

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.190778

基于改进高斯混合模型的概率潮流解析方法

李聪聪¹, 王彤¹, 相禹维¹, 王增平¹, 时伯年², 张岩³

(1. 新能源电力系统国家重点实验室(华北电力大学), 北京 102206; 2. 北京四方继保自动化股份有限公司, 北京 100085; 3. 国网北京市电力科学研究院, 北京 100075)

摘要: 大规模风电并网使电力系统的随机性问题日益突出, 概率潮流分析是一种能够计及电力系统随机性的稳态运行分析重要工具。针对风电的随机性和多个风电场出力之间的相关性问题, 提出利用遗传算法改进的高斯混合模型求解多个风电场出力的联合概率密度函数, 利用联合概率密度函数对多个风电场出力的随机性和相关性进行刻画。在此基础上, 利用线性潮流方程计算多条线路和多个节点电压的联合概率分布, 最终求解概率潮流的计算结果。仿真结果表明, 所提方法计算精度高, 速度快, 利用联合概率密度函数和联合分布函数能够比边缘分布更精确地评估电力系统多条线路同时过载的风险。

关键词: 概率潮流; 高斯混合模型; 遗传算法; 相关性; 联合分布

Analytical method based on improved Gaussian mixture model for probabilistic load flow

LI Congcong¹, WANG Tong¹, XIANG Yuwei¹, WANG Zengping¹, SHI Bonian², ZHANG Yan³

(1. State Key Laboratory for Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources, North China Electric Power University, Beijing 102206, China; 2. Beijing Sifang Automation Co., Ltd., Beijing 100085, China; 3. State Grid Beijing Electric Power Research Institute, Beijing 100075, China)

Abstract: The random nature of a power system is accentuated by large-scale wind generation. Probabilistic load flow is an important tool for steady-state operation evaluation analysis that takes into account the random nature of the system. Considering the random nature and correlation of output power of several wind farms, a probability model based on Gaussian mixture model improved by genetic algorithm is proposed, which can exactly characterize the random nature and correlation of renewable generation. On this basis, the joint probability density function and joint cumulative distribution function of transmission lines are derived by a load flow equation, which obtains the results of probabilistic load flow. Simulation results demonstrate that the proposed method gives high accuracy and high speed. The method can assess the risk of multiple lines being overloaded simultaneously.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51637005), Fundamental Research Funds for the Central Universities (No. 2018MS006), and Science and Technology Project of State Grid Corporation of China (Research and Design of System Level Control Protection Technology Framework for Extra Large Power Grid) (No. SGBJDK00KJJS1900088).

Key words: probabilistic load flow; Gaussian mixture model; genetic algorithm; correlation; joint distribution

0 引言

近年来, 风力发电得到了飞速的发展, 导致电力系统运行时产生了大量的不确定性因素, 极易引

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(51637005); 中央高校基本科研专项资金资助(2018MS006); 国家电网公司科技项目资助(特大型电网系统级控制保护技术框架研究与设计)(SGBJDK00KJJS1900088)

发线路过载等危险情况。传统的确定性潮流计算已无法应用于计及随机性的稳态运行评估分析, 概率潮流则是一种可以计及风电引入的随机性的潮流计算方法, 因此成为了电力系统稳态运行分析的重要工具。概率潮流理论最初由 Borkowska 于 1974 年提出^[1], 随着该理论的发展, 涌现出了许多概率潮流计算方法, 常用的方法有蒙特卡罗模拟法(MCS)^[2-4]、点估计法^[5-6]和半不变量法^[7-9]。其中, MCS 的基本思想是对输入的随机变量进行大量的

抽样, 根据随机变量样本求解最终概率潮流分布。因此, 其计算精度高, 但计算速度慢的特点常被用作验证其他方法优劣的基准。

风电接入电力系统引入随机性的同时, 在运行的过程中还会引入大量的相关性因素, 如多个风电场出力之间具有较强的相关性等, 相关性会对电力系统的安全稳定运行产生重要的影响^[10-12]。然而, 一些概率潮流方法比如传统的半不变量法不能直接应用于计及输入变量相关性的新能源电力系统概率潮流计算之中。因此文献[13-18]提出了计及新能源相关性的概率潮流方法。文献[13]以概率变换为基础, 将非正态的光伏功率输入变量转换为正态的随机变量; 文献[14-15]利用 Nataf 变化求解新能源间的相关性; 文献[16]基于传统的 Copula 函数, 结合 MCS 解决含相关性的概率潮流问题; 文献[17]在传统 Copula 函数基础上, 提出利用 Rosenblatt 变换方法求解含相关性的概率潮流问题; 文献[18]提出利用 TPNT 和半不变量法相结合的方法求解概率潮流相关性问题的。

综上所述, 为了求解概率潮流问题, 需建立精确的概率模型刻画风电波动引起的随机性和多个风电场出力之间的相关性。然而, 由于风电场输出功率的概率分布规律不强, 难以用某种解析分布描述, 且一般的解析分布无法描述风电场出力之间的相关性。此外, 目前大多数的文献利用概率潮流仅得到线路的边缘分布^[5-8], 实际上, 仅利用边缘分布并不能准确地评估电力系统多条线路同时发生过载的风险^[19]。联合分布可以同时获取多条线路在某一时刻达到某种状态的概率, 据此评估电力系统多条线路同时过载的可能性, 因而可以更精确地分析电力系统的稳态运行状态。但目前很少有文献通过概率潮流求解线路的联合分布。

针对上述问题, 本文提出一种基于遗传算法(GA)改进高斯混合模型(GMM)的概率潮流解析方法。本方法首先通过利用 GMM 求解多个风电场出力的联合概率密度函数, 该联合概率密度函数能够同时刻画多个风电场出力的随机性和相关性, 而且通过遗传算法对 GMM 的改进, 进一步提高了模型的精度。在此基础之上, 将 GMM 与潮流方程结合, 求解多条线路功率和多个节点电压的联合概率密度函数和联合分布函数, 得到概率潮流的计算结果。利用联合分布能够为电力系统的稳态运行分析提供有力的依据。

1 改进高斯混合模型

1.1 高斯混合模型基础理论

高斯混合模型(GMM)是一种描述混合密度分布的模型, 广泛应用于模式识别、聚类分析等领域。高斯混合模型是由多个具有不同权重、期望、方差的高斯概率密度函数叠加而形成的模型, 它可以精确地对非高斯随机变量建模, 并且任何一种概率密度分布均能由若干个高斯密度函数的线性组合来逼近, 其表达式为

$$f_{\hat{X}}(\mathbf{X}) = \sum_{m=1}^M \omega_m N_m(\mathbf{X} | \boldsymbol{\mu}_m, \boldsymbol{\Sigma}_m), \sum_{m=1}^M \omega_m = 1 \quad (1)$$

$$N_m(\mathbf{X} | \boldsymbol{\mu}_m, \boldsymbol{\Sigma}_m) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}_m)^T \boldsymbol{\Sigma}_m^{-1}(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}_m)\right)}{(2\pi)^{W/2} \det(\boldsymbol{\Sigma}_m)^{W/2}} \quad (2)$$

式中: \mathbf{X} 为输入变量, 代表多个风电场的输出功率; ω_m 为第 m 个高斯分布子成分的权重系数; $\boldsymbol{\mu}_m$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_m$ 分别为第 m 个高斯子成分的期望向量和协方差矩阵。GMM 的待估参数分别是 ω_m 、 $\boldsymbol{\mu}_m$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_m$, 常通过极大似然估计法(MLE)求解。文献[19]利用传统求解 GMM 参数的最大期望算法(EM)迭代寻优, 使似然函数达到最大值, 进而估计求解 GMM 的参数。假设有一组风功率样本 $X = \{X_1, \dots, X_N\}$, 则可构建风功率样本的似然函数如式(3)和式(4)所示。

$$L(X_1, \dots, X_N) = \prod_{j=1}^N f(X_j) \quad (3)$$

$$\ln L(X_1, \dots, X_N) = \sum_{j=1}^N \ln \sum_{m=1}^M \omega_m N_m(X_j) \quad (4)$$

式(4)是对式(3)的左右两侧同时取对数, 使其单调性保持不变。接着, 利用 EM 算法分别构建 E 步和 M 步, 通过迭代的方法使似然函数达到最大值, 此时的参数即为 GMM 的待估参数, 具体步骤如文献[20]所示。

1.2 遗传算法

虽然在给定风功率输出样本时可以利用 EM 算法得到 GMM 的待估参数, 然而 EM 算法受初始值影响较大, 容易收敛至局部最优^[17], 从而导致 GMM 的精度降低, 极大地影响后续结果的精度, 这是 EM 算法在应用时存在的问题。为了克服这一问题, 本文寻求利用遗传算法(GA)对此进行改进。与 EM 算法不同, GA 受初始值影响较小, 而且该算法本身的交叉和变异过程能很好地平衡全局寻优和局部寻优能力, 使结果更易收敛至全局最优^[17]。本文所采

用 GA 具体计算过程如文献[18]所示, 目标函数如式(4)所示。

2 基于改进 GMM 的解析法

2.1 解析表达式

引入线性化的思想求解概率潮流问题是一种常用的方法^[9]。本文将利用电压幅值的灵敏度关系和线性化的潮流方程分别构建节点电压, 线路功率与风电场输出功率间的线性关系, 计算节点电压和线路功率的概率分布, 求解概率潮流最终结果。构建节点电压与风功率的灵敏度关系可以利用数值的方法建立^[23-24]。电压幅值 $|U|$ 与风功率样本间的线性关系可以利用泰勒级数求得, 如式(5)所示。

$$\Delta|U| = |U| - |U|_0 = (\partial|U|/\partial X)\Delta X \quad (5)$$

接着, 利用数值的方法, 建立电压幅值 $|U|$ 对于风功率灵敏度的关系如式(6)所示。

$$\frac{\partial|U|}{\partial X} = \frac{|U|(X + \Delta X) - |U|(X)}{\Delta X} \quad (6)$$

因此, 电压幅值与风电场输出功率间的线性关系可以表示为式(7)所示。

$$|U| = AX + A_0 \quad (7)$$

式中: $A = \partial|U|/\partial X$; $A_0 = |U|_0$ 。

下面建立线路功率与节点注入功率间的线性关系。将潮流方程在基准运行点处利用泰勒级数展开, 并忽略 2 次及其以上的高次项, 得到潮流方程的线性形式如式(8)所示。

$$\begin{aligned} U &= U_0 + \Delta U = U_0 + S_0 \Delta X \\ W &= W_0 + \Delta W = W_0 + T_0 \Delta X \end{aligned} \quad (8)$$

式中: U 为电压的幅值和相角相量; X 为风电场的输出功率; W 为线路上的传输功率; 下标 0 表示基准运行点; S_0 为雅克比矩阵的逆矩阵, 因此:

$$T_0 = G_0 S_0, \quad G_0 = \partial W / \partial U|_{X=X_0}, \quad \Delta X = X - X_0。$$

U_0 、 W_0 以及雅克比矩阵可以通过确定性的潮流计算求解得到, 进而可以求解 T_0 和 S_0 。为了能更好地介绍下面的章节, 在这里将式(8)的形式进行简化, 直接给出线路功率 W 与节点注入功率 X 的线性关系如式(9)所示。

$$W = BX + C \quad (9)$$

式中: $B = T_0$; $C = W_0 - T_0 X_0$ 。

2.2 概率潮流结果的概率分布

在概率理论中, 服从高斯分布的随机变量经线性变换后仍服从高斯分布。因此, 当风电场的输出

功率 X 利用多变量高斯分布 $N_m(X)$ 建模, 经过式(9)或式(7)的线性变换后, 线路的传输功率 W 则服从均值相量为 $B\mu_m + C$, 协方差矩阵为 $B\Sigma_m B^T$ 的高斯分布, 节点电压幅值则服从 $A\mu_m + A_0$ 和 $A\Sigma_m A^T$ 的高斯分布。为了简化说明, 下面仅以求解线路功率概率分布的过程说明本文方法的原理, 节点电压的概率分布求解过程与求解线路功率原理相同。因此, 可以求得线路功率 W 的联合概率密度函数(PDF)如式(10)所示。

$$N_m(W|\mu_m, \Sigma_m) = \frac{1}{(2\pi)^{K/2} \det(B\Sigma_m B^T)^{1/2}} \times e^{-\frac{1}{2}(W - B\mu_m - C)^T \Sigma_m^{-1} (W - B\mu_m - C)} \quad (10)$$

式中, K 表示传输线路的个数。将式(10)进行多步积分, 则可以得到线路功率 W 的联合累积分布函数(CDF), 如式(11)所示。

$$F_m(W) = \int \cdots \int_{-\infty}^W N_m(W|\mu_m, \Sigma_m) dW_1 \cdots dW_K \quad (11)$$

以上是利用单高斯成分的高斯分布对风功率建模, 进而得出线路功率的概率分布, 若风功率样本 X 通过式(1)所示的 GMM 建模, 根据全概率公式(12), 求解线路功率 W 的联合 CDF 如式(13)所示。

$$p(W) = \sum_{m=1}^M p(W/M) \times \omega_m \quad (12)$$

$$\begin{aligned} F(W) &= \int \cdots \int_{-\infty}^W \sum_{m=1}^M \omega_m N_m(W|\mu_m, \Sigma_m) dW_1 \cdots dW_K = \\ &= \sum_{m=1}^M \omega_m \left[\int \cdots \int_{-\infty}^W N_m(W|\mu_m, \Sigma_m) dW_1 \cdots dW_K \right] = \\ &= \sum_{m=1}^M \omega_m F_m(W) \end{aligned} \quad (13)$$

相应地, 对式(13)进行微分, 即可求出线路功率 W 的联合 PDF 如式(14)所示。

$$\begin{aligned} f(W) &= \frac{\partial^K}{\partial W_1 \cdots \partial W_K} \sum_{m=1}^M \omega_m F_m(W) = \\ &= \sum_{m=1}^M \omega_m \frac{\partial^K}{\partial W_1 \cdots \partial W_K} F_m(W) = \sum_{m=1}^M \omega_m N_m(W) \end{aligned} \quad (14)$$

由上面的过程可以看出, 利用本文的方法仅需要计算风电场输出功率的均值相量和协方差矩阵, 即可通过线性关系确定线路潮流以及电压幅值的概率分布。而且利用本文的方法可以求解联合概率分布, 可以评估多条线路同时过载或多个节点电压越限的风险。本文方法的整体计算过程如图 1 所示。

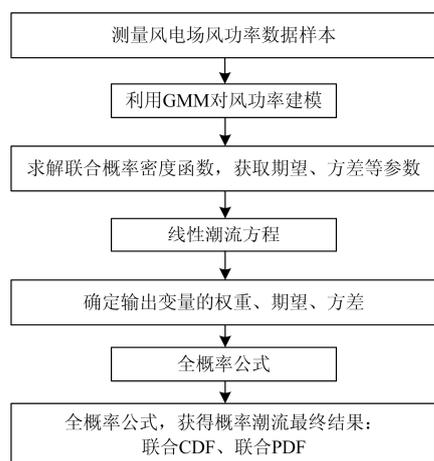


图1 整体流程

Fig. 1 Process of the proposed method

3 仿真分析

3.1 拟合效果分析

在本章节中, 利用我国某地区 3 个月的实测风功率数据, 分别利用 GA 和 EM 算法对风功率样本建立高斯混合模型, 比较两种算法的拟合效果。首先基于正态核密度函数估计, 得到该实际风功率的 PDF 如图 2 所示。

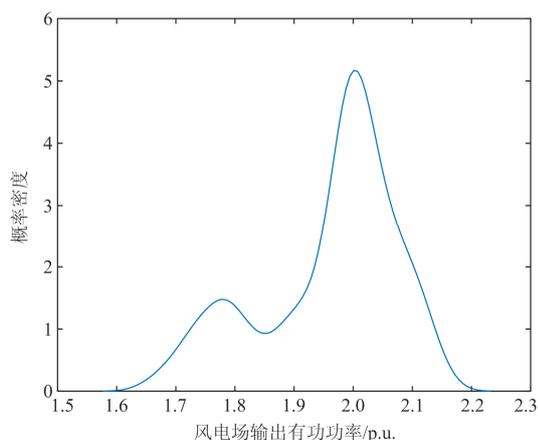


图2 实际风功率概率密度

Fig. 2 PDF of actual wind power

由于风功率波动的随机性强, 图 2 所示的风功率概率密度函数不服从任何解析分布, 接着分别利用 GA 和 EM 算法建立 3 个子成分的 GMM 用来拟合风功率样本, 如图 3 所示。

图 3 中, 柱状图代表风功率样本的实际概率密度, 红色的虚线表示利用 EM 算法建立 GMM 得到的概率密度曲线, 红色的实线表示利用 GA 算法得到的概率密度曲线。通过图 3 可以直观地看出 GA 算法得到的 GMM 要比 EM 算法更加精确, 尤其在

横坐标为 1.8~2.1 之间, GA 建立的 GMM 对样本拟合效果要明显优于 EM 算法。

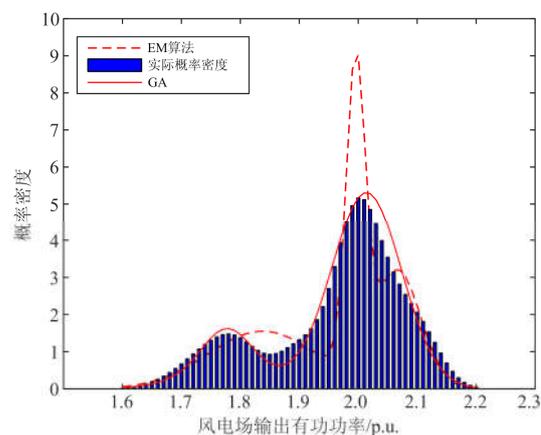


图3 算法的比较

Fig. 3 Comparison of algorithms

为了定量地分析拟合效果, 定义两个误差指标系数: 平均均方根误差 (ARMS) 和最大绝对误差 (MAE), 两种误差定义如式 (15) 所示。

$$ARMS = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (MS_i - GM_i)^2}}{N} \quad (15)$$

$$MAE = \max \{ |MS_i - GM_i| \}_{i=1, \dots, N}$$

式中: MS_i 和 GM_i 分别代表由 EM 算法和 GA 得到的 PDF 曲线上的第 i 个点的 PDF; N 代表点的个数。利用 EM 算法得到的 ARMS 和 MAE 分别为 0.016 1 和 4.236 8, 利用 GA 得到的 ARMS 和 MAE 分别为 0.001 1 和 0.733 1, 这进一步证实了 GA 的拟合效果优于 EM 算法。

3.2 改进的 IEEE 39 节点系统

为了证实本方法的可行性, 采用改进的 IEEE 39 节点系统作为仿真算例, 39 节点系统如图 4 所示。由于风电场的位置对本文的仿真结果没有影响, 因此, 本文随机选择 30 号节点和 35 号节点, 将原来接在这两个节点的同步机替换为两个风电场, 由于在仿真中缺乏两个风电场的实际输出功率数据, 本文利用文献 [25] 的 Nataf 方法建立具有相关性的风功率样本 \mathbf{X} , 并假设两个风电场的风功率样本 \mathbf{X} 的边缘分布服从 Beta 分布。在概率潮流计算中蒙特卡洛算法 (MCS) 因其计算精度高 [26-27], 但计算速度慢等特点, 常被用来验证其他方法正确性。因此, 在接下来的仿真中, MCS 被用来检验本文所提方法的准确性, 基于 EM 算法和本文方法同时求取该系统的概率潮流分布, 并比较二者的精度。

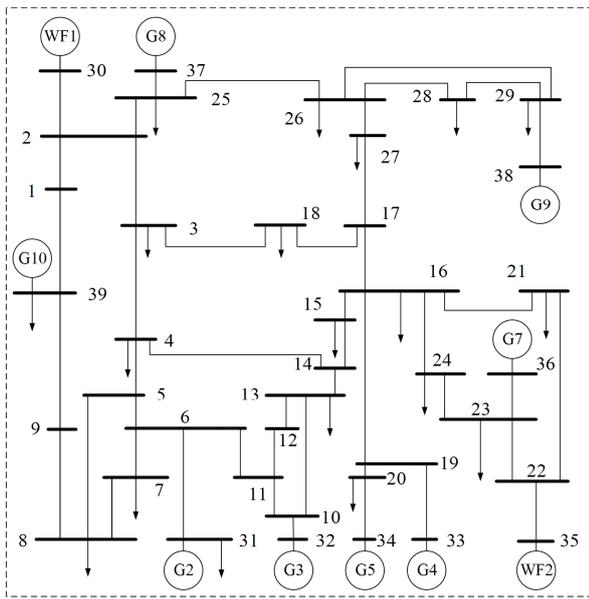


图 4 改进的 IEEE 39 节点系统
Fig. 4 Modified IEEE 39 bus system

分别利用 GA 和 EM 算法建立 2 成分的 GMM 来确定两个风电场的输出功率 X 的联合概率密度函数。通过 GA、GMM 的权重分别为 $\omega_1=0.5571$, $\omega_2=0.4429$, 由 GA 建立的 GMM 的其他参数如表 1 所示。由 EM 算法建立的 GMM 的权重分别为 $\omega_1=0.5373$, $\omega_2=0.4627$, 其他参数如表 2 所示。

表 1 基于 GA 的 GMM 参数

Table 1 Parameters of GMM based on GA

μ_1	μ_2	Σ_1	Σ_2
$\begin{bmatrix} 0.3378 \\ 0.6186 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.5430 \\ 0.8344 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0186 & 0.0138 \\ 0.0138 & 0.0209 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0219 & 0.0086 \\ 0.0086 & 0.0065 \end{bmatrix}$

表 2 基于 EM 的 GMM 参数

Table 2 Parameters of GMM based on EM

μ_1	μ_2	Σ_1	Σ_2
$\begin{bmatrix} 0.4003 \\ 0.7204 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.6445 \\ 0.9368 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0328 & 0.0256 \\ 0.0256 & 0.0307 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0323 & 0.0128 \\ 0.0128 & 0.0196 \end{bmatrix}$

在表 1 和表 2 中, GMM 求解的每个子成分都对应着自己的权重、均值和方差, 最后再将子成分结合各自的权重求和, 所以子成分的先后顺序不影响最终结果。利用基于 GA 的 GMM 得到的两个风电场输出功率联合 PDF 如图 5 所示。

如文献[28]所述, 表 1 和表 2 中的协方差矩阵的非对角线元素即表示两个风电场间出力的相关性, 所以本文方法天然考虑了风电场出力相关性求解概率潮流。首先, 分别利用 MCS, 传统的 EM 方法和本文方法求取该系统内任意节点电压的概率分布。所选节点的位置和节点的个数并不影响仿真结

果, 因此随机选取母线 27 的节点电压幅值作为研究对象, 由式(5)和式(6), 建立该节点电压幅值与两个风电场输出功率间的线性关系如式(16)所示。

$$A = \begin{bmatrix} 0.0011 & 0.0019 \end{bmatrix}, A_0 = 1.0324 \quad (16)$$

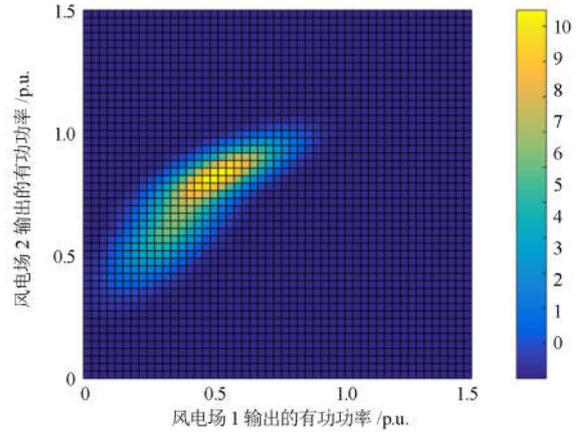


图 5 两个风电场的联合 PDF
Fig. 5 Joint PDF of two wind farms output

根据式(12)、式(13)和式(14), 结合式(16), 求取该节点电压幅值的 PDF 和 CDF, 分别如图 6 和图 7 所示, 其中 MCS 迭代次数为 10 000 次。

从图 6 和 7 中可以看到, 本文方法得到的曲线比传统的 EM 方法更加贴近 MCS 得到的结果。而且, 利用本文的方法计算节点电压幅值概率分布时得到的 ARMS 和 MAE 分别为 0.000 35 和 0.022, EM 得到的 ARMS 和 MAE 分别为 0.031 和 0.211, 证实了本文方法优于传统的 EM 算法。

接着, 计算线路功率的概率分布, 同理, 所选线路的位置和线路的个数并不影响仿真结果, 因此, 首先随机选取 2 号母线和 3 号母线之间的线路上的有功功率作为研究对象, 求取其 PDF 和 CDF。根据

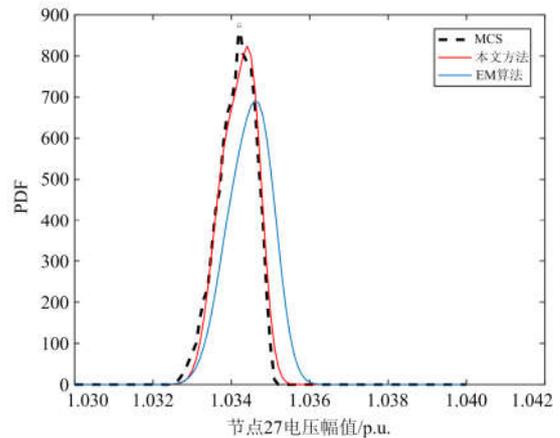


图 6 节点 27 电压幅值的 PDF
Fig. 6 PDF of 27-bus voltage amplitude

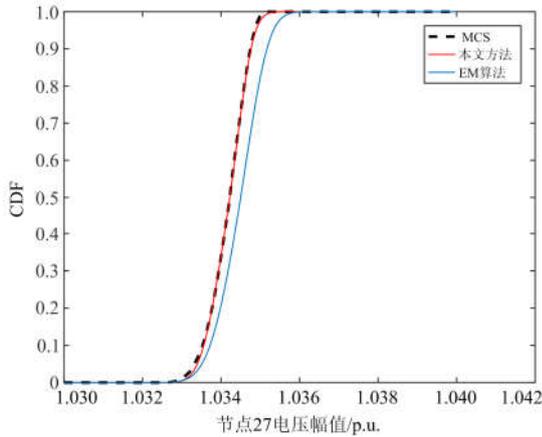


图 7 节点 27 电压幅值的 CDF

Fig. 7 CDF of 27-bus voltage amplitude

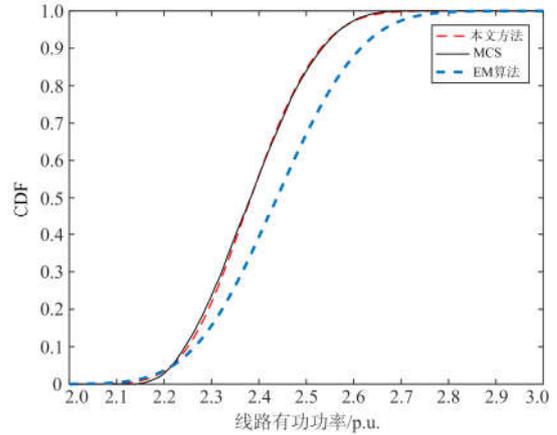


图 9 L2-3 线路功率的 CDF

Fig. 9 CDF of active power on L2-3

式(8)和式(9), 可以求出风电场输出功率与线路功率之间的线性关系

$$\mathbf{B} = [0.6283 \quad -0.0118], \quad C = 2.1261 \quad (17)$$

由此, 根据高斯分布的线性变换不变性和风电场的联合 PDF, 可以求解出该条线路功率的 PDF 和 CDF 分别如图 8 和图 9 所示。

在图 8 和图 9 中, 蓝线和红线分别代表通过 EM 算法和 GA 得到的线路功率 PDF 和 CDF, 黑线代表由 10 000 次迭代的 MCS 计算得到的 PDF 和 CDF。从图中可以看出, 由传统的 EM 算法得到的蓝线相比于 MCS 有较大的偏差, 而 GA 得到的红线与 MCS 非常贴近。由 GA 计算得到的 ARMS 和 MAE 分别是 0.000 19 和 0.019, 由 EM 算法计算得到的 ARMS 和 MAE 分别是 0.027 和 0.18。

3.3 改进 IEEE 118 节点系统

为了进一步地证明本方法的适用性, 本文利用改进的 IEEE 118 节点系统求解其概率潮流分布, 改进的 IEEE 118 节点系统如图 10 所示。假设该系

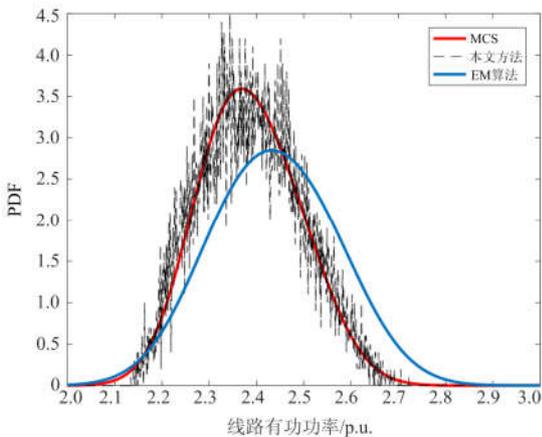


图 8 L2-3 线路功率的 PDF

Fig. 8 PDF of active power on L2-3

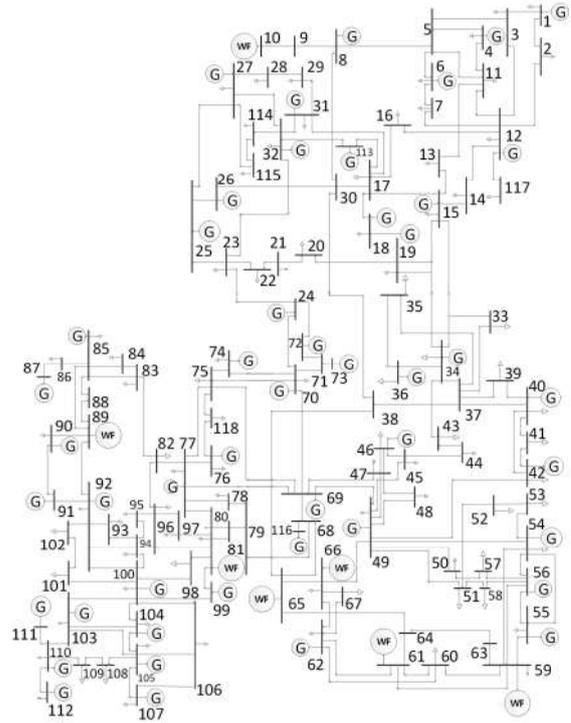


图 10 改进的 IEEE 118 节点系统

Fig. 10 Modified IEEE 118-bus system

统有 7 个风电场接入, 分别接在母线 10、59、61、65、66、80、89 上。假设 7 个风电场的输出功率皆服从威布尔分布^[24]。首先分别利用 EM 算法和 GA 对 7 个风电场的输出功率建立 4 个子成分的 GMM, 确定风功率的联合 PDF。

下面将利用该系统求取多个节点电压幅值和多条线路的线路功率联合概率分布。随机选取母线 45 和 49 间的线路和母线 2 和 1 间的线路作为研究对象, 求取两条线路功率的联合 PDF 如图 11 所示。

图 11 表示线路 1 和线路 2 上的线路功率联合概率密度函数，在概率统计理论中，联合 PDF 描述随机变量同时处于某一状态的概率，因此，通过上面的分析，可以求解系统中任意两条线路上的线路功率同时达到某一值时的概率。图 11 中，黄色的区域是联合 PDF 最大的区域，绿色区域次之，最小是蓝色区域。从图 11 中可以看出，线路 1 功率为 0.18 p.u.，且线路 2 功率为 0.5 p.u.时的联合 PDF 为 0，说明两条线路功率不可能同时处于这一数值之下。根据以上分析，本文所提的联合分布相比于边缘分布可以判断多条线路同时过载的能力；接着，随机选取 47 号母线和 67 号母线作为研究对象，根据式(5)一式(7)，利用三种方法，分别求取两个母线电压幅值的联合 PDF，结果如图 12 所示。如前文分析，两个母线电压幅值的联合 PDF 表示两个母线电压同时达到某一状态时的概率，因此，利用本文方法可以判断多个母线电压幅值是否会发生电压过限的现象，这为电力系统稳态运行分析提供了有力的依据。

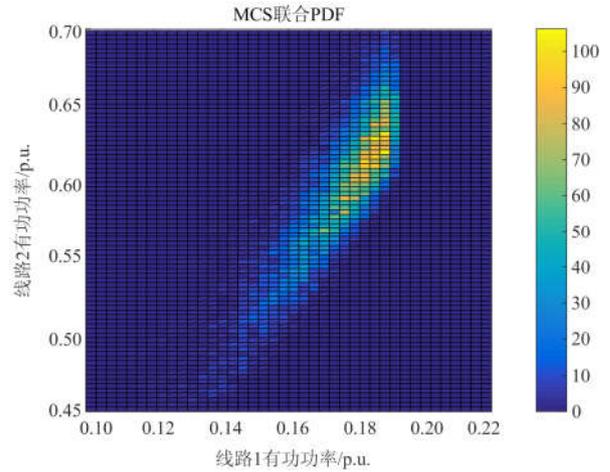


图 11 线路功率联合 PDF

Fig. 11 Joint PDF of line's power

以上分别求解了任意两个节点电压幅值和任意两条线路功率的联合 PDF，通过上面的分析可以看出本文方法比传统 EM 算法更加贴近 MCS，通过图 11 和图 12 可以获得两个节点或两条线路同时处于某一状态的概率。接着，为了进一步说明本方法的适用性，分别随机选择 3、5、6 个节点电压的幅值和 3、5、6 个线路功率作为研究对象，求解它们的联合 CDF，表 3 和表 4 展示了分别利用本文方法、传统 EM 算法与 MCS 作对比，所得到的多个节点和多个线路联合 CDF 的 ARMS 和 MAE。

表 3 线路功率联合 CDF 误差分析

Table 3 Error of joint CDF of several lines' power

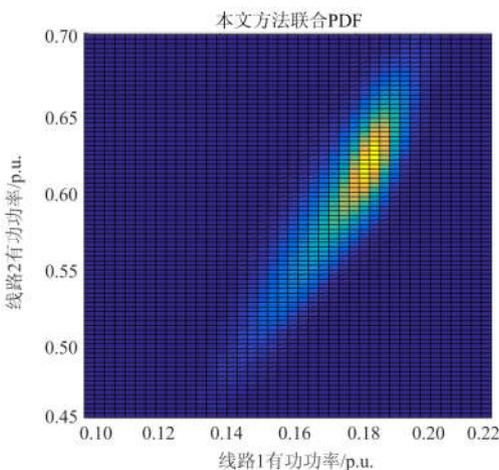
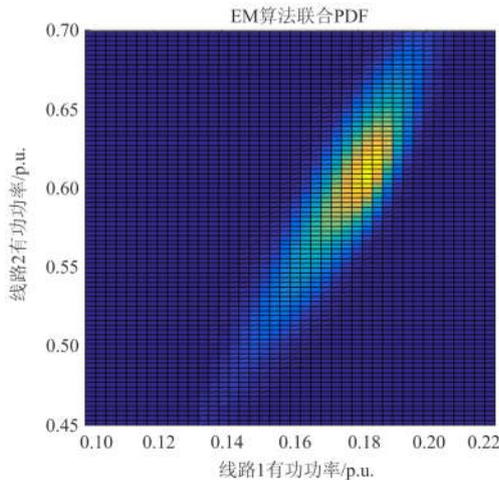
	GA-ARMS	GA-MAE	EM-ARMS	EM-MAE
3 条线路	2.51×10^{-5}	0.004 8	0.027 6	0.256 8
5 条线路	3.62×10^{-5}	0.005 9	0.056 5	0.544 3
6 条线路	2.63×10^{-5}	0.006 8	0.033 7	0.435 8

表 4 节点电压联合 CDF 误差分析

Table 4 Error of joint CDF of several buses' voltage

	GA-ARMS	GA-MAE	EM-ARMS	EM-MAE
3 个节点	0.005 3	0.020 3	0.032 6	0.253 3
5 个节点	0.003 2	0.017 3	0.017 3	0.108 0
6 个节点	0.006 3	0.028 6	0.027 8	0.197 6

如表 3 和表 4 所示，当线路和节点数量增加时，利用本文方法计算得到的联合 CDF 精度仍然高于传统 EM 算法，且符合计算的精度要求。在概率统计理论中，联合 CDF 表示随机变量小于某一数值的概率，由此，利用本文方法可以判断多个线路功率或母线电压同时小于某一数值时的概率，进而也可以判断多条线路同时过载或多个母线电压同时越限的风险，为分析电力系统稳态运行情况提供了可靠



的依据。

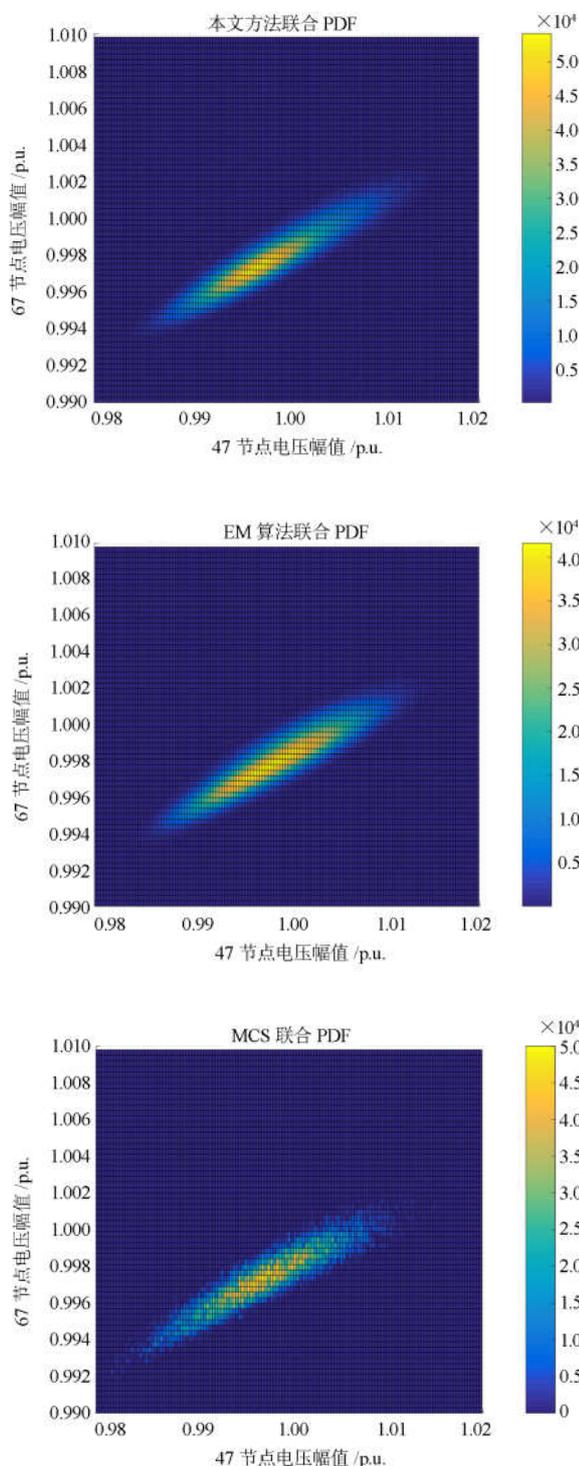


图12 电压幅值的联合PDF

Fig. 12 Joint PDF of voltage amplitude

本文提出的这种解析方法在计算时间上明显优于 MCS, 如表 5 所示。

表 5 计算时间比较

Table 5 Comparison of calculation time

	改进 39 节点系统	改进 118 节点系统
MCS	52 s	620 s
本文方法	0.326 s	0.462 s

4 结论

本文提出一种概率潮流的解析方法, 能够有效解决计及风电出力相关性的电力系统的概率潮流问题。首先, 对多个风电场的出力建立利用 GA 改进的 GMM, 使其可以利用联合 PDF 更加精确地刻画风电场出力的随机性与相关性; 在此基础之上, 利用推导得到的线性解析关系, 更加精确地求解多条线路功率和多个节点电压幅值的联合 PDF 和联合 CDF, 利用联合 PDF 和联合 CDF 精准地评估多条线路或多个母线电压幅值同时过载或电压越限的风险。仿真结果证明了本文所提方法计算精度高, 计算速度快, 适用于大规模风电接入的多节点系统概率潮流分析, 为电力系统稳态运行分析提供了有力的依据。

参考文献

- [1] BORKOWSKA B. Probabilistic load flow[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1974, PAS-93(3): 752-759.
- [2] 徐青山, 黄煜, 刘建坤, 等. 采用混合高斯模型及边缘变换技术的蒙特卡洛随机潮流方法[J]. 电力系统自动化, 2016, 40(16): 23-30.
XU Qingshan, HUANG Yu, LIU Jiankun, et al. Probabilistic load flow method using monte carlo simulation based on Gaussian mixture model and marginal transformation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(16): 23-30.
- [3] 王秀丽, 张择策, 侯雨伸. 基于拟蒙特卡罗模拟法的主动配电网随机潮流计算[J]. 电力自动化设备, 2017, 37(3): 7-12.
WANG Xiuli, ZHANG Zece, HOU Yushen. Stochastic load flow calculation based on quasi-Monte Carlo method for active distribution network[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(3): 7-12.
- [4] CAI Defu, SHI Dongyuan, CHEN Jinfu. Probabilistic load flow computation using Copula and Latin hypercube sampling[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2014, 8(9): 1539-1549.
- [5] 毛晓明, 叶嘉俊. 主元分析结合 Cornish-Fisher 展开的概率潮流三点估计法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(6): 66-72.
MAO Xiaoming, YE Jiajun. A three-point estimate

- method for probabilistic load flow computation based on principal component analysis and Cornish-Fisher series[J]. *Power System Protection and Control*, 2019, 47(6): 66-72.
- [6] 张衡, 程浩忠, 柳璐, 等. 基于点估计法随机潮流的输电网多阶段规划研究[J]. *电网技术*, 2018, 42(10): 3204-3210.
ZHANG Heng, CHENG Haozhong, LIU Lu, et al. Research on multistage transmission network expansion planning using point estimation method based on stochastic power flow[J]. *Power System Technology*, 2018, 42(10): 3204-3210.
- [7] 朱星阳, 刘文霞, 张建华. 考虑大规模风电并网的电力系统随机潮流[J]. *中国电机工程学报*, 2013, 33(7): 77-85.
ZHU Xingyang, LIU Wenxia, ZHANG Jianhua. Probabilistic load flow method considering large-scale wind power integration[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2013, 33(7): 77-85.
- [8] 刘俊, 郝旭东, 程佩芬, 等. 结合 M-Copula 理论与半不变量的随机潮流方法[J]. *电网技术*, 2018, 42(2): 578-584.
LIU Jun, HAO Xudong, CHENG Peifen, et al. Probabilistic load flow method combining M-Copula theory and cumulants[J]. *Power System Technology*, 2018, 42(2): 578-584.
- [9] BU S Q, DU W, WANG H F. Investigation on probabilistic small-signal stability of power systems as affected by offshore wind generation[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2015, 30(5): 2479-2486.
- [10] 毛锐, 袁康龙, 钟杰峰, 等. 基于概率潮流法的含分布式光伏的配电网电压状态评估[J]. *电力系统保护与控制*, 2019, 47(2): 123-130.
MAO Rui, YUAN Kanglong, ZHONG Jiefeng, et al. Distribution network voltage state assessment with distributed generation based on probabilistic power flow method[J]. *Power System Protection and Control*, 2019, 47(2): 123-130.
- [11] HIN K, LAURA M. Differences between along-wind and cross-wind solar irradiance variability on small spatial scales[J]. *Solar Energy*, 2013, 88(1): 192-203.
- [12] BETT P E, THORNTON H E. The climatological relationships between wind and solar energy supply in Britain[J]. *Renewable Energy*, 2016, 87(1): 294-301.
- [13] 陈臻, 吴文传, 张伯明, 等. 考虑光伏出力相关性的配电网概率潮流[J]. *电力系统自动化*, 2015, 39(9): 41-47.
CHEN Can, WU Wenchuan, ZHANG Bomeng, et al. Probability load flow of distribution network considering correlated photovoltaic power output[J]. *Automation of Electric Power systems*, 2015, 39(9): 41-47.
- [14] 吴巍, 汪可友, 李国杰. 计及光伏发电相关性的多重积分法概率潮流计算[J]. *中国电机工程学报*, 2015, 35(3): 568-575.
WU Wei, WANG Keyou, LI Guojie. Probability load flow calculation method based on multiple integral method considering correlation of photovoltaic generation[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2015, 35(3): 568-575.
- [15] 方斯顿, 程浩忠, 徐国栋, 等. 基于 Nataf 变换含相关性的扩展准蒙特卡洛随机潮流方法[J]. *电工技术学报*, 2017, 32(2): 255-263.
FANG Sidun, CHENG Haozhong, XU Guodong, et al. A Nataf transformation based on extended quasi Monte Carlo simulation method for solving probability load flow problems with correlated random variables[J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2017, 32(2): 255-263.
- [16] 蔡德福, 石东源, 陈金富. 基于 Copula 理论的计及输入随机变量相关性的概率潮流计算[J]. *电力系统保护与控制*, 2013, 41(20): 13-19.
CAI Defu, SHI Dongyuan, CHEN Jinfu. Probabilistic load flow considering correlation between input random variables based on Copula theory[J]. *Power System Protection and Control*, 2013, 41(20): 13-19.
- [17] 王涛, 王淳, 李成豪. 基于 Copula 函数及 Rosenblatt 变换的含相关性概率潮流计算[J]. *电力系统保护与控制*, 2018, 46(21): 18-24.
WANG Tao, WANG Chun, LI Chenghao. Probabilistic load flow calculation based on Copula function and Rosenblatt transformation considering correlation among input variables[J]. *Power System Protection and Control*, 2018, 46(21): 18-24.
- [18] 方俊钧, 邵尤国, 赵洁, 等. 风速相关性对电网输电阻塞的影响分析与研究[J]. *智慧电力*, 2018, 46(8): 13-18.
FANG Junjun, SHAO Youguo, ZHAO Jie, et al. Influence analysis of power grid transmission congestion induced by wind speed correlation[J]. *Smart Power*, 2018, 46(8): 13-18.
- [19] WANG Zhiwen, SHEN Chen. Analytical expressions for joint distributions in probabilistic load flow[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2017, 32(3): 2473-2474.
- [20] 王曦, 祝付玲. 基于高斯混合分布的交通拥堵评价模型[J]. *公路交通科技*, 2011, 28(2): 127-132.
WANG Xi, ZHU Fuling. Evaluation model of traffic congestion based on Gaussian mixture distribution[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2011, 28(2): 127-132.

- [21] 宣贺君, 向勇, 和晓强, 等. 联合火力打击中武器目标分配问题的多目标优化模型及算法[J]. 信阳师范学院学报: 自然科学版, 2019, 32(4): 664-669.
XUAN Hejun, XIANG Yong, HE Xiaoqiang, et al. Multi-objective optimization model and algorithm of weapon target assignment in joint fire attack[J]. Journal of Xinyang Teachers College: Natural Science Edition, 2019, 32(4): 664-669.
- [22] 宋俊辉, 谢华, 高海龙. 多纤芯弹性光网络中虚拟网络映射模型及算法[J]. 信阳师范学院学报: 自然科学版, 2018, 31(1): 114-118.
SONG Junhui, XIE Hua, GAO Hailong. Virtual network mapping model and algorithm in multi-core elastic optical network[J]. Journal of Xinyang Teachers College: Natural Science Edition, 2018, 31(1): 114-118.
- [23] WANG Z W, SHEN C, LIU F. Probabilistic analysis of small signal stability for power systems with high penetration of wind generation[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2017, 7(3): 1182-1193.
- [24] BU S Q, DU W, WANG H F, et al. Probabilistic analysis of small-signal stability of large-scale power systems as affected by penetration of wind generation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(2): 762-770.
- [25] CHEN Yan, WEN Jinyu, CHENG Shijie. Probabilistic load flow method based on Nataf transformation and Latin Hypercube sampling[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2013, 4(2): 294-301.
- [26] 王昭聪, 马倩. 基于层次分析和蒙特卡洛法的电网企业投资风险分析[J]. 智慧电力, 2018, 46(7): 42-48.
WANG Zhaocong, MA Qian. Analysis of investment risk of power grid enterprises based on analytic hierarchy process and Monte Carlo method[J]. Smart Power, 2018, 46(7): 42-48.
- [27] 刘禹. 考虑最大供电能力的有源配电网网架规划研究[J]. 智慧电力, 2018, 46(6): 88-94.
LIU Yu. Research on grid planning of active distribution network considering maximum power supply capacity[J]. Smart Power, 2018, 46(6): 88-94.
- [28] SINGH R, PAL B C, JABR R A. Statistical representation of distribution system loads using Gaussian mixture model[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(1): 29-37.

收稿日期: 2019-07-04; 修回日期: 2019-12-21

作者简介:

李聪聪(1996—), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力系统稳定分析与控制; E-mail: licongcong928@163.com

王彤(1985—), 女, 通信作者, 博士后, 副教授, 研究方向为电力系统稳定分析与控制; E-mail: hdwangtong@126.com

相禹维(1996—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力系统稳定分析与控制。E-mail: Xiangyw5517@163.com

(编辑 周金梅)