。

(3) 参数优化后, 变分模态分解得到的虚假分量远少于 EEMD 分解, 且虚假分量基本为零, 能与真实分量区分开来, 大大降低了发生误判的可能。

本文在理论分析中验证了所提方法的准确性与有效性。实际运用中, 可考虑利用 CCS9.2.0 平台实现文中所提算法, 后将编译结果抄写至 C2000 系列 DSP 运行, 检测结果通过 DA 模块模拟输出信号或通过串口输出至上位机平台, 实现电力信号的检测与分析。但本文方法并未考虑强噪声环境以及间谐波接近基波分量的影响, 因而还需进一步深入研究, 拓展该方法的适用性, 为实际应用提供更有利的支持。

#### 参考文献

- [1] 兰金晨, 朱革兰, 李松奕. 基于广义 S 变换突变识别的暂稳态谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(23): 40-46.  
LAN Jinchun, ZHU Gelan, LI Songyi. Detection method of transient and steady state harmonics based on generalized S-transform mutation recognition[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(23): 40-46.
- [2] AMROUNE M, BOUKTIR T, MUSIRIN I. Power system voltage instability risk mitigation via emergency demand response-based whale optimization algorithm[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2019, 4(1): 1-14.
- [3] 袁丽丽, 阳育德, 覃智君, 等. 基于谐波阻抗特性的风电次同步振荡分析[J]. 电力建设, 2020, 41(4): 117-125.  
YUAN Lili, YANG Yude, QIN Zhijun, et al. Analysis of sub-synchronous oscillation in wind farm according to harmonic impedance characteristics[J]. Electric Power Construction, 2020, 41(4): 117-125.
- [4] 王泽忠, 王欢, 杨萧箫, 等. 基于轴对称模型的特高压变压器直流偏磁分析[J]. 高压电器, 2020, 56(4): 87-94.  
WANG Zezhong, WANG Huan, YANG Xiaoxiao, et al. DC magnetic bias analysis of uhv transformer based on axisymmetric model[J]. High Voltage Apparatus, 2020, 56(4): 87-94.
- [5] 夏家辉, 方园, 刘卜瑞, 等. 基于特征电流波宽判据的变压器差动保护方法[J]. 电力工程技术, 2020, 39(1): 184-190.  
XIA Jiahui, FANG Yuan, LIU Burui, et al. The transformer differential protection method based on characteristic current waveform width criterion[J]. Jiangsu Electrical Engineering, 2020, 39(1): 184-190.
- [6] 林才华, 张逸, 邵振国, 等. 用于低频非平稳间谐波研究的超高功率电弧炉模型[J]. 中国电力, 2020, 53(11): 1-8.  
LIN Caihua, ZHANG Yi, SHAO Zhenguo, et al. An ultra-high-power electric arc furnace model for low-frequency non-stationary inter-harmonics studies[J]. Electric Power, 2020, 53(11): 1-8.
- [7] 吴建章, 梅飞, 陈畅, 等. 基于经验小波变换的电力系统谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(6): 136-143.  
WU Jianzhang, MEI Fei, CHEN Chang, et al. Harmonic detection method in power system based on empirical wavelet transform[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(6): 136-143.
- [8] 陶顺, 郭傲, 刘云博, 等. 基于矩阵束和奇异值分解的间谐波检测算法[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(2): 57-64.  
TAO Shun, GUO Ao, LIU Yunbo, et al. Interharmonic detection algorithm based on a matrix pencil and singular value decomposition[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(2): 57-64.
- [9] 钱昊, 赵荣详. 基于插值 FFT 算法的间谐波分析[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(21): 87-91.  
QIAN Hao, ZHAO Rongxiang. Interharmonic analysis based on interpolation FFT algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(21): 87-91.
- [10] 房国志, 杨才山, 杨超. 基于 Meyer 小波和 FFT 的电网间谐波检测[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(12): 90-93, 101.  
FANG Guozhi, YANG Caishan, YANG Chao. Detection of inter-harmonic in power system based on Meyer wavelet and FFT[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(12): 90-93, 101.
- [11] DIEGO R I, BARROS J. Global method for time-frequency analysis of harmonic distortion in power system using the wavelet packet transform[J]. Electric Power Systems Research, 2009, 79(8): 1226-1339.
- [12] 杨名, 陈红卫. 一种基于小波包和 apFFT 的间谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(15): 112-117.  
YANG Ming, CHEN Hongwei. A method to detect inter-harmonics based on wavelet packet and apFFT[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(15): 112-117.
- [13] 张宇辉, 贺健伟, 李天云, 等. 基于数学形态学和 HHT 的谐波和间谐波检测方法[J]. 电网技术, 2008, 32(17): 46-51.  
ZHANG Yuhui, HE Jianwei, LI Tianyun, et al. A new

- method to detect harmonics and inter-harmonics based on mathematical morphology and Hilbert-Huang transform[J]. Power System Technology, 2008, 32(17): 46-51.
- [14] 喻敏, 王斌, 王文波, 等. 基于 SST 的间谐波检测方法[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(11): 2944-2951.  
YU Min, WANG Bin, WANG Wenbo, et al. An inter-harmonics detection method based on SST[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(11): 2944-2951.
- [15] 惠锦, 杨洪耕. 基于间谐波泄漏估算的谐波间谐波分离检测法[J]. 电工技术学报, 2011, 26(1): 183-190.  
HUI Jin, YANG Honggeng. Harmonics and interharmonics separate: detection method based on estimation of leakage values caused by interharmonics[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2011, 26(1): 183-190.
- [16] 唐忠, 焦婷. 基于小波包变换的电力系统谐波分析[J]. 电测与仪表, 2016, 53(18): 57-62.  
TANG Zhong, JIAO Ting. Power system harmonic analysis based on wavelet packet transform[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2016, 53(18): 57-62.
- [17] 童涛, 张新燕, 刘博文, 等. 基于傅里叶同步挤压变换和希尔伯特变换的谐波间谐波检测分析[J]. 电网技术, 2019, 43(11): 4200-4208.  
TONG Tao, ZHANG Xinyan, LIU Bowen, et al. Analysis of harmonic and inter-harmonic detection based on Fourier-based synchrosqueezing transform and Hilbert transform[J]. Power System Technology, 2019, 43(11): 4200-4208.
- [18] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational mode decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.
- [19] 陈强伟, 蔡文皓, 孙磊, 等. 基于 VMD 的谐波检测方法[J]. 电测与仪表, 2018, 55(2): 59-65.  
CHEN Qiangwei, CAI Wenhao, SUN Lei, et al. Harmonic detection method based on VMD[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2018, 55(2): 59-65.
- [20] 陈陈, 李晓明, 杨玲君, 等. 变分模态分解在电力系统谐波检测中的应用[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(14): 63-70.  
CHEN Chen, LI Xiaoming, YANG Lingjun, et al. Application of variational mode decomposition in power system harmonic detection[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(14): 63-70.
- [21] LI J, CHENG X, LI Q, et al. Adaptive energy-constrained variational mode decomposition based on spectrum segmentation and its application in fault detection of rolling bearing[J]. Signal Processing, 2021, 183.
- [22] 许子非, 岳敏楠, 李春. 优化递归变分模态分解及其在非线性信号处理中的应用[J]. 物理学报, 2019, 68(23): 292-305.  
XU Zifei, YUE Minnan, LI Chun. Application of the proposed optimized recursive variational mode decomposition in nonlinear decomposition[J]. Acta Physica Sinica, 2019, 68(23): 292-305.
- [23] 孟宗, 李姗姗, 季艳. 基于对称差分能量算子解调的局部均值分解端点效应抑制方法[J]. 机械工程学报, 2014, 50(13): 80-87.  
MENG Zong, LI Shanshan, JI Yan. Restraining method for end effect of local mean decomposition based on energy operator demodulation of symmetrical differencing[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(13): 80-87.
- [24] 付华, 王婧羽. 基于 SR-VMD 的微弱故障行波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(1): 156-162.  
FU Hua, WANG Jingyu. Weak fault traveling wave detection method based on SR-VMD[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(1): 156-162.
- [25] GUNTHER E W. Interharmonics in power systems[C] // 2001 Conference Proceedings on Power Engineering Society Summer Meeting, July 15-19, 2001, Vancouver, BC, Canada: 813-817.
- [26] RILLING G, FLANDRIN P. One or two frequencies? The empirical mode decomposition answers[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(1): 85-95.
- [27] PHAM V L, WONG K P. Antidistortion method for wavelet transform filter banks and nonstationary power system waveform harmonic analysis[J]. IEEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, 2002, 148(2): 117-122.

收稿日期: 2021-08-09; 修回日期: 2021-10-05

作者简介:

郑晓娇(1998—), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力系统信号处理与检测; E-mail: 1014226818@qq.com

王斌(1963—), 男, 通信作者, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力系统运行分析与计算机控制; E-mail: binwang907@163.com

喻敏(1977—), 女, 博士, 讲师, 研究方向为分形理论及其应用。E-mail: yufeng3378@163.com

(编辑 许威)