

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.191324

基于 Tube 不变集的直流微电网鲁棒模型预测控制

王晓兰, 侯天玉, 宫玮丽, 刘祥远

(兰州理工大学电气与控制工程国家级实验教学示范中心, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 由多个分布式发电单元(Distributed Generation Units, DGUs)互联组成的直流微电网中, DGU 的投入或退出使微电网结构具有不确定性。针对这一问题, 将基于 Tube 不变集的鲁棒模型预测控制策略应用于直流微电网, 离线设计, 在线实时控制, 使直流微电网在结构具有不确定情况下的状态始终收敛于终端干扰不变集, 保证 DGU 投入或退出时直流微电网的母线电压稳定。首先分析了系统的状态方程, 并推导出线性化模型。然后设计鲁棒模型预测控制器。最后利用 Matlab 进行数值仿真, 验证了该控制方法的可行性。

关键词: 直流微电网; 不确定系统; Tube 不变集; 线性矩阵不等式; 鲁棒模型预测控制

Robust model predictive control of a DC microgrid based on a Tube invariant set

WANG Xiaolan, HOU Tianyu, GONG Weili, LIU Xiangyuan

(National Experimental Teaching Demonstration Center of Electrical and Control Engineering,
Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: In a DC microgrid composed of multiple interconnected Distributed Generation Units (DGUs), the input or exit of the DGU makes the microgrid structure uncertain. To solve this problem, a Robust Model Predictive Control (RMPC) strategy based on a Tube invariant set is applied to the DC microgrid, with off-line design and online real-time control, so that the state of the DC microgrid with uncertain structure always converges to a terminal interference invariant set, and the bus voltage of the DC microgrid is stable when the DGU is put in or out. First, the state equation of the system is analyzed, and the linearized model is derived. Then, the robust model predictive controller is designed. Finally, the feasibility of the control method is verified by numerical simulation with Matlab.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 61963024).

Key words: DC microgrid; uncertain system; Tube invariant set; linear matrix inequality (LMI); robust model predictive control (RMPC)

0 引言

随着直流负荷比重日益增加, 为减少中间变换环节, 提高电能的利用率, 直流微电网(DC microgrid, DC-MG)因其广阔的应用前景逐渐成为学者们的研究热点。由于 DC-MG 中不存在无功功率波动, 因此直流母线电压稳定与否成为衡量 DC-MG 稳定运行的重要指标之一。DC-MG 运行过程中, 受负荷变化、检修或故障等因素影响, 需经常投入或退出 DGUs, 造成系统结构发生变化, 这非常不利于直流母线电压稳定^[1-5]。

目前, 针对 DC-MG 中结构变化给模型建立与

控制过程中参数选择带来的不确定性, 国内外学者引入模型预测控制(Model Predictive Control, MPC)的思想, 并取得了良好的效果^[6-7]。文献[7]针对可再生能源出力和负荷需求的不确定性, 建立微电网多目标鲁棒调度模型。文献[8]提出了一种简单的模型预测电流控制策略, 论证了 MPC 相对于传统 PI 控制的优越性。文献[9-10]将 MPC 方法用于 DC-MG 的储能系统, 提高了储能系统的稳定性。文献[11-16]在 MPC 背景下, 针对约束系统有界扰动提出了鲁棒模型预测控制(Robust Model Predictive Control, RMPC)策略。文献[11-12]将基于线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)的优化方法应用于带约束的不确定线性系统, 在椭圆不变集的基础上设计 MPC 控制器, 保证系统稳定。文献[13]对约束离

散线性系统采用多面体不变集设计控制器, 处理不对称约束。文献[15]提出一种基于混合 H2/H ∞ 指标的 RMPC 控制器设计方法, 应用于有界扰动的多胞不确定约束系统, 提高了系统鲁棒性。文献[16]针对有界扰动的约束线性系统, 设计 MPC 控制器, 很好地解决了扰动对系统的影响。文献[17]将精确反馈线性化与反步滑模控制相结合应用于双向直流变换器中, 保证系统在不确定性情况下的鲁棒性。文献[18]提出一种新的分散控制策略, 采用离线设计方法, 保证 DGU 投入或退出时系统的稳定性。文献[19]首先介绍了椭圆不变集的构造方法, 然后通过 LMI 在线优化性能指标上界, 得到最大、最小椭圆不变集及对应的反馈控制律, 并设计相应的控制器, 来保证系统稳定。以上文献所采用的 RMPC 方法, 可对扰动范数有界不确定模型进行有效刻画。但对于因 DGU 投退造成 DC-MG 结构不确定情况, 并未进行深入研究。为此, 本文采用 RMPC 的扰动范数有界不确定模型来解决 DC-MG 中的结构不确定问题。

本文首先在椭圆不变集基础上, 对标称系统设计基于多面体不变集的 RMPC 算法, 然后针对因 DGU 投退造成的 DC-MG 结构不确定情况, 引入 Tube 不变集, 设计基于 Tube 不变集的 RMPC 策略, 使 DC-MG 系统状态在镇定过程中处于以标称系统状态轨迹为中心的“管道”中, 从而抑制 DGU 投退对直流母线电压产生的影响, 保证系统的稳定性。

1 问题描述

1.1 典型的直流微电网结构描述

图 1 为典型的 DC-MG 结构示意图。其中 N 个 DGUs 接入公共交流母线, 并通过双向 AC/DC 变流

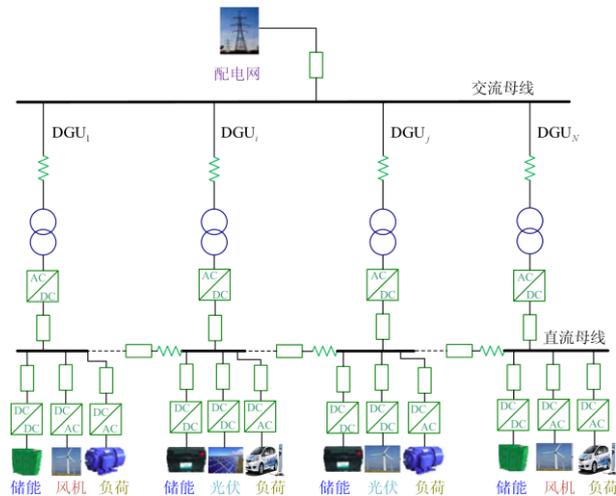


图 1 典型的直流微电网结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of a typical DC microgrid

器接入交流大电网。每个 DGU 中, 光伏、风力发电等分布式电源通过 AC-DC/DC-DC 变换器接入直流母线, 供电给本地负载。为了方便, 本文只考虑电阻性负载和带储能环节的分布式电源。

1.2 直流微电网模型

为便于研究, 本文首先对两个互联的 DGUs 进行建模分析, 然后将该模型扩展到由 N 个 DGUs 互联构成的 DC-MG 中。

如图 2 为任意两个 DGU $_i$ 和 DGU $_j$ 互联组成的 DC-MG 结构原理图。其中, 直流电压源表示带储能环节的分布式电源, 它通过 Buck 变换器和带有 LC 滤波器的负载电路连接到公共耦合点(Point of Common Coupling, PCC)。PCC $_i$ 与 PCC $_j$ 间等效环节用 $R_{ij}L_{ij}$ 等效电路表示。

图 2 中, R_{ii} 、 L_{ii} 、 C_{ii} 分别为分布式电源经 Buck $_i$ 变换器后到 PCC $_i$ 之间等效电路的电阻、电感和电容等效值; R_{ij} 和 L_{ij} 为公共耦合点 PCC $_i$ 、PCC $_j$ 之间的电阻、电感等效值; v_{ii} 、 v_{ij} 为直流电压源经过 Buck 变换器后的等效输出电压; i_{ii} 、 i_{ij} 为 Buck 变换器的等效输出电流; i_{ij} 、 i_{ji} 分别为从公共耦合点 PCC $_i$ 、PCC $_j$ 流入 DGU $_i$ 和 DGU $_j$ 的等效电流; 在本系统中, 假定负荷未知并视为电流扰动 i_L , 则 DGU $_i$ 和 DGU $_j$ 的等效负荷电流分别为 i_{Li} 、 i_{Lj} 。

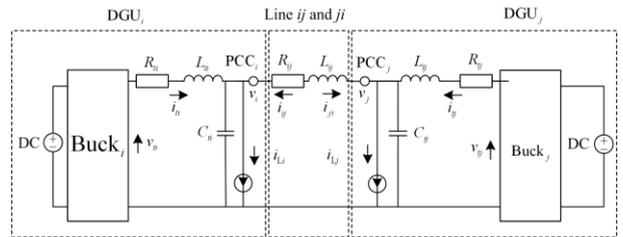


图 2 两个互联 DGUs 等效电路图

Fig. 2 Equivalent circuit diagram of two interconnected DGUs

根据图 2, 利用基尔霍夫电压定律和基尔霍夫电流定律可列写如下方程:

$$\text{DGU}_i : \begin{cases} \frac{dv_i}{dt} = \frac{1}{C_{ii}} i_{ii} + \frac{1}{C_{ii}} i_{ij} - \frac{1}{C_{ii}} i_{Li} \\ \frac{di_{ii}}{dt} = -\frac{R_{ii}}{L_{ii}} i_{ii} - \frac{1}{L_{ii}} v_i + \frac{1}{L_{ii}} v_{ii} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Line } ij : \begin{cases} \frac{di_{ij}}{dt} = \frac{1}{L_{ij}} v_j - \frac{R_{ij}}{L_{ij}} i_{ij} - \frac{1}{L_{ij}} v_i \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Line } ji : \begin{cases} \frac{di_{ji}}{dt} = \frac{1}{L_{ji}} v_i - \frac{R_{ji}}{L_{ji}} i_{ji} - \frac{1}{L_{ji}} v_j \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{DGU}_j : \begin{cases} \frac{dv_j}{dt} = \frac{1}{C_{ij}} i_{ij} + \frac{1}{C_{ij}} i_{ji} - \frac{1}{C_{ij}} i_{Lj} \\ \frac{di_{ij}}{dt} = -\frac{R_{ij}}{L_{ij}} i_{ij} - \frac{1}{L_{ij}} v_j + \frac{1}{L_{ij}} v_{ij} \end{cases} \quad (4)$$

对式(2)和式(3), 根据文献[20], 由于耦合点之间的传输线路中电感值相对电阻值而言非常小, 故可认为 $\frac{di_{ij}}{dt} \approx 0$ 和 $\frac{di_{ji}}{dt} \approx 0$, 并将其代入式(1), 得到伪稳态(Quasi Stationary Line, QSL)状态空间方程如式(5)所示。

$$\sum_i^{\text{DGU}} : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{M}_i \mathbf{d}_i(t) + \boldsymbol{\xi}_i(t) \\ \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{C}_i \mathbf{x}_i(t) \end{cases} \quad (5)$$

其中状态变量 $\mathbf{x}_i = [v_i, i_{ii}]^T$, 控制输入 $\mathbf{u}_i = v_{ii}$, 外部扰动 $\mathbf{d}_i = i_{Li}$ 。 $\mathbf{y}_i(t)$ 为测量输出且假定 $\mathbf{y}_i = \mathbf{x}_i$, $\boldsymbol{\xi}_i(t) = \mathbf{A}_{ij} \mathbf{x}_j$ 表示 DGU_i 和 DGU_j 的耦合。

系数矩阵

$$\mathbf{A}_{ii} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{ij} C_{ii}} & \frac{1}{C_{ii}} \\ -\frac{1}{L_{ii}} & -\frac{R_{ii}}{L_{ii}} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_{ii}} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_{ii}} \\ 0 \end{bmatrix}。$$

关联矩阵

$$\mathbf{A}_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{ij} C_{ii}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

将外部扰动和互联耦合均看作有界扰动, 记为

$$\mathbf{w}_i(t) = \mathbf{M}_i \mathbf{d}_i(t) + \boldsymbol{\xi}_i(t) \quad (6)$$

由此可将上述模型一般化到 N 个 DGUs 组成的 DC-MG 模型。令 $D = \{1, L, N\}$, $N_i \subset D$ 表示与 DGU_i 互联的发电单元集合。由于相邻关系是对称的, 因此 $j \in N_i$ 意味着 $i \in N_j$ 。故 N 个 DGUs 构成的 DC-MG, 状态方程可写为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{w}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{w}(t) = \mathbf{M} \mathbf{d}(t) + \boldsymbol{\xi} \\ \boldsymbol{\xi}_i = \sum_{j \in D} \mathbf{A}_{ij} \mathbf{x}_j(t) \end{cases} \quad (7)$$

$\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{L}, \mathbf{x}_N)^T \in \mathfrak{R}^{2N \times 1}$, $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{L}, \mathbf{u}_N)^T \in \mathfrak{R}^{N \times 1}$, $\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{L}, \mathbf{y}_N)^T \in \mathfrak{R}^{2N \times 1}$ 。通过欧拉法将上述连续系

统离散化, 系统(7)可转换为如下离散模型。

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (8)$$

状态变量 $\mathbf{x}(k) \in \mathfrak{R}^{2N \times 1}$, 控制输入 $\mathbf{u}(k) \in \mathfrak{R}^{N \times 1}$, 输出 $\mathbf{y}(k) \in \mathfrak{R}^{2N \times 1}$, 有界干扰 $\mathbf{w}(k) \in \mathfrak{R}^{N \times 1}$ 。状态向量中 PCC 电压满足 $v_i \in [v_i - \Delta v, v_i + \Delta v]$, 传输线路中的电流满足 $i_{ii} \in [i_{ii} - \Delta i, i_{ii} + \Delta i]$; 互联后传输线路电阻 $R_{ij} \in [R_{ij \min}, R_{ij \max}]$ 。状态向量满足

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{ij \max} C_{ii}} & \frac{1}{C_{ii}} \\ -\frac{1}{L_{ii}} & -\frac{R_{ii}}{L_{ii}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i - \Delta v \\ i_{ii} - \Delta i \end{bmatrix} < \mathbf{A}_{ii} \begin{bmatrix} v_i \\ i_{ii} \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{ij \min} C_{ii}} & \frac{1}{C_{ii}} \\ -\frac{1}{L_{ii}} & -\frac{R_{ii}}{L_{ii}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i + \Delta v \\ i_{ii} + \Delta i \end{bmatrix} \quad (9)$$

同理, PCC_j 电压 $v_j \in [v_j - \Delta v, v_j + \Delta v]$, 传输线路中的电流 $i_{ij} \in [i_{ij} - \Delta i, i_{ij} + \Delta i]$, 因此互联耦合满足

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_{ij \max} C_{ii}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_j - \Delta v \\ i_{ij} - \Delta i \end{bmatrix} < \mathbf{A}_{ij} \begin{bmatrix} v_i \\ i_{ii} \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{ij \min} C_{ii}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_j + \Delta v \\ i_{ij} + \Delta i \end{bmatrix} \quad (10)$$

由于 DGU 互联时负载虽然未知, 但其变化范围有界, $R_L \in [R_{L \min}, R_{L \max}]$ 。输出电压变化范围为 $v_* \in [v_* - \Delta v, v_* + \Delta v]$ ($* \in i, j$)。故负载电流 i_{L*} ($* \in i, j$) 变化有界, 变化范围为 $i_{L*} \in [\frac{v_* - \Delta v}{R_{L \max}}, \frac{v_* + \Delta v}{R_{L \min}}]$ 。由以

上分析得出外部扰动和互联耦合有界, 即干扰 \mathbf{w} 有界, 且满足约束

$$\mathbf{w} \in \mathbf{W} \quad (11)$$

式中, \mathbf{W} 为扰动集合。与系统(8)对应的标称系统状态空间方程为

$$\mathbf{x}'(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}'(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}'(k) \quad (12)$$

以上是对直流微电网不确定结构的分析和模型建立, 下面对鲁棒模型预测控制器进行设计。

2 直流微电网鲁棒模型预测控制器设计

针对直流微电网系统(8), 设计鲁棒模型预测控制器, 在状态约束和互联耦合满足条件式(9)、式(10)的情况下, 对每个采样时刻设计最优控制输入

$\mathbf{u}^*(k)$ ，将系统状态驱动到原点并最小化性能指标。因此，在任意时刻 k 从系统状态 $\mathbf{x}(k)$ 出发的无穷时域最优控制问题可以表示为

$$\min_{\mathbf{u}(k+i|k)=\mathbf{K}(k)\mathbf{x}(k+i|k)} \max_{\mathbf{w} \in W, i \geq 0} J_\infty(k) = \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \|\mathbf{x}(k+i|k)\|_Q^2 + \|\mathbf{u}(k+i|k)\|_R^2 \right\} \quad (13)$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{bmatrix} v_i - \Delta v \\ i_{ii} - \Delta i \end{bmatrix} \leq \mathbf{y}(k+i|k) \quad (14)$$

$$\mathbf{y}(k+i|k) \leq \begin{bmatrix} v_i + \Delta v \\ i_{ii} + \Delta i \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中， \mathbf{Q}, \mathbf{R} 为正定加权矩阵。通过选择 Lyapunov 函数 $V(\mathbf{x}(k))$ 得到

$$\max_{\mathbf{w} \in W, i \geq 0} J_\infty(k) \leq V(\mathbf{x}(k)) \leq \gamma \quad (16)$$

式中， γ 为性能指标上界。

针对系统(8)，设计相应的状态反馈控制律

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}(k)\mathbf{x}(k) \quad (17)$$

得到如下闭环系统

$$\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{A} + \mathbf{BK}(k))\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (18)$$

2.1 标称系统基于多面体不变集的鲁棒模型预测控制算法设计

首先针对标称系统(12)离线设计不同状态点 $\mathbf{x}'_i(k)$ 下的多面体不变集，进而根据当前状态 $\mathbf{x}'(k)$ ，在线求解 $\mathbf{x}'(k)$ 的最大下标对应的多面体不变集 S_i ，并选择反馈增益 $\mathbf{K}(k) = \mathbf{K}_i$ ，保证标称系统渐近稳定。

(1) 离线设计多面体不变集

由于多面体不变集的在线计算量较大，为了减少在线计算量，采用离线算法，将在线运算负荷转移到离线计算。

Step1: 计算满足约束(9)和(10)的最大和最小椭圆不变集 Σ_1 和 Σ_s ，及其对应的参数 $\mathbf{Q}_1, \mathbf{P}_1$ 和 $\mathbf{Q}_s, \mathbf{P}_s$ ，性能指标 γ_1, γ_s ，反馈增益 $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_s$ 。

Step2: 计算状态反馈增益 $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_s$ 下的多面体不变集 S_1, S_s 。

Step3: 在多面体不变集 S_1 和 S_s 之间的范围内，选择 N 个渐近收敛于原点的状态点 $(\mathbf{x}'_{1_2}, \mathbf{x}'_{2_2}), (\mathbf{x}'_{1_3}, \mathbf{x}'_{2_3}), \dots, (\mathbf{x}'_{1_{n+1}}, \mathbf{x}'_{2_{n+1}})$ 。

对性能指标 γ_i, γ_j ，满足条件 $\gamma_i < \gamma_j$ ，且 γ_j 对应的椭圆不变集 $\Sigma_j = \{\mathbf{x} | \mathbf{x}'^T \mathbf{Q}_j \mathbf{x}' \leq 1\}$ ，对应的 Lyapunov 函数 $V_j(\mathbf{x}') = \mathbf{x}'^T \mathbf{P}_j \mathbf{x}'$ 。为得到随性能指标递减而递减的 Lyapunov 函数， γ_i 对应的函数 $V_i(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P}_i \mathbf{x}'$ 满足 $V_i(\mathbf{x}) < V_j(\mathbf{x}')$ ，即

$$\mathbf{Q}_j - \gamma_i \mathbf{Q}_j \gamma_j^{-1} > 0 \quad (19)$$

为了提高控制器的性能，加入约束(19)进行优化，确定不同状态点下的反馈增益 $\mathbf{K}_2, \mathbf{L}, \mathbf{K}_{n+1}$ 和不变集 S_2, \mathbf{L}, S_{n+1} ，使 $\bigcup_{i=1}^{n+2} S_i$ 尽可能大，从而得到初始状态允许集 $S = \bigcup_{i=1}^{n+2} S_i$ 。

(2) 在线实时控制

根据离线计算得到的初始状态允许集 S 和初始状态 $\mathbf{x}'(0)$ ，对实测当前状态 $\mathbf{x}'(k)$ 在线实时控制。

Step1: 给定初始状态 $\mathbf{x}'(0) \in S$ 。

Step2: 根据当前时刻状态 $\mathbf{x}'(k)$ 判断以下情况：如果 $\mathbf{x}'(k) \in S$ ，查寻包含状态 $\mathbf{x}'(k)$ 的最大下标多面体不变集 S_i ，在 k 时刻选择状态反馈增益 $\mathbf{K}(k) = \mathbf{K}_i$ 作用于系统。

Step3: 返回在线 Step2 继续测量下一时刻的系统状态。

通过定理 1 可以确保标称系统基于多面体不变集的算法稳定。

定理 1 如果标称系统(12)和初始状态 $\mathbf{x}'(0)$ 在多面体不变集序列 S 中，则基于多面体不变集的控制策略可保证闭环系统渐近稳定。

2.2 直流微电网基于 Tube 不变集的鲁棒模型预测控制

针对 DC-MG 系统(8)，由于有界扰动的存在，所以在标称系统(12)基于多面体不变集的算法基础上，采用基于 Tube 不变集的控制算法，使 DC-MG 系统状态始终处于以标称系统状态轨迹为中心的“管道”中，并收敛于终端干扰不变集，保证系统渐近稳定。根据文献[21]给出了与干扰不变集有关的引理 1 和 2， \oplus 为 Minkowski 集合。

引理 1 假设 G 是闭环系统 $\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k)$ 的干扰不变集，DC-MG 系统为 $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Ax}(k) + \mathbf{Bu}(k) + \mathbf{w}(k)$ ，对应标称系统为 $\mathbf{x}'(k+1) = \mathbf{Ax}'(k) + \mathbf{Bu}'(k)$ 。如果 k 时刻 DC-MG 系统状态 $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{x}'(k) \oplus G$ ，则采用反馈控制律 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}'(k) + \mathbf{K}(\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}'(k))$ 可确保对任意 $\mathbf{w} \in W$ ，有 $\mathbf{x}(k+1) \in \mathbf{x}'(k+1) \oplus G$ 。

引理 2 假设 G 是闭环系统 $\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k)$ 的干扰不变集，DC-MG 系统为 $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Ax}(k) + \mathbf{Bu}(k) + \mathbf{w}(k)$ ，对应标称系统为 $\mathbf{x}'(k+1) = \mathbf{Ax}'(k) + \mathbf{Bu}'(k)$ ，则 DC-MG 系统的状态允许集 X 和标称系统的状态允许集 X' 满足 $X = X' \oplus G$ 。

根据引理 2，选取标称系统初始状态 $\mathbf{x}'(0)$ 对应

的容许集 S 、干扰不变集 G ，将它们的 Pontryagin 集差^[22] S' 作为不确定性条件下 DC-MG 的初始状态容许集，其中 $S = S' \oplus G$ 。由引理 2 得，若 $\mathbf{x}'(k) \in S'$ ，则 $\mathbf{x}'(k) + \mathbf{w}(k) \in S$ ，可保证 DC-MG 系统满足状态约束。进一步由 $S = S' \oplus G$ 可知，在 S 一定的情况下，为使 G 尽可能小， S' 尽可能大，选择最小干扰不变集。

算法：DC-MG 系统基于 Tube 不变集的 RMPC 算法设计。

对系统(8)，在满足约束条件(9)和(10)情况下，设计基于 Tube 不变集的 RMPC 策略如下。

(1) 离线设计 Tube 不变集

Step1: 对标称系统(12)，利用多面体不变集算法计算得到多面体不变集序列 S_1, S_2, \dots, S_n 和反馈增益 $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \dots, \mathbf{K}_n$ ，得到不变集的并集 $S = \bigcup_{i=1}^n S_i$ 。

Step2: 根据上一步得到的反馈增益，计算各个反馈增益对应的最小鲁棒控制不变集序列 G_1, G_2, \dots, G_n ，选择最小鲁棒控制不变集作为系统的干扰不变集，记为 G_f ，与之对应的反馈增益为 \mathbf{K}_f ，以原点为中心的干扰不变集记为终端干扰不变集 G_{f_0} 。

Step3: 将 S 与 G_f 的集差 S' 作为 DC-MG 系统的初始状态允许集。为降低计算量，取 $S' = \bigcup_{i=1}^n S'_i (S'_i = S_i \sim G_f)$ 。

(2) 在线实时控制

Step1: 给定初始状态 $\mathbf{x}(0) \in S' (x(0) \in \mathbf{x}'(0))$ 。

Step2: 根据当前状态 $\mathbf{x}(k), \mathbf{x}'(k)$ 判断以下情况：若 $\mathbf{x}'(k) \in S' = \bigcup_{i=1}^n S'_i$ ，则查寻使得 $\mathbf{x}'(k) \in S$ 的最大下标下的 S_i ，利用反馈控制律 $\mathbf{u}'(k) = \mathbf{K}_i \mathbf{x}'(k)$ 计算标称系统轨迹，设计控制律

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}_i \mathbf{x}'(k) + \mathbf{K}_f (\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}'(k)) \quad (20)$$

若 $\mathbf{x}(k) \in G_f$ ，那么 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}_f \mathbf{x}(k)$ 。 \mathbf{K}_f 为控制律序列中最小的控制律。

Step3: 测量下一时刻 DC-MG 的系统状态，取 $k = k + 1$ ，返回 Step2。

本算法依据 DC-MG 系统初始状态，利用标称系统离线模型预测控制序列来确定 DC-MG 系统的控制输入，使得 DC-MG 在不确定情况下系统状态 $\mathbf{x}(k)$ 一直处于以标称系统状态 $\mathbf{x}'(k)$ 为中心的干扰不变集内，保证 DC-MG 系统在约束条件下渐近稳定，且收敛于终端干扰不变集 G_{f_0} 。在 DC-MG 系统中采用控制输入 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}_i \mathbf{x}'(k) + \mathbf{K}_f (\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}'(k))$ ，确保了 DC-MG 系统状态与标称系统状态序列之间的差值最小，增强了系统鲁棒性。

通过定理 2 可确保 DC-MG 系统基于 Tube 不变集的算法稳定。

定理 2 对 DC-MG 系统(8)，如果状态约束和互联耦合满足条件(9)和(10)，通过本算法设计的控制器可保证系统渐近稳定。

通过以上分析和推导，在 k 时刻求解无穷时域“极小-极大”问题(10)可转化为求解以下优化问题

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{K}, \mathbf{w} \in \mathbf{W}} \gamma \\ \text{s.t. 式(9), (10), (14), (15), (19), (20)} \end{cases} \quad (21)$$

由此可求出反馈增益 \mathbf{K} 和性能指标 γ 。

3 仿真结果

针对系统(8)，通过数值仿真验证控制器的性能。本节将主要讨论互联耦合和外部扰动对 DC-MG 母线电压的影响。DC-MG 参数如表 1、表 2 所示。

表 1 DGU 参数

Table 1 DGU parameters

参数	数值
C_{f*}	2.2 mF
L_{f*}	1.8 mH
L_{*0}	1.8 μ H
R_{f*}	0.2 Ω
R_{*0}	0.05 Ω

表 2 线路参数

Table 2 Circuit parameters

DGUs(i, j)	R/Ω	L/μ H
(1,2)	0.05	2.1
(2,3)	0.07	1.8
(3,4)	0.06	1.0
(1,4)	0.04	2.3

3.1 两个分布式发电单元互联情况下节点电压的动态特性

在分布式发电单元各自独立运行情况下，将其中两个分布式发电单元分别记为 DGU_1 和 DGU_2 。根据系统(5)的状态方程，以及表 1、表 2 中的 DC-MG 参数，将连续系统转化为离散系统，求得对应的系数矩阵 $\mathbf{A}_{11} = [-1.0222 \quad -0.7782; -0.9511 \quad 0.0640]$ ， $\mathbf{B}_1 = [0; 5]$ ， $\mathbf{C}_1 = [1 \ 0; 0 \ 1]$ ， $\mathbf{D}_1 = 0$ 。 DGU_1 和 DGU_2 所带负载分别为 10 Ω ，8 Ω 。DC-MG 节点电压给定值为 48 V。

在控制器作用下，考虑 DGU_1 、 DGU_2 互联时互联耦合对节点电压的影响。在 $t = 24.8$ s 时，将 DGU_1 、 DGU_2 互联，互联线路的参数为 $R_{12} = 0.05 \Omega$ ， $L_{12} = 2.1 \mu\text{H}$ 。关联矩阵 $\mathbf{A}_{12} = [0.1613 \quad 0; -0.8067 \quad 0]$ ，互联耦合 $\xi_1(t) = \mathbf{A}_{12} \mathbf{x}_2$ 。首先由 Lyapunov 稳定性理论可知，若存在对称矩阵 \mathbf{P} 满足相应的 Lyapunov 方程，则优化问题存在可行解。通过求解 Lyapunov

方程, 得到 $P=[0.0567 \quad -0.2443; -0.2443 \quad 3.7724]$ 。然后计算由 LMI 建立的优化问题(21), 得到反馈增益 $K_1=[0.5822 \quad 0.0110]$, 系统性能指标上界 $\gamma=3.4737e-02$ 。互联耦合点的输出电压波形如图 3 所示, 从图中可以看出, 由于互联耦合的存在, DGU_1 、 DGU_2 耦合点电压出现突变, 但在上述控制器作用下, 迅速恢复平稳。

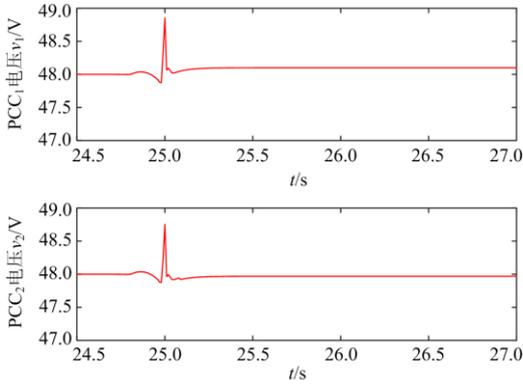


图 3 PCC₁、PCC₂ 处输出电压 v_1 、 v_2

Fig. 3 Output voltages v_1 and v_2 at PCC₁ and PCC₂

考虑负载电流对节点电压的影响。对于负载电流 $d_1(t)$, 系数矩阵 $M_1=[-0.2298; 1.1281]$; 线路参数为: $R_{l2}=0.05 \Omega$, $C_{l1}=2.2mF$ 。 DGU_1 、 DGU_2 负载分别为 10Ω 和 8Ω 。在 $t=27.8s$ 时, 将 DGU_1 、 DGU_2 负载电阻分别减小为原来一半, 求解凸优化问题得到反馈增益 $K_2=[1.0220 \quad 0.8253]$, 系统性能指标上界 $\gamma=6.536e-04$ 。负载电流和输出电压波形如图 4 所示。

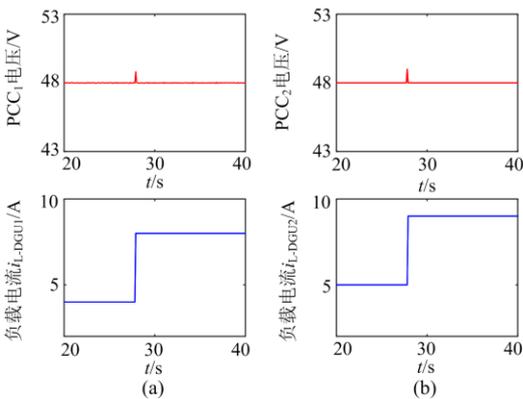


图 4 PCC₁、PCC₂ 处电压及负载电流

Fig. 4 Voltage and load current at PCC₁ and PCC₂

将 DGU_1 的负载由 10Ω 变为 5Ω 时, 从图 4(a) 可以看出, 负载电流由 $4A$ 突变到接近 $8A$, 输出电压发生波动, 通过本文所设计的控制器使输出电压趋于稳定。将 DGU_2 负载由 8Ω 减小为 4Ω , 从

图 4(b) 可以看出, 负载电流由 $5A$ 突变为 $9A$, 输出电压出现不稳定, 并在很短时间内恢复稳定。

综合考虑 DGU_1 、 DGU_2 互联时互联耦合和外部扰动对节点电压的影响。将 DGU_1 、 DGU_2 互联, 同时将 DGU_1 、 DGU_2 的负载分别减小为原来的一半。初始状态为 $x(0)=[0.6 \quad 4.8]^T$, 将所设计的控制器作用于 DGU_1 、 DGU_2 互联后的实际系统, 求解凸优化问题得到反馈增益 $K_3=[0.6532 \quad 1.0130]$, 系统性能指标上界 $\gamma=6.082e-04$ 。节点电压曲线如图 5 所示。蓝色实线表示标称系统, 红色点虚线表示实际系统。从图中可以看出, 在本文控制器作用下, 互联后的实际系统跟随标称系统电压最优轨迹, 渐近稳定。

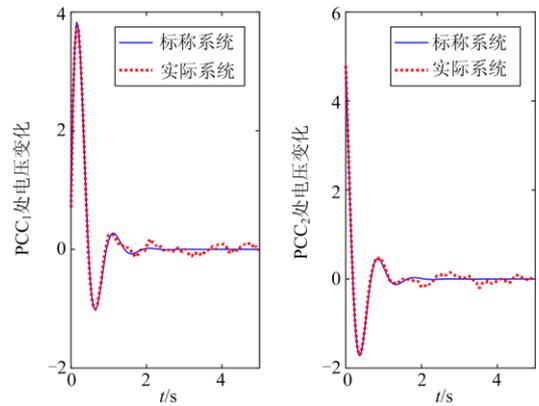


图 5 PCC₁、PCC₂ 处输出电压曲线

Fig. 5 Output voltage curve at PCC₁ and PCC₂

图 6 为采用传统的 PID 控制方法和鲁棒模型预测控制方法下的仿真结果。节点电压给定值为 $48V$, 红色点虚线表示采用鲁棒模型预测控制方法下电压的变化, 蓝色实线表示采用 PID 控制方法下电压的变化。在 $t=24.8s$ 时, DGU_1 、 DGU_2 互联, 从图 6 中可以看出, 与传统的 PID 控制相比, 虽然鲁

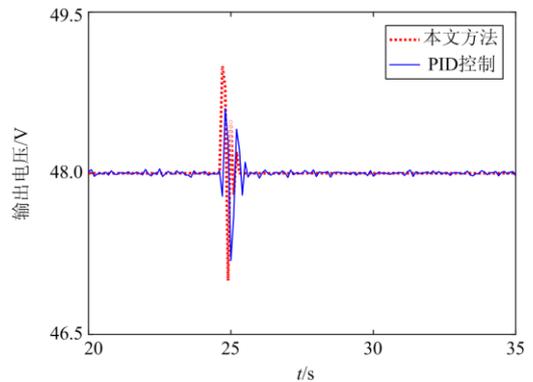


图 6 耦合点输出电压

Fig. 6 Coupling point output voltage

棒模型预测控制超调量相对较大, 但鲁棒模型预测控制下系统的调整时间相对较短, 且在 PID 控制下节点电压趋于平稳之后仍有微小的波动。此外, PID 控制中, 参数选择较为困难, 而基于 LMI 的鲁棒模型预测控制方法提供了一个直接求解控制器的算法, 可利用 Matlab 中的 LMI 工具箱中的 mincx 求解器进行求解, 相对 PID 控制来说, 更加方便精确。

3.2 分布式发电单元投入和退出情况下节点电压的动态特性

在 DGU₁、DGU₂ 互联之后正常运行的情况下, 投入所带负载为 6 Ω 的 DGU₃, 并将其与 DGU₂ 互联。互联线路的参数为 R₂₃=0.07 Ω, L₂₃=1.8 μH; 互联后系数矩阵为 A₃₃=[-0.1265 -0.7792; 0.9524 0.0640], B₃=[0; 5], C₃=[1 0; 0 1], M₃=[-0.2298; 1.1281], D₃=0; 关联矩阵 A₂₃=[0.1383 0; -0.6914 0]。求解优化问题, 得到反馈增益 K₄=[1.5820 1.0104], 系统性能指标上界 γ = 6.5206e-04。

图 7 为投入 DGU₃ 后的系统状态响应曲线。红色实线表示 DGU₁ 的状态变化, 蓝色点虚线表示 DGU₂ 的状态变化, 蓝色虚线表示 DGU₃ 的状态变化。从图 7 中可以看出, 加入 DGU₃ 后, DGU₁、DGU₂ 系统状态在一段时间后达到稳态, 但 DGU₁、DGU₂ 的系统状态到达平衡态的波动相对较大。图 8 为给定节点电压 48 V, 在 t=29.8 s 时, 投入 DGU₃ 后耦合点电压变化。从图 8 中可以看出, DGU₃、DGU₂ 耦合点电压波形都出现较小波动, 之后电压稳定值接近 48 V。

在 t=34.8 s 时, 投入所带负载为 10 Ω 的 DGU₄, 使之与 DGU₁、DGU₃ 相联, 拓扑示意图如图 9 所示。当 DGU₄ 与 DGU₁ 互联时, 互联线路的参数为

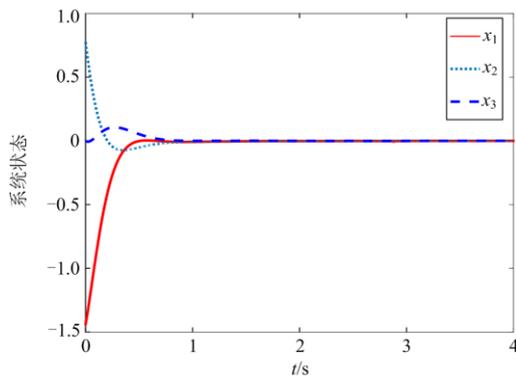


图 7 DGU_{1,2,3} 状态响应曲线

Fig. 7 DGU_{1,2,3} state response curve

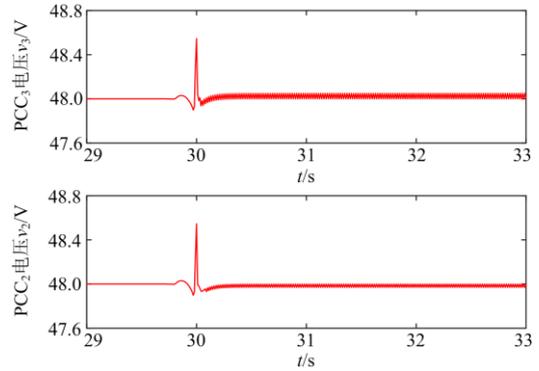


图 8 PCC₃、PCC₂ 处输出电压 v₃、v₂

Fig. 8 Output voltages v₃ and v₂ at PCC₃ and PCC₂

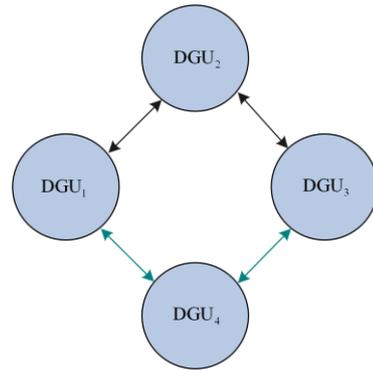


图 9 投入 DGU₄ 后的拓扑示意图

Fig. 9 Topology diagram after inserting DGU₄

R₁₄=0.04 Ω, L₁₄=2.3 μH; 系数矩阵为 A₄₄=[-0.1251 -0.7747; 0.9468 0.0641], B₄=[0; 5], C₄=[1 0; 0 1], M₄=[-0.2298; 1.1281], D₄=0; 关联矩阵 A₁₄=[-0.0242 0; 0.1210 0]。DGU₄ 与 DGU₃ 互联时, 互联线路的参数为 R₃₄=0.06 Ω, L₃₄=1 μH; 系数矩阵为 A₄₄=[-0.1262 -0.7782; 0.9511 0.0640]; 关联矩阵 A₃₄=[0.1613 0; -0.8067 0]; 求解优化问题, 得到反馈增益 K₅=[1.2821 2.0109], 系统性能指标上界 γ = 3.4966e-05。耦合点 1、3、4 处电压变化如图 10(a)所示。

考虑退出 DGU 时系统的稳定性。理论上当微电网中第 i 个 DGU 退出时, 意味着和第 j 个 DGU 的关联项 A_{ij} 减少, 此时不需要重新计算控制增益也能保证微电网的稳定运行。因为与第 j 个 DGU 子系统的关联项 A_{ij} 减少, 则系统中的扰动变小, 互联扰动仍然有界, 所以控制器仍能保证系统稳定。在 t=40 s 时, 退出 DGU₄, 如图 10(b)所示, 由于与 DGU₄ 相联的 DGU₁、DGU₃ 中关联项 A₄₃、A₁₄ 减少, DGU₁、DGU₂、DGU₃ 处的耦合点电压未发生变化。

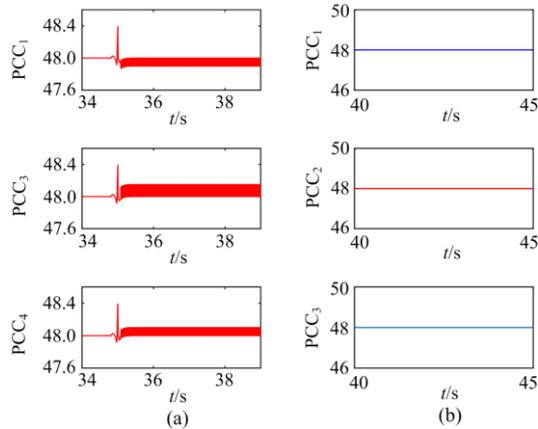


图 10 DGU₄ 投入和退出耦合点的电压

Fig. 10 Voltage of coupling points after DGU₄ put in and out

4 结论

针对直流微电网中, DGU 投入或退出产生的结构不确定情况, 提出一种基于 Tube 不变集的鲁棒模型预测控制器设计方法。通过 Tube 不变集的控制策略, 使得不确定情况下的直流微电网系统状态在 Tube 不变集序列内, 并收敛于终端干扰集。该方法有效抑制了不确定情况对直流微电网母线电压的影响, 提高了直流微电网的稳定性。

参考文献

- [1] TUCCI M, RIVERSO S, VASQUEZ J C, et al. A decentralized scalable approach to voltage control of DC islanded microgrids[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 24(6): 1965-1979.
- [2] 杨新法, 苏剑, 吕志鹏, 等. 微电网技术综述[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(1): 57-70.
YANG Xinfu, SU Jian, LÜ Zhipeng, et al. Overview on micro-grid technology[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(1): 57-70.
- [3] 田龙刚. 直流微电网电压等级的选择及其稳定控制策略研究[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(13): 21-26.
TIAN Longgang. Study on the selection of DC micro-grid voltage level and its stability control strategy[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(13): 21-26.
- [4] 王成山, 李微, 王议锋, 等. 直流微电网母线电压波动分类及抑制方法综述[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(1): 84-97.
WANG Chengshan, LI Wei, WANG Yifeng, et al. Summary of classification and suppression methods for DC micro-grid bus voltage fluctuation[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(1): 84-97.
- [5] 刘舒, 李正力, 王翼, 等. 含分布式发电的微电网中储能装置容量优化配置[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(3): 78-84.
- [6] LIU Shu, LI Zhengli, WANG Yi, et al. Optimized allocation of energy storage device capacity in micro-grid with distributed generation[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(3): 78-84.
- [7] 赵悦, 孙国强, 卫志农, 等. 基于 MPC 的多源孤岛微电网协调控制[J]. 应用技术, 2016, 43(5): 1-6.
ZHAO Yue, SUN Guoqiang, WEI Zhinong, et al. Coordinated control of multi-source island micro-grid based on MPC[J]. Application Technology, 2016, 43(5): 1-6.
- [8] 杨欢红, 王洁, 邵能灵, 等. 基于灰靶决策和多目标布谷鸟算法的微电网分布式电源鲁棒优化[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(1): 20-27.
YANG Huanhong, WANG Jie, TAI Nengling, et al. Robust optimization of distributed power supply for micro-grid based on grey target decision and multi-object cuckoo algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(1): 20-27.
- [9] KOURO S, CORTES P, VARGAS R, et al. Model predictive control-a simple and powerful method to control power converters[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, 56(6): 1826-1838.
- [10] MARDANI M M, KHOUBAN M H, MASOUDIAN A, et al. Model predictive control of DC-DC converters to mitigate the effects of pulsed power loads in naval DC micro-grids[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 66(7): 5676-5685.
- [11] NA Z, KAITAO Z, HUI Z, et al. Model predictive control of energy storage converter with feedback correction[C] // 2017 Chinese Automation Congress, October 2017, Jinan, China: 3732-3735.
- [12] GHAEMI R, SUN J, KOLMANOVSKY I V. Robust control of constrained linear systems with bounded disturbances[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(10): 2683-2688.
- [13] SMITH R S. Robust model predictive control of constrained linear systems[C] // Proceedings of the 2004 American Control Conference, 2004, 1: 245-250.
- [14] PLUYMERS B, KOTHARE M V, SUYKENS J A K, et al. Robust synthesis of constrained linear state feedback using LMIs and polyhedral invariant sets[C] // 2006 American Control Conference, June 14-16, 2006, Minneapolis, MN, USA.
- [15] DUAN G R, YU H H. LMIs in control systems: analysis, design and applications[J]. Veritas Revista De Filosofia Da Pucrs, 2013, 71(4): 211-214.

- [15] 黄鹤, 李德伟, 席裕庚. 基于混合 H_2/H_∞ 的鲁棒预测控制综合设计方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(8): 152-155.
HUANG He, LI Dewei, XI Yugeng. Comprehensive design method of robust predictive control based on hybrid H_2/H_∞ [J]. Control and Decision, 2010, 25(8): 152-155.
- [16] 李德伟, 席裕庚. 有界扰动系统高效鲁棒预测控制器设计[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(5): 535-539.
LI Dewei, XI Yugeng. Design of efficient robust predictive controller for bounded disturbance system[J]. Control Theory and Application, 2009, 26(5): 535-539.
- [17] 王宝华, 蒋力. 基于精确反馈线性化的直流微电网双向直流变换器反步滑模控制[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(2): 43-49.
WANG Baohua, JIANG Li. Backstepping sliding mode control of bidirectional DC converter for DC micro-grid based on precise feedback linearization[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(2): 43-49.
- [18] RIVERSO S, FARINA M, FERRARI-TRECATE G. Plug-and-play decentralized model predictive control[C] // 2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC), December 10-13, 2012, Maui, HI, USA: 4193-4198.
- [19] WAN Z, KOTHARE M V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities[J]. Automatica, 2003, 39(5): 837-846.
- [20] VENKATASUBRAMANIAN V, SCHATTLER H, ZABORSZKY J. Fast time-varying phasor analysis in the balanced three-phase large electric power system[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(11): 1975-1982.
- [21] MAYNE D Q, SERON M M, RAKOVIC S V. Robust model predictive control of constrained linear systems with bounded disturbances[J]. Automatic, 2005, 41(2): 219-224.
- [22] RAKOVIC S V, KERRIGAN E C, KOURAMAS K I, et al. Invariant approximations of the minimal robust positively invariant set[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(3): 406-410.
- [23] 秦伟伟, 马建军, 郑志强, 等. 一类离散不确定系统的 Tube 不变集离线鲁棒模型预测控制[J]. 信息与控制, 2011, 40(3): 307-312.
QIN Weiwei, MA Jianjun, ZHENG Zhiqiang, et al. Tube-invariant set offline robust model predictive control for a class of discrete uncertain systems[J]. Information and Control, 2011, 40(3): 307-312.

收稿日期: 2019-10-26; 修回日期: 2019-12-04

作者简介:

王晓兰(1963—), 女, 教授, 博士研究生导师, 研究方向为可再生能源发电技术、配电网优化等; E-mail: wangzt@lut.cn

侯天玉(1994—), 男, 通信作者, 硕士研究生, 研究方向为直流微电网控制; E-mail: 2821743109@qq.com

宫玮丽(1984—), 女, 博士研究生, 研究方向为交直流混合微电网控制、鲁棒模型预测控制。E-mail: 308628886@qq.com

(编辑 姜新丽)