

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.200958

基于谐波状态空间的变换器建模方法

张国荣, 徐晨林, 蔡智斌, 高凯, 汤彬, 王泰文

(合肥工业大学电气与自动化工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要: 谐波状态空间(HSS)建模因其强大的谐波分析能力越来越受到关注,但由于其复杂的建模过程及庞大的模型尺寸限制了其在电力电子系统中的应用。以基于正弦脉宽调制的三相电压源型变换器为例说明了一种便于使用的方法来获得电力系统开环大信号 HSS 模型。基于三相平衡关系提出了在保持与原模型同样的结构和变量、不影响 HSS 建模精度的条件下减小模型尺寸的 HSS 降阶模型。通过在 Simulink 中搭建变换器仿真,并与 HSS 模型计算结果对比,验证所提模型的有效性。

关键词: 谐波状态空间; 变换器; 建模; 开关函数

A modeling method for a converter based on harmonic state space

ZHANG Guorong, XU Chenlin, CAI Zhibin, GAO Kai, TANG Bin, WANG Taiwen

(School of Electrical Engineering and Automation, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Harmonic State-Space (HSS) modeling, because of its considerable ability in undertaking harmonic analysis, is gaining increasing attention, but the complex modeling process and the large size of model limits its application in power electronic systems. This paper illustrates a convenient method to obtain the open-loop large signal HSS model of a power system by taking the three-phase voltage source converter with SPWM as an example. An HSS reduced order model with the same structure and variables as the original model is proposed based on the three-phase equilibrium relationship. By constructing a converter simulation in Simulink, the effectiveness of the proposed model is verified by comparing with the calculated results of the HSS model.

This work is supported by the National Key Research and Development Program of China (No. 2017YEB0903100) and the Science and Technology Project of State Grid Corporation of China (No. 521104170043).

Key words: harmonic state space; converter; modeling; switching function

0 引言

近年来,随着分布式发电、微电网等可再生能源以及储能、电动汽车等新兴负荷并入电网,电力电子变换器已大量渗透进电网中^[1-4]。由于变换器数量、功率及额定电压的不断提升,电力系统在稳态和瞬态条件下的谐波交互问题愈加复杂,对系统的电能质量问题、稳定性问题等都带来了新的挑战^[5-7]。为了解决这些问题,必须建立详细的数学分析模型对其行为特征及谐波交互机理等进行深入研究并加以应用。

国内外学者对变换器的建模方法进行了大量研

究,以是否具有明确的物理意义可将变换器的建模方法分为数字仿真法和解析建模法^[8]。其中解析建模法中的平均法因其可以将离散时变系统转化为连续时不变系统,是变换器建模理论中应用最为广泛的方法^[9-10]。但由于开关电源的非线性和不连续特性,这种方法得到的模型是一种非线性模型,需要进一步的线性化处理,导致其在精确性上有所欠缺。并且,平均法忽略了系统的谐波信息,不能明确考虑谐波之间的相互作用,因此许多包含系统谐波信息的建模方法被提出,例如:动态向量建模^[11-12]、谐波域建模^[13-14]、谐波状态空间(Harmonic state space, HSS)建模^[15-16]。动态相量法建模与谐波域建模类似,都是通过选择系统中占主导优势的频率建立模型来反映系统的部分动态特性,从而获得比较准确的计算结果,然而当选取的动态向量阶数变高

基金项目: 国家重点研发计划项目资助(2017YFB0903100);
国家电网公司科技项目资助(521104170043)

时,模型的复杂程度将会加剧,不便于对谐波耦合特性进行分析。为了更好地研究电力电子系统的谐波问题,有学者提出了 HSS 建模,这种建模方法包含了系统的各次谐波,为电力电子系统的谐波耦合特性分析提供了可能,目前已有一些利用 HSS 建模方法分析系统谐波耦合特性的研究成果,文献[17]采用 HSS 建模方法对电压源型三相 AC/DC 变换器进行建模,通过计算谐波传递函数得到谐波耦合导纳分布,并分析了谐波耦合特性。文献[18-19]采用 HSS 建模方法对模块化多电平换流器进行精确建模,并分析其内部谐波耦合特性。文献[20]则利用 HSS 建模方法对电网换相换流器高压直流输电系统进行考虑谐波耦合特性的小信号建模。越来越多的学者将 HSS 建模方法运用到各系统的谐波建模与分析中,这些模型的建立多是利用快速傅里叶变换(Fast fourier transform, FFT)的谐波分析方法来完成,且由于 HSS 模型将系统时域变量的各谐波作为一个单独的状态变量来考虑,若考虑的谐波阶数较高,模型尺寸将十分庞大,因此这些模型都仅考虑谐波次数为 3 时的情况,导致模型精度大打折扣,所能分析的谐波次数也受到了限制,无法充分发挥 HSS 建模方法提供的巨大潜力,使其在电力电子系统中的应用受到限制。

为此,本文以基于正弦脉宽调制(Sinusoidal pulse width modulation, SPWM)的三相电压源型变换器为例提出了一种便于使用的方法来获得电力系统开环大信号 HSS 模型。该方法利用计算开关函数谐波含量的解析公式,通过简单的编程就能建立 HSS 模型。针对 HSS 模型尺寸庞大的问题,基于三相平衡关系提出了在保持与原模型同样的结构和变量,不影响 HSS 建模精度的条件下减小模型尺寸的 HSS 降阶模型。通过在 Simulink 中搭建变换器仿真,与 HSS 模型计算结果对比,验证该模型的有效性。

1 谐波状态空间理论

1991 年, Wereley 针对线性周期系统的研究提出了谐波状态空间的概念^[21],利用周期信号在频域中幅值和相角不随时间变化的特点,将时域变量转化到频域中,实现时变模型的定常化。

定义线性时间周期(Linear time periodic, LTP)系统^[22]为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x(t)$ 、 $u(t)$ 、 $y(t)$ 分别为系统的状态变量、输入变量和输出变量; $A(t)$ 、 $B(t)$ 、 $C(t)$ 、 $D(t)$ 为由系统拓

扑信息构成的周期性时变量(变化周期为 T_0),分别为系统的状态矩阵、输入矩阵、输出矩阵和传递矩阵。由信号分析的相关理论可知,任何周期信号都可以通过傅里叶变换表示为

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{jk\omega_0 t} \quad (2)$$

式中: $\omega_0 = 2\pi/T_0$ 为 $x(t)$ 的基波角速度; $X_k = \frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^t x(t) e^{-jk\omega_0 t}$ 为 $x(t)$ 的第 k 次复傅里叶系数。

为了描述信号的动态特性,使用指数调制周期(Exponentially modulated periodic, EMP)信号为 $x(t)$ 的一般形式。

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{st} e^{jk\omega_0 t} \quad (3)$$

式中, e^{st} 为 EMP 指数。

利用式(3)对式(1)进一步展开,即可得到包含所有谐波分量的谐波状态空间方程为

$$\begin{cases} (s + jn\omega_0)X_n = \sum_{m \in Z} A_{n-m} X_m + \sum_{m \in Z} B_{n-m} U_m \\ Y_n = \sum_{m \in Z} C_{n-m} X_m + \sum_{m \in Z} D_{n-m} U_m \end{cases} \quad (4)$$

用矩阵表示为

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= (A - N)X + BU \\ Y(t) &= CX + DU \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $N = \text{diag}(\dots, -j2\omega_0, -j\omega_0, 0, j\omega_0, j2\omega_0, \dots)$; A 、 B 、 C 、 D 为由 $A(t)$ 、 $B(t)$ 、 $C(t)$ 、 $D(t)$ 的复傅里叶系

数构成的 Toeplitz 矩阵,形如 $\begin{bmatrix} A_0 & A_{-1} & \dots & A_{-h} \\ A_1 & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & A_{-1} \\ A_h & \dots & A_1 & A_0 \end{bmatrix}$,

h 为考虑谐波阶数。

由 HSS 模型所求得的解 X ,可通过式(6)重新转化为时域。

$$x(t) = \Gamma(t)X \quad (6)$$

式中: $\Gamma(t) = [e^{-jh\omega_0 t}, \dots, e^{-j\omega_0 t}, 1, e^{j\omega_0 t}, \dots, e^{jh\omega_0 t}]$

$$X = [X_{-h}, \dots, X_{-1}, X_0, X_1, \dots, X_h]^T$$

2 基于开关函数的变换器 HSS 模型

通过上述 HSS 理论可知,HSS 模型是以时域的状态空间方程为基础,只要能够列出系统时域状态空间方程,都可以通过上述理论简便地建立 HSS 模型^[23]。

图 1 为三相电压源型变换器拓扑,根据图 1,

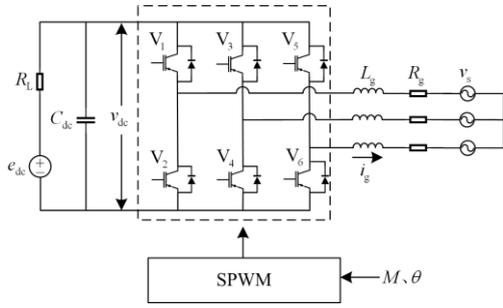


图1 三相电压源型变换器拓扑

Fig. 1 Topology of three-phase voltage source converter

可列出变换器时域状态空间方程如式(7)。

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} i_{ga} = -\frac{R_g}{L_g} i_{ga} - \frac{1}{L_g} v_{sa} + \frac{g_a}{L_g} v_{dc} \\ \frac{d}{dt} i_{gb} = -\frac{R_g}{L_g} i_{gb} - \frac{1}{L_g} v_{sb} + \frac{g_b}{L_g} v_{dc} \\ \frac{d}{dt} i_{gc} = -\frac{R_g}{L_g} i_{gc} - \frac{1}{L_g} v_{sc} + \frac{g_c}{L_g} v_{dc} \\ \frac{d}{dt} v_{dc} = -\frac{s^T}{C_{dc}} \mathbf{i}_g - \frac{1}{R_L C_{dc}} v_{dc} + \frac{1}{R_L C_{dc}} e_{dc} \end{cases} \quad (7)$$

式中: R_L 为直流侧等效电阻; e_{dc} 为直流侧电源电压; C_{dc} 为直流侧稳压电容; L_g 为滤波电感; R_g 为线路等效电阻; i_{ga} 、 i_{gb} 、 i_{gc} 为交流侧输出电流, $\mathbf{i}_g = [i_{ga} \ i_{gb} \ i_{gc}]^T$; v_{dc} 为直流侧电容电压; v_{sa} 、 v_{sb} 、 v_{sc} 为电网电压; $\mathbf{s} = [s_a \ s_b \ s_c]^T$ 为控制开关通断的三相开关函数; \mathbf{g}_φ 为三相交流转换函数, $\mathbf{g}_\varphi = \mathbf{s}_\varphi - (s_a + s_b + s_c)/3$ ($\varphi = a, b, c$)。这里的开关函数可由任何调制技术产生, 文中主要针对正弦脉宽调制 (Sinusoidal pulse width modulation, SPWM) 说明这种建模方法。

式(7)中, 根据选择参数的不同, 变换器工作在不同的运行状态, 而调制过程产生的谐波是变换器输出谐波的主要来源, 为了获得包含变换器谐波信息的 HSS 模型, 必须计算开关函数的复傅里叶系数以获得其由时域变换到 HSS 中的 Toeplitz 矩阵。目前文献一般采用对开关函数数值解进行 FFT 的分析方法来获得开关函数的谐波含量, 但依赖开关波形分析来获得准确的谐波含量需要大量的采样点及很高的计算能力, 并且在载波比较高或非整数时, 分析效果较差。此外, 通过 FFT 获得开关函数的谐波含量首先需要将开关函数进行离散化处理, 然后将离散开关函数的 FFT 计算为真实开关函数频谱的离散近似, 根据设置的采样频率与采样点数, 还需对计算结果进行转换才能获得 HSS 模型所使用的复

傅里叶系数形式, 无法直观地展示系统时域模型与 HSS 模型之间的转换关系, 而这一关系在提供适当的函数时可以直接获得。为此, 提出了一种计算开关函数的复傅里叶系数的通用解析算法。

SPWM 以三角载波 $c(t)$ 与正弦调制波 $m_\varphi(t)$ 交点时刻作为控制开关器件通断的时刻, 开关函数为

$$s_\varphi = \begin{cases} 1, m_\varphi(t) > c(t) \\ 0, m_\varphi(t) \leq c(t) \end{cases} \quad (8)$$

$$m_\varphi(t) = M \cos(\omega_0 t + \theta) \quad (9)$$

式中: M 为调制指数; θ 为调制波相位角; φ 为 a, b, c (下同)。

故开关函数的复傅里叶系数完全取决于开关时间, 一旦计算出开关时间, 便可以得到开关函数的解析表达式。

$$s_{\varphi k} = 0.5 + \sum_{k=1}^{n_{\max}} (a_{\varphi k} \cos(k\omega_0 t) + b_{\varphi k} \sin(k\omega_0 t)) \quad (10)$$

式中: n_{\max} 为所考虑的最高谐波次数; $a_{\varphi k}$ 见式(11); $b_{\varphi k}$ 见式(12)。

$$a_{\varphi k} = \frac{1}{k\pi} \sum_{n=1}^{2m_f} (-1)^{n+1} \sin(n\omega_0 t_{\varphi n}) \quad (11)$$

$$b_{\varphi k} = \frac{1}{k\pi} \sum_{n=1}^{2m_f} (-1)^{n+1} \cos(n\omega_0 t_{\varphi n}) \quad (12)$$

式中: m_f 为调频指数; $t_{\varphi n}$ 为第 n 次开关通断的时间。

由此可得开关函数的复傅里叶系数:

$$\begin{aligned} S_{\varphi k} &= a_{\varphi k} + j b_{\varphi k} = \\ &= \frac{1}{k\pi} \sum_{n=1}^{2m_f} (-1)^{n+1} \sin(n\omega_0 t_{\varphi n}) + \\ &= \frac{j}{k\pi} \sum_{n=1}^{2m_f} (-1)^{n+1} \cos(n\omega_0 t_{\varphi n}) = \\ &= \frac{1}{j\pi k} \sum_{n=1}^{2m_f} (-1)^n e^{-j\omega_0 k t_{\varphi n}} \end{aligned} \quad (13)$$

由式(8)可知, 开关时间 $t_{\varphi n}$ 满足 $m_\varphi(t_{\varphi n}) = c(t_{\varphi n})$, 根据调制信号与载波的时域表达式, 利用牛顿切线法可以求出开关通断的近似时间, 下面给出求取开关时间的迭代公式^[24]。

$$t_{\varphi n}^{i+1} = t_{\varphi n}^i + \frac{\cos(t_{\varphi n}^i \omega_0 + \theta) - (-1)^k k_m (t_{\varphi n}^i - a_n)}{\sin(t_{\varphi n}^i \omega_0 + \theta) \omega_0 + (-1)^k k_m} \quad (14)$$

$$a_n = \begin{cases} \frac{(n-1)T_0}{2m_f}; & m_\varphi(0) < c(0) \\ \frac{nT_0}{2m_f}; & m_\varphi(0) \geq c(0) \end{cases} \quad (15)$$

式中: i 为计算开关时刻的迭代次数, 迭代初始值

$t_{\varphi n}^0 = a_n$, a_n 为三角载波第 n 次等于零的时刻, 取迭代三次得到的值作为开关时刻的准确值;
 $k_m = 4m_f / (T_0 M)$ 为三角载波斜率与调制指数的比值。

利用这种方法, 开关函数的复傅里叶系数通过简单的编程就能获得。只要能够提供参考信号与载波信号的时域方程, 就可以很容易地实现在不同调制方式下获取开关函数的复傅里叶系数, 从而进行 HSS 建模。此外, 式(13)、式(14)直观地展示出开关函数时域描述与复傅里叶系数之间的直接关系, 便于理解与建立 HSS 模型。

利用式(4)、式(13)即可得到变换器 HSS 模型。

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \mathbf{I}_{ga} = (-\frac{R_g}{L_g} \mathbf{I} - \mathbf{N}) \mathbf{I}_{ga} - \frac{1}{L_g} \mathbf{I} V_{sa} + \frac{\mathbf{T}[G_a]}{L_g} V_{dc} \\ \frac{d}{dt} \mathbf{I}_{gb} = (-\frac{R_g}{L_g} \mathbf{I} - \mathbf{N}) \mathbf{I}_{gb} - \frac{1}{L_g} \mathbf{I} V_{sb} + \frac{\mathbf{T}[G_b]}{L_g} V_{dc} \\ \frac{d}{dt} \mathbf{I}_{gc} = (-\frac{R_g}{L_g} \mathbf{I} - \mathbf{N}) \mathbf{I}_{gc} - \frac{1}{L_g} \mathbf{I} V_{sc} + \frac{\mathbf{T}[G_c]}{L_g} V_{dc} \\ \frac{d}{dt} V_{dc} = -\frac{\mathbf{T}[S_a] \mathbf{I}_{ga} + \mathbf{T}[S_b] \mathbf{I}_{gb} + \mathbf{T}[S_c] \mathbf{I}_{gc}}{C_{dc}} + \\ \quad (-\frac{1}{R_L C_{dc}} \mathbf{I} - \mathbf{N}) V_{dc} + (\frac{1}{R_L C_{dc}} \mathbf{I} - \mathbf{N}) \mathbf{E}_{dc} \end{cases} \quad (16)$$

式中: V_{dc} , V_{sa} , V_{sb} , V_{sc} , \mathbf{I}_{ga} , \mathbf{I}_{gb} , \mathbf{I}_{gc} , \mathbf{E}_{dc} 为从时域转换而来的 HSS 变量矩阵; $\mathbf{T}[G_a]$, $\mathbf{T}[G_b]$, $\mathbf{T}[G_c]$ 为由 G_a , G_b , G_c 的复傅里叶系数构成的 Toeplitz 矩阵; $\mathbf{T}[S_a]$, $\mathbf{T}[S_b]$, $\mathbf{T}[S_c]$ 为由 S_a , S_b , S_c 的复傅里叶系数构成的 Toeplitz 矩阵; \mathbf{I} 为 $h+1$ 阶单位矩阵。

从理论上来说, HSS 模型能够反映无限次谐波的情况, 但考虑的谐波次数 h 的大小决定了模型尺寸的大小与计算速度的快慢。 h 值越大, 精度越高, 但模型尺寸将会增大, 计算速度慢。相反地, h 值越小, 精度越低, 建模方便简单, 计算速度快。故选择合适的 h 值有利于进行精确快速的 HSS 建模。图 2 展示了同一模型在考虑不同谐波次数时的直流侧电压波形, 所采用参数如表 1 所示。从图中可以看出, $h=1$ 时, 由于模型只考虑了基频分量, 忽略谐波含量, 所得到的波形及其稳态值均与高阶 HSS 模型有显著差异, 高阶 HSS 模型相较于低阶 HSS 模型包含了更丰富的谐波信息。

表 1 系统参数

Table 1 System parameters

参数/单位	数值	参数/单位	数值
L_g/mH	1	M	0.7
R_g/Ω	0.1	θ/rad	-0.5
$C_{dc}/\mu\text{F}$	1 000	m_f	15
R_L/Ω	∞	f_0/Hz	50
v_s/V	220	e_{dc}/V	0

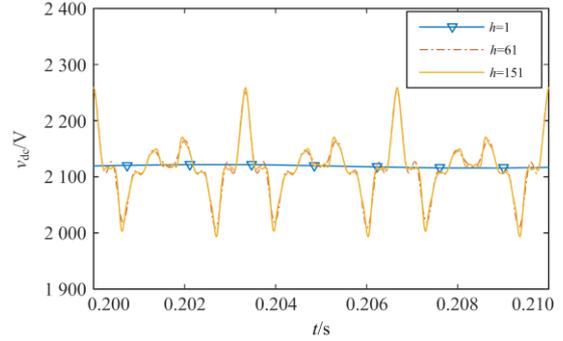


图 2 考虑不同谐波次数时的直流侧电压波形

Fig. 2 DC side voltage waveform with different harmonic orders

3 HSS 降阶模型

在三相电力系统平衡状态下, 任何三相信号都可以描述为 a 相的时移变化, 因此其傅里叶系数也可以由 a 相的傅里叶系数表示, 如式(17)所示。

$$\mathbf{X}_\varphi = \boldsymbol{\Psi}_\varphi \mathbf{X}_a \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\Psi}_\varphi = \text{diag}(\dots, e^{-j2\psi_\varphi}, e^{-j\psi_\varphi}, 0, e^{j\psi_\varphi}, e^{j2\psi_\varphi}, \dots) \quad (18)$$

式中: $\psi = a, b, c$, $\psi_a = 0$, $\psi_b = -2\pi/3$, $\psi_c = 2\pi/3$ 。

将三相系统各相分解为正序、负序、零序三个分量, 根据三相各序分量之间分别保持固定的相位关系, 可得各序分量的傅里叶系数分别为

$$\mathbf{X}_{[+1]} = \begin{bmatrix} \vdots \\ X_{-2} \\ X_1 \\ X_4 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_{[-1]} = \begin{bmatrix} \vdots \\ X_{-4} \\ X_{-1} \\ X_2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_{[0]} = \begin{bmatrix} \vdots \\ X_{-3} \\ X_0 \\ X_3 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中: $\mathbf{X}_{[+1]}$ 、 $\mathbf{X}_{[-1]}$ 、 $\mathbf{X}_{[0]}$ 分别表示正序、负序、零序分量的傅里叶系数组成。

对于三相变换器, 调频指数 m_f 通常选择为 3 的奇数倍^[25], 这种选择消除了交流量的偶次谐波分量及 3 的倍数次谐波分量, 同时消除了直流量的 6 的非倍数次谐波分量。因此式(19)可以简化为

$$\mathbf{X}_{[+1]} = \begin{bmatrix} \vdots \\ X_{-5} \\ X_1 \\ X_7 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_{[-1]} = \begin{bmatrix} \vdots \\ X_{-7} \\ X_{-1} \\ X_5 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_{[0]} = \begin{bmatrix} \vdots \\ X_{-6} \\ X_0 \\ X_6 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中: $\mathbf{X}_{[+1]}$ 、 $\mathbf{X}_{[-1]}$ 共同定义了三相变换器中的交流量; 直流量则由 $\mathbf{X}_{[0]}$ 来表示。

第 2 节中所描述的三相变换器 HSS 模型可由式(17)一式(20)简化为仅由 a 相来描述的单相降阶模型, 对于直流电压微分方程中的三相耦合项 $\mathbf{T}[S_a] \mathbf{I}_{ga} + \mathbf{T}[S_b] \mathbf{I}_{gb} + \mathbf{T}[S_c] \mathbf{I}_{gc}$ 有以下关系:

$$\begin{cases} S_{bp} I_{gbq} = S_{ap} e^{jp(-\frac{2\pi}{3})} I_{gaq} e^{jq(-\frac{2\pi}{3})} = S_{ap} I_{gaq} ; p+q=3n \\ S_{cp} I_{gcq} = S_{ap} e^{jp(\frac{2\pi}{3})} I_{gaq} e^{jq(\frac{2\pi}{3})} = S_{ap} I_{gaq} ; p+q=3n \end{cases} \quad (21)$$

式中: p, q, n 均为整数。

由此可得:

$$\begin{aligned} T[S_{a[+1]}] I_{ga[-1]} + T[S_{a[-1]}] I_{ga[+1]} &= \\ T[S_{b[+1]}] I_{gb[-1]} + T[S_{b[-1]}] I_{gb[+1]} &= \\ T[S_{c[+1]}] I_{gc[-1]} + T[S_{c[-1]}] I_{gc[+1]} & \end{aligned} \quad (22)$$

式(16)可化简为

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} I_{ga[+1]} = \left(-\frac{R_g}{L_g} I - N_{[+1]}\right) I_{ga[+1]} - \\ \quad \frac{1}{L_g} I V_{sa[+1]} + \frac{T[G_{a[+1]}]}{L_g} V_{dc[+1]} \\ \frac{d}{dt} I_{ga[-1]} = \left(-\frac{R_g}{L_g} I - N_{[-1]}\right) I_{ga[-1]} - \\ \quad \frac{1}{L_g} I V_{sa[-1]} + \frac{T[G_{a[-1]}]}{L_g} V_{dc[-1]} \\ \frac{d}{dt} V_{dc[0]} = -\frac{3(T[S_{a[+1]}] I_{ga[-1]} + T[S_{a[-1]}] I_{ga[+1]})}{C_{dc}} + \\ \quad \left(-\frac{1}{R_L C_{dc}} I - N_{[0]}\right) V_{dc[0]} + \left(\frac{1}{R_L C_{dc}} I - N_{[0]}\right) E_{dc[0]} \end{cases} \quad (23)$$

式中:

$$\begin{cases} N_{[+1]} = \text{diag}(\dots, -j5\omega_0, j\omega_0, j7\omega_0, \dots) \\ N_{[-1]} = \text{diag}(\dots, -j7\omega_0, -j\omega_0, j5\omega_0, \dots) \\ N_{[0]} = \text{diag}(\dots, -j6\omega_0, 0, j6\omega_0, \dots) \end{cases} \quad (24)$$

此时考虑的最大谐波次数需为 $h=1+6n$, I 为 $2n+1$ 阶单位矩阵。

简化后的单相降阶模型极大地减少了微分方程的数量,但仍与原模型拥有同样的结构和变量。通过重新构造式(6)中的 $\Gamma(t)$ 以匹配各序分量的谐波次数如式(25)所示,即可得到降阶模型对应的时域表达式。

$$\begin{cases} \Gamma_{[+1]}(t) = [\dots, e^{-j5\omega_0 t}, e^{j\omega_0 t}, e^{j7\omega_0 t}, \dots] \\ \Gamma_{[-1]}(t) = [\dots, e^{-j7\omega_0 t}, e^{-j\omega_0 t}, e^{j5\omega_0 t}, \dots] \\ \Gamma_{[0]}(t) = [\dots, e^{-j6\omega_0 t}, 1, e^{j6\omega_0 t}, \dots] \end{cases} \quad (25)$$

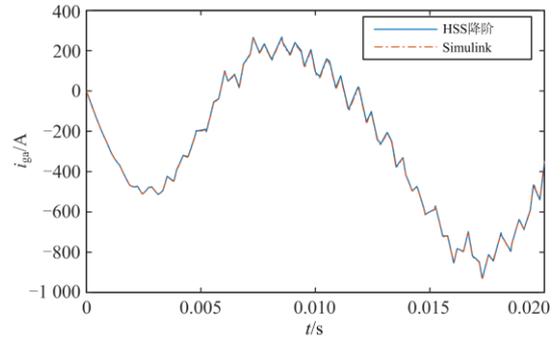
4 仿真验证

在 Simulink 中搭建电压源型三相并网变换器仿真,并在 Matlab 中计算 HSS 模型及其简化模型结

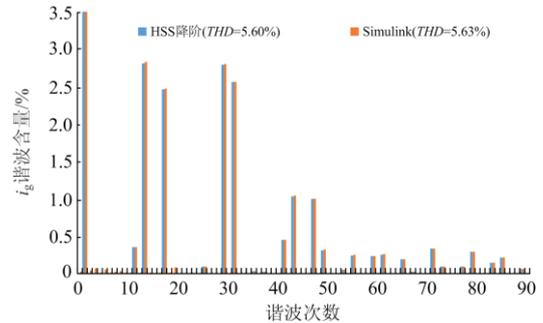
果,通过仿真与模型计算结果对比验证 HSS 模型计算的准确性以及 HSS 降阶模型的简化能力,所进行仿真的系统拓扑结构如图 1 所示,采用参数如表 1。

HSS 降阶模型考虑谐波次数 $h=151$ 进行计算,三相变换器交流侧输出电流 i_{ga} 、直流侧电容电压 v_{dc} 的 Simulink 仿真结果与 HSS 降阶模型计算结果及其频谱分析对比如图 3 所示。从图 3 的对比结果可以看出, HSS 降阶模型保留了开关过程中的大部分谐波信息,虽然 HSS 简化模型与 Simulink 仿真结果有一些细微出入,但考虑到进行快速傅里叶变换导致的频谱泄露及程序计算时产生的计算误差,可认为本文所提出的 HSS 简化建模方法基本准确。

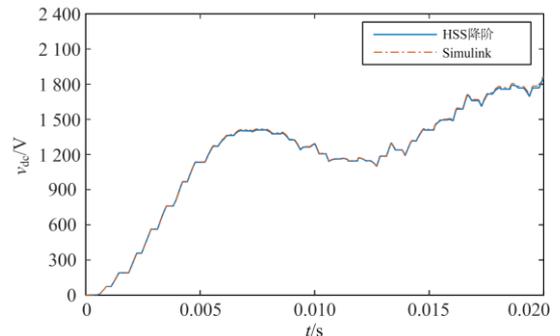
为了验证 HSS 降阶模型的简化能力,分别在 $m_r=9, 15, 21, 27 (h=10m_r+1)$ 第四种情况下比较 HSS 模型与 HSS 降阶模型的计算速度,所得结果如表 2 所示,为了更加直观地比较其差异,将表 2 绘制成折线图如图 4 所示。



(a) 变换器交流电流波形对比



(b) 变换器交流电流频谱对比



(c) 变换器直流电压波形对比

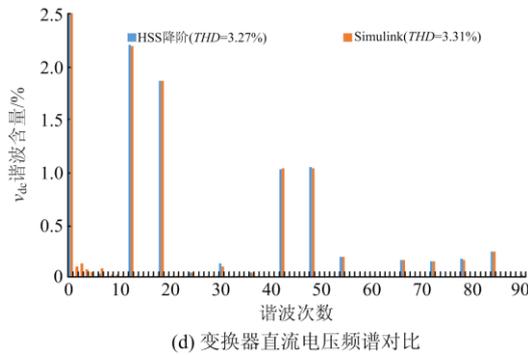


图 3 变换器交流电流与直流电压波形及频谱对比

Fig. 3 Comparison of AC current and DC voltage waveform and spectrum of the converter

表 2 模型计算时间对比

Table 2 Comparison of model calculation time

模型	$m_f=9$	$m_f=15$	$m_f=21$	$m_f=27$
HSS	294 s	1 459 s	3 795 s	8 490 s
HSS 降阶	4.6 s	19.8 s	98 s	139.2 s

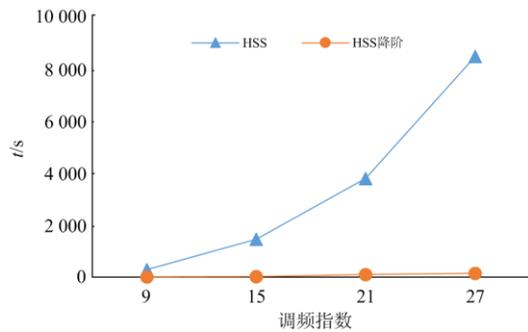


图 4 模型计算时间对比折线图

Fig. 4 Comparison line diagram of model calculation time

从表 2 中的对比结果可以看出，HSS 降阶模型在保持与未简化的 HSS 模型相同精度的条件下大大降低了模型尺寸，减小了模型运算时间，并且随着调频指数 m_f 和考虑谐波次数 h 的增大，这种简化能力更加明显，这意味着在考虑高开关频率与谐波次数或更加复杂的系统模型时，HSS 降阶模型在求解模型时有着更大的优势。

5 结论

基于开关时刻的计算，本文提出了一种计算开关函数的复傅里叶系数的通用解析算法，以此替代通过 FFT 获得开关函数的谐波含量，具有能够更加直观地展示系统时域模型与 HSS 模型之间的转换关系的优点。此外文中基于平衡系统的三相关系提出了 HSS 降阶模型，并通过理论计算与仿真对比得

到验证，实现了在不影响模型精度的前提下，解决谐波状态空间建模尺寸庞大的问题，有利于推动谐波状态空间建模在电力电子系统中的应用，为解决谐波交互问题、分析谐波耦合现象提供理论基础。

参考文献

- [1] 周孝信, 鲁宗相, 刘应梅, 等. 中国未来电网的发展模式和关键技术[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(29): 4999-5008.
ZHOU Xiaoxin, LU Zongxiang, LIU Yingmei, et al. Development models and key technologies of future grid in China[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(29): 4999-5008.
- [2] 李长庆, 魏云冰, 郭元战, 等. 含分布式电源的配电网电能质量扰动源定位研究[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(9): 104-111.
LI Changqing, WEI Yunbing, GUO Yuanzhan, et al. Research on power quality disturbance source location of a distribution network with distributed power supply[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(9): 104-111.
- [3] 周娟, 任国影, 魏琛, 等. 电动汽车交流充电桩谐波分析及谐波抑制研究[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(5): 18-25.
ZHOU Juan, REN Guoying, WEI Chen, et al. Harmonic analysis of electric vehicle AC charging spot and research on harmonic restriction[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(5): 18-25.
- [4] LI R, WANG P, WANG K, et al. Power quality enhancement and engineering application with high permeability distributed photovoltaic access to low-voltage distribution networks in Australia[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2020, 5(3): 183-189. DOI: 10.1186/s41601-020-00163-x.
- [5] 邵振国, 许昊铂, 肖颂勇, 等. 新能源电网中的谐波问题[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(4): 178-187.
SHAO Zhenguo, XU Haobo, XIAO Songyong, et al. Harmonic problems in a new energy power grid[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(4): 178-187.
- [6] 刘建锋, 李美玉, 余光正, 等. 考虑 VSC 系统谐波稳定条件下的 LCL 滤波器参数优化设计方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(13): 80-90.
LIU Jianfeng, LI Meiyu, YU Guangzheng, et al. Optimization design method of LCL filter parameters considering harmonic stability of VSC system[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(13): 80-90.
- [7] AGUNDIS-TINAJERO G, SEGUNDO-RAMÍREZ J, PEÑA-GALLARDO R, et al. Harmonic issues assessment on PWM VSC-based controlled microgrids using Newton

- methods[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 9(2): 1002-1011.
- [8] 周国华, 冷敏瑞, 李媛, 等. 开关变换器及其控制环路的建模综述[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(1): 183-199, 386.
ZHOU Guohua, LENG Minrui, LI Yuan, et al. A review on modeling of switching converters and their control loops[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(1): 183-199, 386.
- [9] YAO J, ZHENG K, ABRAMOVITZ A. Small-signal model of switched inductor boost converter[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2019, 34(5): 4036-4040.
- [10] AYACHIT A, KAZIMIERCZUK M K. Averaged small-signal model of PWM DC-DC converters in CCM including switching power loss[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2019, 66(2): 262-266.
- [11] 鄂志君, 应迪生, 陈家荣, 等. 动态相量法在电力系统仿真中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(31): 42-47.
E Zhijun, YING Disheng, CHEN Jiarong, et al. Application of dynamic phasor in power system simulation[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(31): 42-47.
- [12] 姜宽, 王慧芳, 林达, 等. 面向逆变器型分布式电源的快速建模与仿真方法[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(12): 13-19.
JIANG Kuan, WANG Huifang, LIN Da, et al. Rapid modeling and simulation method for inverter-interfaced distributed generators[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(12): 13-19.
- [13] RICO J J, ACHA E, MILLER T J E. Harmonic domain modelling of three phase thyristor-controlled reactors by means of switching vectors and discrete convolutions[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1996, 11(3): 1678-1684.
- [14] ARRILLAGA J, WATSON N R. The harmonic domain revisited[C] // 13th International Conference on Harmonics and Quality of Power, September 28-October 1, 2008, Wollongong, Australia: 9-19.
- [15] ORILLAZA J R C, WOOD A R. Harmonic state-space model of a controlled TCR[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2013, 28(1): 197-205.
- [16] LOVE G N, WOOD A R. Harmonic state space model of power electronics[C] // 13th International Conference on Harmonics and Quality of Power, September 28-October 1, 2008, Wollongong, Australia: 309-314.
- [17] KWON J, WANG X, BLAABJERG F, et al. Harmonic interaction analysis in a grid-connected converter using harmonic state-space (HSS) modeling[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2017, 32(9): 6823-6835.
- [18] 徐梓高. 基于谐波状态空间的模块化多电平换流器建模[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
XU Zigao. Modeling of modular multilevel converter based on harmonic state space[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018.
- [19] LÜ J, ZHANG X, CAI X, et al. Harmonic state-space based small-signal impedance modeling of a modular multilevel converter with consideration of internal harmonic dynamics[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2019, 34(3): 2134-2148.
- [20] 周攀, 刘天琪, 王顺亮, 等. 考虑谐波耦合特性的 LCC-HVDC 换流站小信号建模[J]. 电网技术, 2021, 45(1): 153-161.
ZHOU Pan, LIU Tianqi, WANG Shunliang, et al. Small signal modeling of LCC-HVDC station with consideration of harmonic coupling characteristics[J]. Power System Technology, 2021, 45(1): 153-161.
- [21] WERELEY N M. Analysis and control of linear periodically time varying systems[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1991.
- [22] WERELEY N M, HALL S R. Linear time periodic systems: transfer function, poles, transmission zeroes and directional properties[C] // 1991 American Control Conference, June 26-28, 1991, Boston, MA, USA: 1179-1184.
- [23] KWON J, WANG X, BLAABJERG F, et al. Linearized modeling methods of AC-DC converters for an accurate frequency response[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2017, 5(4): 1526-1541.
- [24] SEGUNDO-RAMIREZ J, MEDINA A. Modeling of FACTS devices based on SPWM VSCs[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2009, 24(4): 1815-1823.
- [25] MOHAN N, UNDELAND T M, ROBBINS W P. Power electronics: converters, applications and design[M]. USA: John Wiley & Sons, Inc, 2003.

收稿日期: 2020-10-08; 修回日期: 2021-02-16

作者简介:

张国荣(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电能质量控制技术、储能系统中的电力变换技术、光伏发电技术; E-mail: zhanggrcao@163.com

徐晨林(1998—), 女, 硕士研究生, 研究方向为电能质量控制技术。E-mail: 137693379@qq.com

(编辑 姜新丽)