

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.210113

# 一种基于综合 DFT 和 Prony 算法的谐波与间谐波分析方法

郭成<sup>1</sup>, 尹轲<sup>1,2</sup>, 张艳萍<sup>1,2</sup>, 段锐敏<sup>1</sup>

(1. 云南电网有限责任公司电力科学研究院, 云南 昆明 650217;

2. 华北电力大学电气与电子工程学院, 北京 102206)

**摘要:** 针对传统频域谐波测量方法存在的时域分析局限性, 提出了一种综合频域(FFT)和时域(Prony)的谐波与间谐波分析方法。首先对谐波与间谐波信号进行离散傅里叶变换(DFT), 获取信号的频谱范围, 据此选择 Prony 算法的采样率, 并依据信噪比选取 Prony 算法的模型阶数。然后基于 Prony 算法得到信号中各谐波与间谐波分量的频率、幅值、相位和衰减因子。最后基于能量系数筛选得到主导次谐波与间谐波分量, 通过基于 Prony 的数据重构得到主导次分量的时域变化趋势。实测数据分析表明, 所提分析方法可以准确得到主导次谐波与间谐波分量的时域指标和变化趋势, 实用性较强, 为事故准确溯源分析提供了有效手段。

**关键词:** 谐波; 间谐波; Prony 算法; 数据筛选; 时域分析

## A harmonic and interharmonic analysis method based on integrated DFT and Prony algorithm

GUO Cheng<sup>1</sup>, YIN Ke<sup>1,2</sup>, ZHANG Yanping<sup>1,2</sup>, DUAN Ruimin<sup>1</sup>

(1. Electric Power Research Institute of Yunnan Power Grid Co., Ltd., Kunming 650217, China;

2. School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

**Abstract:** Aiming at the limitation of traditional frequency domain harmonic detection method in time domain analysis, a harmonic and interharmonic analysis method based on frequency domain and time domain is proposed. First, the Discrete Fourier Transform (DFT) is applied to the harmonic and interharmonic signals to obtain the spectrum range of the signal. Thus, the sampling rate of Prony algorithm is selected according to the spectrum range, and the model order of Prony algorithm is selected according to the signal-to-noise ratio. Then, the frequency, amplitude, phase and attenuation factor of each harmonic and interharmonic component in the signal are obtained based on Prony algorithm. Finally, the dominant harmonics and interharmonics components are selected based on the energy coefficient, and the temporal variation trend of the dominant harmonics and interharmonics components is obtained through the data reconstruction based on Prony algorithm. The analysis of measured data shows that the proposed analysis method can accurately obtain the time-domain index and change trend of dominant harmonics and interharmonics components, and has strong practicability, which provides an effective means for accurate accident traceability analysis.

This work is supported by the National Key Research and Development Program of China (No. 2016YFB0900204) and the Science and Technology Project of China Southern Power Grid Company (No. YNKJXM20190737).

**Key words:** harmonics; interharmonics; Prony algorithm; data filtering; time domain analysis

## 0 引言

随着电力电子设备的广泛应用和可再生能源的快速发展, 电力系统中的谐波与间谐波问题日益严重<sup>[1-5]</sup>。谐波与间谐波会导致电力设备损耗增大, 可

能引起电压波动、闪变等危害<sup>[6-7]</sup>, 并造成低压电气设备的损坏。因此, 为了提高供电的安全性与经济性, 提升用户对电能质量的要求, 开展准确的谐波与间谐波测量研究十分必要。

针对谐波与间谐波测量问题, 国内外学者开展了大量研究工作, 主要体现在频域分析方法和时域分析方法两个方面。傅立叶变换是应用最广泛的频域分析方法, 具有计算速度快、算法简单和易于微

**基金项目:** 国家重点研发计划项目资助(2016YFB0900204); 南方电网公司科技项目资助(YNKJXM20190737)

机实现等优点<sup>[8]</sup>,但容易产生频谱泄漏和栅栏效应,导致测量误差偏大<sup>[9]</sup>,此外,针对间谐波测量问题,还存在间谐波频谱范围过大的问题。常见的时域分析方法有小波变换<sup>[10]</sup>、HHT<sup>[11]</sup>、Prony<sup>[12]</sup>和基于瞬时无功功率<sup>[13]</sup>等。基于小波变换的分析方法能够对时变的谐波和间谐波进行有效测量,但是小波函数之间的相互干扰会导致频率相近的间谐波无法测量,测量精度对小波基的选取也有较高的要求<sup>[14-15]</sup>。基于希伯特·黄变换(Hilbert-Huang Transform, HHT)的分析方法适应性强、精度高,结合平均经验模态分解法(Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD)和延拓方法可以有效改善频谱混叠和端点效应现象,但存在谐波分辨率降低的问题<sup>[16-17]</sup>。基于瞬时无功功率的分析方法计算量小、抗干扰能力强,适用场景主要是三相三线制电路,这导致该方法实际应用受限,可以通过构造单相检测电路进行解决,但改进过程复杂<sup>[18-19]</sup>。Prony 算法可以分解得出信号中的频率、幅值、初相位和衰减因子等重要信号,但需要解决模型阶数选取、采样参数设定和噪声干扰的消除几个难点<sup>[20-22]</sup>。因此,针对谐波与间谐波分析问题,时域和频域分析各有所长。于是,综合频域和时域的谐波与间谐波测量方法,或是多种时域分析方法的综合成为了研究热点。文献[23-24]研究了基于小波和傅里叶变换的谐波检测方法,文献[25]研究了基于小波和 HHT 变换的谐波检测方法。

鉴于上述分析方法存在的优缺点,本文提出了一种基于 DFT 和 Prony 算法的谐波与间谐波分析方法,解决了 Prony 算法存在的模型阶数选取和采样参数设定问题,通过 DFT 和 Prony 的相互校核,使得分析结果更可信。采用该方法,不仅可以查看主导次谐波与间谐波分量的变化趋势,还可以得到主导次谐波与间谐波的频率、幅值、初相角、衰减因子等信息。论文最后通过对仿真算例和发生在云南电网的一次间谐波谐振事件分析,验证了该分析方法的有效性。

## 1 Prony 算法

Prony 算法是基于指数函数的线性组合对采样数据进行拟合,其中指数项个数为 Prony 算法模型的阶数。设采样数据为  $x(0), x(1), \dots, x(N-1)$ , 令

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=1}^P b_k z_k^n, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

$$b_k = A_k e^{j\varphi_k} \quad (2)$$

$$z_k = e^{(\alpha_k + j2\pi f_k)\Delta t} \quad (3)$$

式中:  $N$  为采样数据的个数;  $k$  为模型阶数,且  $N \geq 2k$ ;  $A_k$  为振幅;  $\alpha_k$  为衰减因子;  $f_k$  为频率;  $\varphi_k$  为相位;  $\Delta t$  为采样间隔。

为了减小拟合信号的误差,构造目标函数为

$$\min z = \sum_{n=0}^{N-1} |x(n) - \hat{x}(n)|^2 \quad (4)$$

为了对采样数据进行拟合,需要求解幅值  $A_k$ 、频率  $f_k$ 、初相位  $\varphi_k$  和衰减因子  $\alpha_k$ 。通过构造常系数线性差分方程,对参数  $a_k$ 、 $z_k$  进行求解,从而求出上述信号的幅频及时域变换参数。

$$\hat{x}(n) = -\sum_{k=1}^P a_k \hat{x}(n-k), P \leq n \leq N-1 \quad (5)$$

其中,式(1)为该方程的齐次解。此时,采样数据  $x(n)$  与拟合的近似值  $\hat{x}(n)$  的误差为  $e(n)$ ,如式(6)所示。

$$e(n) = x(n) - \hat{x}(n) \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6)$$

通过合并式(5)、式(6),得到信号  $x(n)$  为

$$x(n) = -\sum_{k=1}^P a_k x(n-k) + \sum_{k=0}^P a_k e(n-k) = -\sum_{k=1}^P a_k x(n-k) + u(n) \quad (7)$$

式中,  $u(n) = \sum_{k=0}^P a_k e(n-k)$ 。

将  $x(n)$  看作是误差  $u(n)$  激励一个  $P$  阶自回归模型产生的输出,求解该模型的正则方程可得参数  $a_k$ ,将  $a_k$  代入式(8),并对多项式求根,可以求出参数  $z_k$ 。

$$\sum_{k=0}^P a_k z^{P-k} = 0 \quad (8)$$

根据式(1)可以得出矩阵方程

$$\mathbf{V}\mathbf{b} = \hat{\mathbf{x}} \quad (9)$$

式中:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_P \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-2} & \dots & z_P^{N-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_P \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{x}(0) \\ \hat{x}(1) \\ \vdots \\ \hat{x}(N-1) \end{bmatrix} \quad (10)$$

利用最小二乘法对矩阵方程进行求解,从而求出参数  $b_k$ 。最小二乘解如式(11)所示。

$$\mathbf{b} = (\mathbf{V}^H \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^H \hat{\mathbf{x}} \quad (11)$$

根据求出的  $z_k$ 、 $b_k$  可得

$$\begin{cases} A_k = |b_k| \\ \varphi_k = \arctan \left[ \frac{\text{Im}(b_k)}{\text{Re}(b_k)} \right] \\ f_k = \arctan \left[ \frac{\text{Im}(z_k)}{\text{Re}(z_k)} \right] / 2\pi\Delta t \\ \alpha_k = \ln |z_k| / \Delta t \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $k=1,2,\dots,P$ 。

## 2 基于 DFT 和 Prony 算法的谐波间谐波分析方法

### 2.1 谐波间谐波分析方法

针对采用 Prony 算法测量未知信号存在参数设定难的问题, 本文提出了一种基于综合 DFT 和 Prony 算法的谐波与间谐波分析方法, 流程如图 1 所示。该方法通过 DFT 分析得到信号频谱, 初步确定信号频率范围, 从而能够进一步确定 Prony 算法的各个参数, 实现对信号准确的测量。另外, 通过定义能量系数, 对信号中的噪声和虚假分量可以进行有效的筛选。

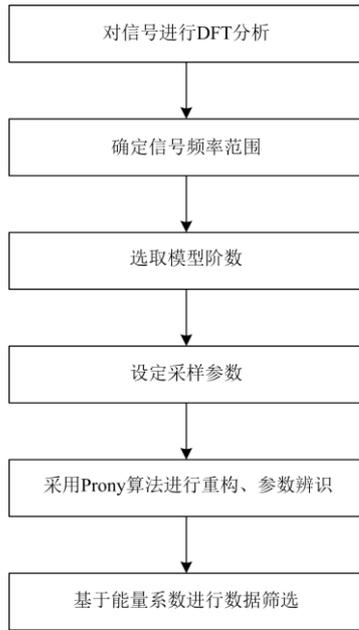


图 1 谐波间谐波分析方法流程

Fig. 1 Harmonic and interharmonic analysis method flow

### 2.2 DFT 分析

离散傅里叶变换(DFT)是一种应用较为广泛的谐波测量方法, 主要以计算机为分析平台, 通过对连续信号进行同步采样, 然后实现对有限长的离散

时间序列进行傅里叶变换, DFT 公式如式(13)所示。

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi k}{N}n} \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (13)$$

式中:  $x(n)$  为采样信号;  $N$  为采样点个数。

在实测信号的分析过程中, 谐波与间谐波的幅频特征一般是未知的, 这导致 Prony 算法采样参数的设定过于主观, 影响辨识精度。通过 DFT 分析, 得到信号频谱, 可以粗略地确定信号中谐波与间谐波的频率范围, 这一步骤是设定未知信号的采样参数和进行数据筛选的重要前提。

### 2.3 模型阶数

Prony 算法是一种典型的参数模型谱估计方法, 模型阶数的确定是其中关键的部分, 极大地影响 Prony 算法的辨识精度。如果阶数过低, 会导致一些真实谱峰的丢失, 从而降低估计谱的拟合效果; 如果阶数过高, 估计谱会产生虚假成分, 也会导致拟合误差增大。因此, 为了提高 Prony 算法的辨识精度, 对模型阶数的合理性提出了更高的要求。

信噪比(SNR)指信号与噪声功率的比值, 是常用的拟合指标, 表达式如式(14)所示。

$$S = 20 \lg \frac{|x(n)|}{|x(n) - \hat{x}(n)|} \quad (14)$$

式中:  $x(n)$  为采样信号;  $\hat{x}(n)$  为拟合信号;  $S$  为信噪比, 单位为 dB。

文献[22]采用信噪比和均方差作为阶数选定的指标, 即对理想信号或含噪声信号进行拟合, 当  $S < 20$  dB, 拟合效果不理想; 当  $S$  随阶数的变化程度逐渐减小, 且  $S > 50$  dB 时, 能够做到信号的准确拟合, 该文以均方差小于 20 作为  $S$  随阶数的变化趋于稳定的标准。但在实际情况下, 系统中独立储能元件的个数一般是未知的, 当系统实际阶数较大时, 按照文献[22]的方法选取阶数效率较低。

根据文献[20]所述, 大量实验证明模型阶数的理想范围和采样点个数  $N$  密切相关, 一般为  $P = 0.35 \sim 0.45N$ 。但是该方法得到的模型阶数过大, 不仅容易导致产生信号的虚假分量, 还进一步增加了算法的运算量。

基于此, 为了保障辨识精度和提高计算效率, 本文提出了一种信噪比和采样点个数相结合的阶数确定方法。首先采用信噪比大小来确定采样点个数和模型阶数的关系, 经过大量仿真验证, 本文选取模型阶数的估值为  $P = 0.1N$ , 然后比较估值和相邻阶数各自对应的信噪比的变化程度, 选定最佳的模型阶数。

## 2.4 采样参数

### 1) 采样频率

根据 Nyquist 采样定理, 采样频率大于信号最高频率的 2 倍可以消除频谱混叠现象。但在实际应用中, 需要留有一定的裕度, 所以采样频率应大于信号最高频率的 4 倍, 具体推导如下所述。

由式(12)可得, Prony 算法估计得到的频率为

$$f_k = \arctan \left[ \frac{\text{Im}(z_k)}{\text{Re}(z_k)} \right] / 2\pi\Delta t \quad (15)$$

采样频率为

$$f_s = \frac{1}{\Delta t} = 2\pi f_k / \arctan \left[ \frac{\text{Im}(z_k)}{\text{Re}(z_k)} \right] \quad (16)$$

在信号最高频率  $f_{k\max}$  确定的情况下, 最小采样频率为

$$f_{s\min} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{2\pi f_{k\max}}{\pi/2} = 4f_{k\max} \quad (17)$$

采样频率过高会使采样数据点增加, 导致运算时间过长, 从而增大拟合误差, 通常采样频率的选取范围为信号最高频率的 4~10 倍。

### 2) 采样时间

Prony 算法的分析对象为等时间间隔的离散信号, 采样时间的大小应选择适宜, 采样时间过小可能会丢失数据重要信息, 导致分析结果不准确; 采样时间过大会导致衰减快的谐波分量无法辨识。因此, 采样时间一般大于最低频率对应周期的 2 倍。

可以看出, 采样频率和采样时间的设定与信号最高频率与最低频率相关, 根据 2.2 节中 DFT 分析所得到的信号频谱, 可以估计出信号的最高频率与最低频率, 并以此为参照, 对采样参数进行设定, 在一定程度上减小了因采样参数设置不当带来的拟合误差。

## 2.5 数据筛选

实测信号中一般含有噪声成分, 另外, 选取的模型阶数一般较大, Prony 算法的辨识结果会产生表征噪声的虚假分量, 从而造成拟合信号与实际信号的误差增大。因此, 对辨识结果进行数据筛选显得十分必要。本文提出了一种基于幅值和衰减因子的数据筛选方法, 具有较高的可靠性。

拟合信号中的虚假成分具有幅值小、衰减速度快的特点。衰减因子的数值和极点有关, 反映衰减速度的快慢。借助式(12)的推导结果, 本文以幅值和衰减因子两个反映衰减趋势的主导变量为基础, 提出了能量系数( $S_k$ )这一概念, 不仅可以有效筛选出幅值小、衰减快的频率分量, 而且运算量较小,

具体表达式为

$$S_k = A_k / |\alpha_k|^2 \quad k=1, 2, \dots, P \quad (18)$$

式中:  $S_k$  为各频率分量的能量系数;  $A_k$  为各频率分量的幅值;  $\alpha_k$  为各频率分量的衰减因子;  $P$  为模型阶数。

衰减因子反映信号的衰减速度: 衰减因子模值越大, 信号衰减速度越快。基于这一理论, 提出了能量系数的概念, 并且可以得出表征噪声的虚假分量的能量系数远远小于真实频率分量的结论。因此, 将能量系数按数值从大到小排序, 当能量系数迅速减小时, 判定后面的分量为虚假分量, 将其剔除。

## 3 算例分析

### 3.1 仿真分析

为了验证本文所提方法对电网谐波与间谐波测量的有效性, 借助 Matlab 仿真平台进行仿真分析, 该信号表达式为

$$\begin{aligned} y(t) = & 50.4e^{-0.095t} \cos(50 \times 2\pi t + 0.4\pi) + \\ & 25e^{-0.32t} \cos(150 \times 2\pi t + 0.6\pi) + \\ & 8.5e^{-1.54t} \cos(138 \times 2\pi t + 0.8\pi) + \\ & 6.2e^{-0.34t} \cos(350 \times 2\pi t + 0.89\pi) \end{aligned} \quad (19)$$

由于信号的频率范围是已知的, 根据采样原则, 选定采样频率为 2 000 Hz, 采样时间 0.1 s, 采样点数  $N$  为 200。如果是对实测信号进行分析, 需要利用 DFT 确定频率范围。

#### 1) 无噪声环境下

当信号在无噪声环境下, 根据本文所提的方法进行阶数选取, 首先利用采样点数估算模型阶数为  $P=0.1N=20$ , 然后通过信噪比确定模型阶数, 信噪比随阶数的变化情况如表 1 所示。

表 1 阶数-信噪比( $P$ - $S$ )

Table 1 Order and signal to noise ratio ( $P$ - $S$ )

阶数	$S/\text{dB}$	阶数	$S/\text{dB}$	阶数	$S/\text{dB}$
14	223.15	17	252.8	20	265.15
15	239.05	18	255.13	21	267.73
16	260.40	19	263.52	22	256.60

由表 1 可知, 当阶数等于 14 时, 信噪比  $S$  为 223.15 dB, 满足了  $S > 50$  dB 的拟合条件, 但是信噪比仍然随着阶数的增长而显著变化; 当阶数为 16 时, 信噪比逐渐趋于稳定, 此后一直保持在 250~270 dB 之间。因此, 选取模型阶数为 20。通过 Prony 分析得到辨识结果, 并与 DFT 分析进行对比, 见表 2。

由表 2 可知, 在理想条件下, DFT 和本文方法

均可以对幅值、频率进行准确辨识, 辨识误差基本保持在  $10^{-5}$ , 此外本文方法还可以准确得到相位和衰减因子。

表 2 无噪声环境下 DFT 与本文方法辨识结果

Table 2 Identification results of DFT and this method in noiseless environment

	幅值/V	频率/Hz	相位/rad	衰减因子
DFT	50.400 0	50.000 0	—	—
Prony	50.400 0	50.000 0	1.256 6	-0.095 0
DFT	24.999 3	150.000 0	—	—
Prony	25.000 0	149.999 9	1.885 0	-0.320 0
DFT	8.502 6	138.003 4	—	—
Prony	8.500 0	137.999 9	2.513 3	-1.540 0
DFT	6.199 4	349.998 6	—	—
Prony	6.200 0	349.999 7	2.796 0	-0.340 0

## 2) 20 dB 噪声环境下

当信号在 20 dB 噪声环境下, 采用相同的模型阶数选取方法, 得到信噪比随阶数的变化情况如表 3 所示。

表 3 阶数-信噪比( $P-S$ )Table 3 Order and signal to noise ratio ( $P-S$ )

阶数	S/dB	阶数	S/dB	阶数	S/dB
20	35.98	23	47.36	26	51.57
21	40.13	24	50.33	27	51.80
22	42.13	25	51.19	28	51.20

由表 3 可知, 当阶数大于等于 25 时, 信噪比保持在 51 dB 左右, 满足信噪比大于 50 dB 的条件。选定阶数为 27, 采用本文方法辨识得到的分析结果如表 4 所示。可见, 在 20 dB 噪声环境下, 采用本文方法依然可以准确得出测量结果, 各分量的幅值、频率、相位的最大辨识误差在  $10^{-3}$  以内, 低于谐波测量的误差标准。在噪声条件下, Prony 算法产生了一些虚假分量, 但他们均有一个共同特性, 幅值较小且衰减因子较大, 可以据此将虚假分量剔除。为便于量化分析, 采用式(18)的计算方法, 计算得到能量系数  $S_k$  排前六的模式如表 5 所示。

由表 5 可见, 算法所辨识出的 50.003 7 Hz、149.989 9 Hz、138.029 Hz、350.011 8 Hz 的能量系数较大, 是周期性非虚假分量, 其他模式的能量系数显著减小, 可以认定为虚假分量, 将其排除。

基于辨识得到的谐波与间谐波测量结果做数据拟合, 得到的拟合曲线与实际曲线做对比, 如图 2 所示, 可见本文方法的拟合效果较好。将实际曲线与拟合曲线相减, 得到拟合误差曲线如图 3 所示, 可见, 拟合误差较小。

表 4 20 dB 噪声环境下辨识结果

Table 4 Identification results in 20 dB noise environment

幅值/V	频率/Hz	相位/rad	衰减因子
50.391 6	50.003 7	1.255 5	-0.094 2
25.088 4	149.989 9	1.887 8	-0.385 9
8.506 0	138.029 3	2.501 4	-1.528 9
6.192 1	350.011 8	2.795 4	-0.327 8
0.230 6	215.685 2	1.430 0	-265.315 8
0.190 5	409.021 2	-2.780 4	-210.619 5
0.176 5	453.757 2	0.536 6	-247.825 4
0.166 1	156.181 2	-0.800 4	-226.121 0
0.099 4	351.401 0	2.786 3	-115.895 4
0.085 9	274.015 5	-2.714 4	-143.410 8
0.051 7	85.808 4	2.047 8	-136.387 3
0.022 4	266.299 0	3.036 4	-54.539 7
0.010 4	480.117 5	-2.129 1	-110.442 7

表 5 各频率分量的能量系数

Table 5 Energy coefficients for each frequency component

频率/Hz	能量系数	频率/Hz	能量系数
50.003 7	5 678.79	138.029 3	3.64
149.989 9	168.47	351.401 0	$7.40 \times 10^{-6}$
350.011 8	57.63	215.685 2	$5.19 \times 10^{-6}$

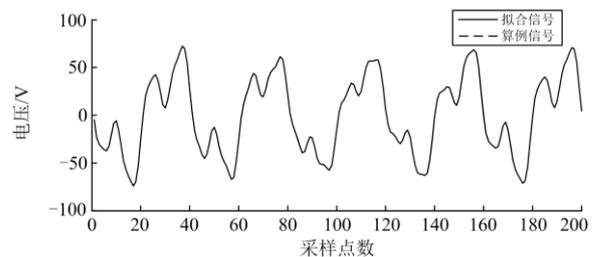


图 2 算例信号与拟合信号曲线对比图

Fig. 2 Comparison of signal curves between example and fitted signal

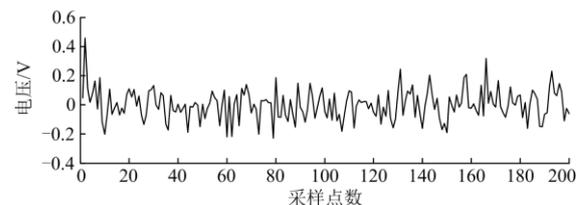


图 3 拟合误差图

Fig. 3 Fitting error diagram

## 3.2 实测信号分析

2019 年 11 月, 云南电网某 110 kV 用户变电站发生了一起严重的间谐波谐振事件, 导致大量低压电气

设备损毁。事件发生后在该 110 kV 变电站 110 kV 进线处记录到的事件波形如图 4 所示。采用 DFT 分析得到的频谱如图 5 所示, 可知信号的主要频率分量集中在 400 Hz 以下, 最低频率为 15 Hz 左右, 最高频率为 800 Hz 左右。

为得到信号中隐藏的更多时域特征, 采用本文所提方法进行分析。根据 DFT 分析得到频谱范围, 将 Prony 算法的采样时间设置为 0.3 s, 采样频率设置为 5 000 Hz, 采样点数为 1 500。

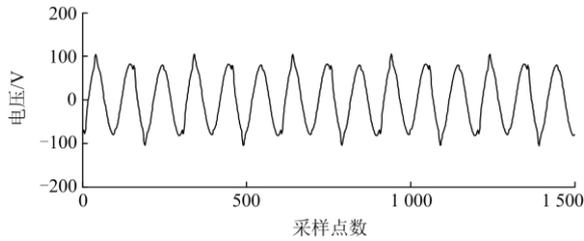


图 4 事件波形

Fig. 4 Waveform of the event

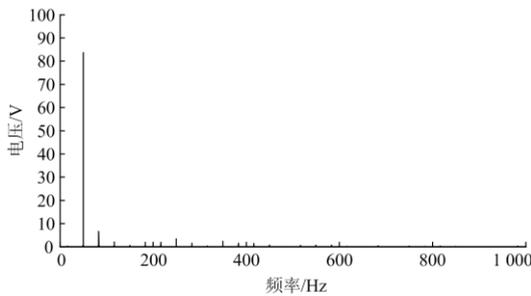


图 5 电压信号频谱

Fig. 5 Voltage signal spectrum

根据 2.3 节的模型阶数选定方法, 借助采样点数确定模型阶数估值为 150, 然后通过信噪比随着阶数的变化程度(详见表 6), 选定模型阶数为 154。

表 6 阶数-信噪比(P-S)

Table 6 Order and signal to noise ratio (P-S)

阶数	S/dB	阶数	S/dB	阶数	S/dB
143	27.09	147	34.70	151	37.38
144	29.78	148	35.90	152	37.39
145	32.40	149	37.28	153	37.35
146	33.85	150	37.55	154	37.63

根据以上模型阶数的选定结果, 采用 Prony 分析对信号进行参数辨识, 结合 2.5 节所提数据筛选方法进行计算, 得到信号中主要频率分量的能量系数, 部分结果如表 7 所示。

表 7 选取信号中主要频率分量进行分析, 可以得出信号中存在以 339 Hz 和 1 041.6 Hz 为代表的虚假分量, 通过将虚假分量剔除以后, 得到实测信号

中主要频率分量的辨识结果如表 8 所示。

表 7 主要频率分量的能量系数

Table 7 Energy coefficients for main frequency component

频率/Hz	能量系数	频率/Hz	能量系数
49.934 0	$3.27 \times 10^7$	116.551 6	132.70
83.230 0	2000.42	339.022 9	$1.06 \times 10^{-6}$
249.710 1	142.47	1041.6	$8.89 \times 10^{-7}$

表 8 实测信号辨识结果

Table 8 Identification results of measured signals

幅值/V	频率/Hz	相位/rad	衰减因子
83.698 8	49.934 0	-2.665 3	-0.001 6
7.964 9	83.230 0	2.607 5	-0.063 1
3.356 8	249.710 1	0.602 2	0.153 5
2.690 8	116.551 6	1.336 6	-0.142 4
2.537 9	349.626 8	0.467 7	-0.418 6
2.426 2	216.449 6	1.596 0	0.083 6
2.260 2	183.236 9	2.222 1	-0.251 4
2.023 3	416.168 7	-1.180 9	0.020 8
1.819 6	283.033 4	-0.648 3	-0.419 7

由表 8 可见, 信号的主要分量为基波、83.2 Hz 间谐波和 5 次谐波等, 主要集中在 400 Hz 以下, 与 DFT 分析得到的频谱上的结果一致, 验证了本文分析结果的正确性。但采用本文所提方法得到的信息却更加丰富, 还可以得到主导次谐波与间谐波分量的时域指标分析结果。从表 8 中可以看出, 主导次间谐波分量的频率为 83.23 Hz, PT 二次侧最大幅值达到了 7.965 V, 折算到一次侧约为 8761.5 V, 初相角相位与基波相位近似相反, 衰减因子为-0.0631, 基本表现为持续不衰减状态。

根据表 8 中的辨识结果, 依据主导次谐波与间谐波分量的频率、幅值、初相角和衰减因子分别进行重构, 可得到其时域趋势, 如图 6 所示。可见, 各主导次分量均呈现出“不衰减”的特性。83.2 Hz 间谐波分量的振幅较大, 其振荡周期刚好是基波的 1.667 倍, 从而在波形上表现为一个周期刚好包括三个波头。83.2 Hz 间谐波分量与基波分量相叠加后, 在某些时刻将基波的最大值和最小值加大, 从而形成了图 4 中曲线的极大值和极小值。

将图 6 中各主导次谐波与间谐波分量叠加, 可得到了基于主导次谐波与间谐波的拟合曲线, 如图 7 中的实线所示, 可见, 实测曲线与拟合曲线基本吻合在一起, 验证了本文算法分析结果的正确性。将实测信号曲线与拟合信号曲线相减可得到拟合误差曲线如图 8 所示, 可见, 除个别拟合点外, 整体拟合误差基本处于(-2 V, +2 V)范围内, 与最大幅值相比, 拟合偏差小于 2%。

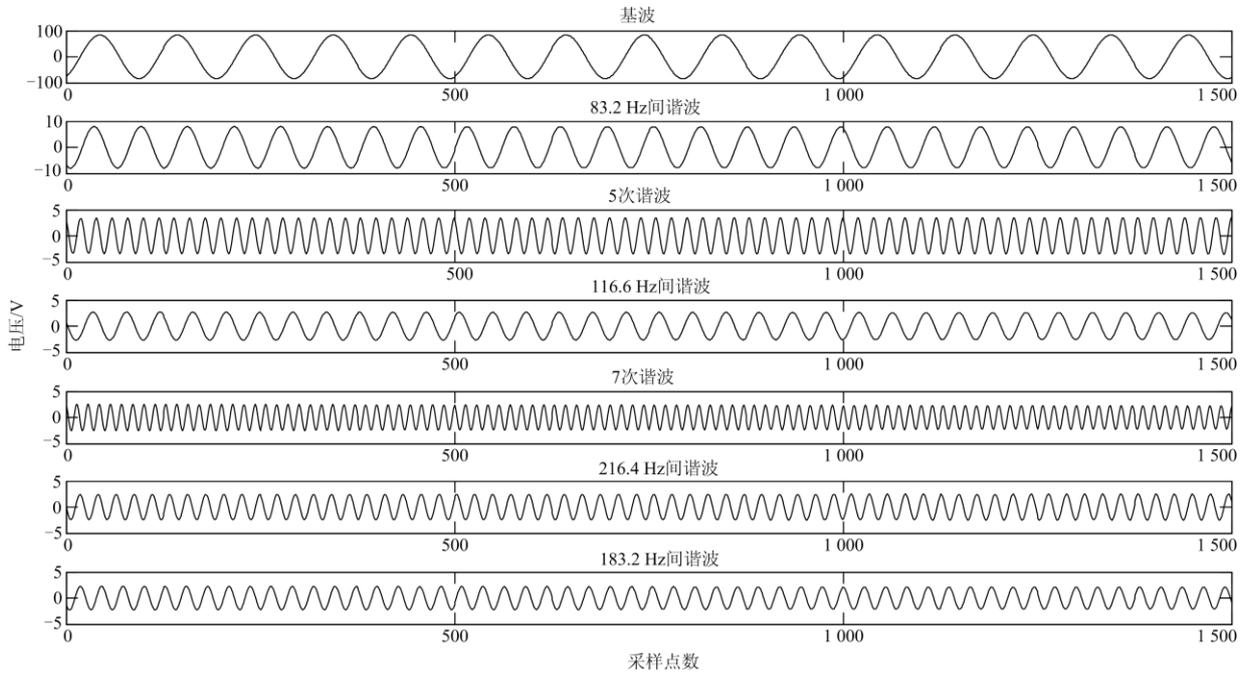


图 6 信号中主要频率分量的时域变化图

Fig. 6 Time-domain variation of the main frequency component of the signal

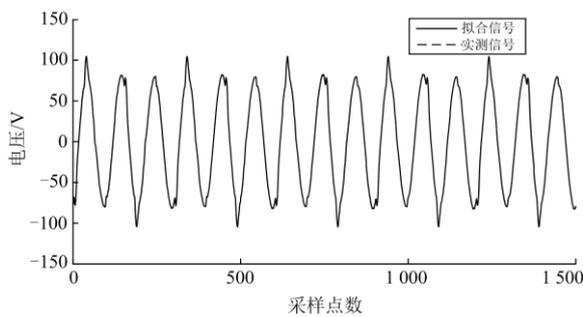


图 7 实测信号与拟合信号曲线对比图

Fig. 7 Comparison of measured signal and fitted signal curve

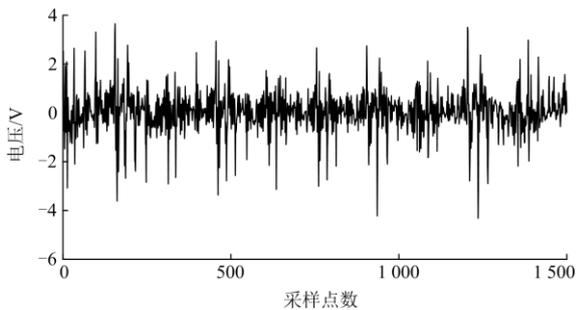


图 8 拟合误差图

Fig. 8 Fitting error diagram

## 4 结论

本文提出了一种综合 DFT 和 Prony, 用于谐波

和间谐波测量的新方法。通过 DFT 得到信号的频谱范围, 从而为 Prony 算法的采样时间和采样率选取提供依据, 再依据信噪比选取 Prony 算法的模型阶数, 进而辨识得到各谐波与间谐波分量的频率、幅值、相位和衰减因子, 然后基于能量系数筛选得到主导次谐波与间谐波分量, 最后采用基于 Prony 的数据重构方法得到主导次分量的时域变化趋势。该分析方法不仅可以得到主导次谐波与间谐波分量的时域指标分析结果, 还可以得到主导次分量的趋势图, 更利于事故分析。

通过对云南电网某 110 kV 变电站的实测数据分析, 可见本算法适用于对主导次谐波与间谐波分量的测量, 不适合分析含有量极少或是衰减极快的测量场景。比如, 在电网中也会含有极少量的 2、4、6 等偶次谐波分量, 由于含有量过少, 这是本文算法所无法辨识出的。但是, 如果是在仿真分析中, 即使是非常少量的谐波分量, 本文算法依然是可以辨识出的。所以, 仿真与实测数据分析间具有较大差异, 通过实测数据分析才更具有说服力。

采用本文方法对仿真数据的分析结果非常理想, 在无扰动噪声的条件下, 信噪比可高达 200 dB 以上, 然而, 对于实测数据的分析结果就远没有那么理想, 但只要信噪比超过 50 dB, 通常就可以得到较为准确的分析结果。由此带来的问题是需要加大 Prony 算法的模型阶数, 从而加大了计算量。如

何采用去噪方法降低 Prony 算法的模型阶数、进一步提高信噪比是本算法需要进一步完善之处。

此外, 本文所提方法为分析云南电网所发生的间谐波谐振事件的传播特性奠定了研究基础。但是, 该间谐波谐振事件产生的机理尚不清晰, 还需要进一步深入研究。

## 参考文献

- [1] 文云峰, 杨伟峰, 汪荣华, 等. 构建 100% 可再生能源电力系统述评与展望[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(6): 1843-1856.  
WEN Yunfeng, YANG Weifeng, WANG Ronghua, et al. Review and prospect of building 100% renewable energy power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(6): 1843-1856.
- [2] 沈鑫, 曹敏. 分布式电源并网对于配电网的影响研究[J]. 电工技术学报, 2015, 30(增刊 1): 346-351.  
SHEN Xin, CAO Min. Research on the influence of distributed generation on distribution network[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(S1): 346-351.
- [3] 黄玉辉, 张涛, 刘东, 等. 基于模态分析的电动汽车充电站并网谐振研究[J]. 全球能源互联网, 2019, 2(6): 617-624.  
HUANG Yuhui, ZHANG Tao, LIU Dong, et al. Grid-connected resonance of electric vehicle charging station based on modal analysis[J]. Journal of Global Energy Interconnection, 2019, 2(6): 617-624.
- [4] 贺冬珊, 文俊, 耿晓红, 等. 含多电源的送端电网谐波综合特性研究[J]. 智慧电力, 2020, 48(2): 1-8.  
HE Dongshan, WEN Jun, GENG Xiaohong, et al. Research on comprehensive harmonic characteristics of sending-end power grid with multiple power sources[J]. Smart Power, 2020, 48(2): 1-8.
- [5] 兰金晨, 朱革兰, 李松奕. 基于广义 S 变换突变识别的暂稳态谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(23): 40-46.  
LAN Jinchen, ZHU Gelan, LI Songyi. Detection method of transient and steady state harmonics based on generalized S-transform mutation recognition[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(23): 40-46.
- [6] 吴国沛, 刘育权, 任震. 电力系统谐波对继电保护的影响[J]. 电力自动化设备, 2002, 22(7): 78-79.  
WU Guopei, LIU Yuquan, REN Zhen. Influence of power system harmonics on relay protection[J]. Electric Power Automation Equipment, 2002, 22(7): 78-79.
- [7] MA C X, CHEN H, CHAI Y L. Analysis of voltage stability uncertainty using stochastic response surface method related to wind farm correlation[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2017, 2(3): 211-219. DOI: 10.1186/s41601-017-0051-3.
- [8] 华敏, 陈剑云. 一种高精度六谱线插值 FFT 谐波与间谐波分析方法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(11): 9-15.  
HUA Min, CHEN Jianyun. A high precision six spectral line interpolation FFT method for harmonic and interharmonic analysis[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(11): 9-15.
- [9] SU T X, YANG M F, JIN T, et al. Power harmonic and interharmonic detection method in renewable power based on Nuttall double-window all-phase FFT algorithm[J]. IET Renewable Power Generation, 2018, 12(8): 953-961.
- [10] 杜天军, 陈光祜, 雷勇. 基于混叠补偿小波变换的电力系统谐波测量方法[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(3): 56-61, 136.  
DU Tianjun, CHEN Guangju, LEI Yong. Power system harmonic detection method based on aliasing compensated wavelet transform[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(3): 56-61, 136.
- [11] 苏玉香, 刘志刚, 李东敏, 等. 一种改善 HHT 端点效应的新方法及其在电能质量中的应用[J]. 电力自动化设备, 2008, 28(11): 40-45.  
SU Yuxiang, LIU Zhigang, LI Dongmin, et al. A new method for improving HHT endpoint effect and its application in power quality[J]. Electric Power Automation Equipment, 2008, 28(11): 40-45.
- [12] 赵磊. 基于 Prony 的谐波间谐波检测方法和检测系统的研究与应用[D]. 北京: 中国矿业大学, 2016.  
ZHAO Lei. Research and application of harmonic and interharmonic detection method and detection system based on Prony[D]. Beijing: China University of Mining and Technology, 2016.
- [13] 周俊, 刘明, 邱爱兵. 基于瞬时无功功率的谐波实时检测新方法研究[J]. 电力电容器与无功补偿, 2015, 36(6): 18-22.  
ZHOU Jun, LIU Ming, QIU Aibing. Research on a new method of harmonic real-time detection based on instantaneous reactive power[J]. Power Capacitor and Reactive Power Compensation, 2015, 36(6): 18-22.
- [14] 吴建章, 梅飞, 潘益, 等. 基于改进经验小波变换的电能质量扰动测量新方法[J]. 电力自动化设备, 2020, 40(6): 142-151.  
WU Jianzhang, MEI Fei, PAN Yi, et al. A new method of power quality disturbance detection based on improved empirical wavelet transform[J]. Electric Power Automation

- Equipment, 2020, 40(6): 142-151.
- [15] 吴建章, 梅飞, 陈畅, 等. 基于经验小波变换的电力系统谐波测量方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(6): 136-143.
- WU Jianzhang, MEI Fei, CHEN Chang, et al. Power system harmonic detection method based on empirical wavelet transform[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(6): 136-143.
- [16] 刘志刚, 李文帆, 孙婉璐. Hilbert-Huang 变换及其在电力系统中的应用[J]. 电力自动化设备, 2012, 32(4): 109-116.
- LIU Zhigang, LI Wenfan, SUN Wanlu. Hilbert Huang transform and its application in power system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2012, 32(4): 109-116.
- [17] 李勇. 基于 HHT 的谐波测量分析与研究[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2014.
- LI Yong. Analysis and research on harmonic detection based on HHT[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2014.
- [18] 崔浩, 舒朝君, 陈言. 基于瞬时无功功率理论的谐波检测和抑制的模型参考自适应控制系统[J]. 电测与仪表, 2017, 54(4): 6-10, 62.
- CUI Hao, SHU Chaojun, CHEN Yan. Model reference adaptive control system for harmonic detection and suppression based on instantaneous reactive power theory[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2017, 54(4): 6-10, 62.
- [19] 杨怀仁. 基于瞬时无功功率理论的三相谐波电流检测研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2014.
- YANG Huairan. Research on three phase harmonic current detection based on instantaneous reactive power theory[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014.
- [20] 杨玉坤, 杨明玉. Prony 算法在谐波、间谐波参数辨识中的应用[J]. 电力系统及其自动化学报, 2012, 24(3): 121-126.
- YANG Yukun, YANG Mingyu. Application of Prony algorithm in harmonic and interharmonic parameter identification[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2012, 24(3): 121-126.
- [21] 张煜林, 陈红卫. 基于 CEEMD-WPT 和 Prony 算法的谐波间谐波参数辨识[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(12): 115-121.
- ZHANG Yulin, CHEN Hongwei. Identification of interharmonic parameters based on CEEMD-WPT and Prony algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(12): 115-121.
- [22] 郭成, 李群湛, 贺建闽, 等. 电网谐波与间谐波测量的分段 Prony 算法[J]. 电网技术, 2010, 34(3): 21-25.
- GUO Cheng, LI Qunzhan, HE Jianmin, et al. Piecewise Prony algorithm for harmonic and interharmonic detection in power grid[J]. Power System Technology, 2010, 34(3): 21-25.
- [23] 王晴晴. FFT 和小波变换混合的谐波检测研究[D]. 淮南: 安徽理工大学, 2016.
- WANG Qingqing. Research on harmonic detection based on FFT and wavelet transform[D]. Huainan: Anhui University of Science and Technology, 2016.
- [24] 桑松, 柴玉华, 孙影. 基于小波变换和快速傅里叶变换的谐波检测[J]. 电测与仪表, 2012, 49(7): 29-32.
- SANG Song, CHAI Yuhua, SUN Ying. Harmonic detection based on wavelet transform and fast Fourier transform[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2012, 49(7): 29-32.
- [25] 李正明, 徐敏, 潘天红, 等. 基于小波变换和 HHT 的分布式并网系统谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(4): 34-39.
- LI Zhengming, XU Min, PAN Tianhong, et al. Harmonic detection method for distributed grid connected system based on wavelet transform and HHT[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(4): 34-39.

收稿日期: 2021-02-18; 修回日期: 2021-03-05

作者简介:

郭成(1978—), 男, 工学博士, 教授级高工, 主要研究方向为电力系统分析, 电能质量监测、分析与控制; E-mail: gc325@126.com

尹轲(1996—), 男, 通信作者, 硕士研究生, 主要研究方向为电能质量分析与控制; E-mail: 463350917@qq.com

张艳萍(1996—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为配电网无功优化, 分布式光伏发电并网。E-mail: 2779393839@qq.com

(编辑 魏小丽)