

DOI: 10.7667/PSPC171031

# 变分模态分解在电力系统谐波检测中的应用

陈 陈, 李晓明, 杨玲君, 瞿合祚, 王云飞, 郝超超

(武汉大学电气工程学院, 湖北 武汉 430072)

**摘要:** 针对电能质量分析中的谐波检测问题, 将变分模态分解(VMD)应用到电力系统谐波检测中。利用 VMD 对信号的频带划分能力, 实现各谐波模态的有效分离。对谐波信号进行频谱预分析确定 VMD 模态分解数, 采用 Hilbert 变换提取各谐波模态幅值、频率等特征信息, 通过基于奇异值分解的扰动定位方法对暂态谐波起止时刻与幅值变化时刻进行准确定位。不同类型谐波信号仿真实验验证了该方法的有效性, 在无噪声与较低信噪比情况下均具有较高检测精度, 具有良好的噪声鲁棒性。

**关键词:** 变分模态分解; Hilbert 变换; 模态分量; 谐波检测; 奇异值分解

## Application of variational mode decomposition in power system harmonic detection

CHEN Chen, LI Xiaoming, YANG Lingjun, QU Hezuo, WANG Yunfei, HAO Chaochao

(School of Electrical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** To solve the problem of harmonic detection in power quality analysis, Variational Mode Decomposition (VMD) is applied to harmonic detection in power system. The method uses the band division capability of VMD to separate the harmonic modes effectively. The decomposition number of VMD is determined by spectrum analysis of harmonic signal. And harmonic modes characteristic parameters such as amplitude and frequency are extracted by Hilbert transform. A method for disturbance location based on singular value decomposition is proposed, which locates the start-end time and amplitude-varying time of transient harmonic accurately. Simulation experiments of different harmonic signals verify the efficiency of the proposed method, indicating that it both has high detection accuracy under the conditions of non-noise and low Signal Noise Ratio (SNR), and has good noise robustness.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51277134).

**Key words:** variational mode decomposition; Hilbert transform; mode component; harmonic detection; singular value decomposition

## 0 引言

随着我国智能电网的快速发展, 以风电、光伏为代表的分布式电源不断接入, 大量电力电子器件和冲击性负荷的投入使用, 使电力系统中的电能质量问题日趋严重与复杂, 其中以谐波污染为主<sup>[1]</sup>。谐波的存在会增加电力设备的损耗, 缩短其使用寿命; 降低测量设备的计量精度, 影响其稳定性; 降低潮流计算的准确性, 增加网络损耗, 给电网造成各种不利影响。因此, 谐波信号的快速、准确检测具有重要意义。

电力系统谐波分为稳态谐波与暂态谐波。稳态

谐波包括稳态整数次谐波与间谐波, 暂态谐波主要包括短时谐波与时变谐波。针对不同的应用场合, 国内外学者进行了深入研究并提出了不同的谐波检测方法<sup>[2-3]</sup>, 主要有瞬时无功功率理论<sup>[4]</sup>、 $i_p-i_q$ 算法<sup>[5]</sup>、傅里叶变换<sup>[6]</sup>、小波变换<sup>[7-8]</sup>、S 变换<sup>[9]</sup>以及 HHT<sup>[10]</sup>等。瞬时无功功率理论与  $i_p-i_q$  算法计算量小、实时性好, 适用于在线谐波检测, 但需要锁相环锁定电网同步角度, 瞬时无功功率理论还要求信号对称无畸变。傅里叶变换方法检测整数次谐波具有高精度, 但是无法避免因非同步采样引起的频率泄漏与栅栏效应, 无法分析暂态谐波等非平稳信号。小波变换具有良好的时频局部化分析效果, 可利用其模极大值定位暂态谐波起止时刻, 但分解效果过于依赖小波基与分解层数的选择。S 变换采用高斯窗函

数进行时频变换,可以实现对暂态信号的有效检测,但是其时频分辨率仍相对固定。HHT方法可以对非平稳、非线性信号进行自适应分解,对稳态与暂态谐波均具备分析能力,但在分解过程中容易出现过包络、欠包络现象,对于频率相近的谐波信号进行分解会出现模态混叠。

2014年Dragomiretskiy等人提出一种利用变分思想进行信号分解的新方法——变分模态分解<sup>[11]</sup>(Variational Mode Decomposition, VMD)。该方法假设信号的每个模态是具有不同中心频率的有限带宽,在获取模态过程中,通过交替方向乘子法不断迭代搜寻变分模型的最优解,最终确定每个分量的频率中心,实现信号的频率划分与有效分离。VMD算法对信号的分解是非递归、变分框架下的迭代过程,具有坚实的理论基础,其实质是多个自适应维纳滤波组,因此具有一定的噪声鲁棒性。在模态分离方面,VMD可以将频率相近的两个谐波成分成功分离。通过预设模态分解个数,VMD克服了传统信号分解方法的模态混叠现象<sup>[12]</sup>。目前常用于机械故障诊断当中<sup>[13]</sup>。

本文利用VMD对信号不同频率成分具有良好的频带划分能力,将其应用到谐波信号的检测当中。首先针对VMD需要预设模态分解个数的问题,对谐波信号进行频谱预分析,判断信号中不同频率成分的数量,确定模态分解个数 $K$ 。然后对信号进行VMD分解,得到 $K$ 个模态分量,即不同的谐波模态。对稳态谐波分量可直接进行Hilbert变换提取幅值与频率等信息。对暂态谐波分量,先进行奇异值分解,定位其起止时刻,再通过Hilbert变换,提取其持续时间内对应的幅值与频率信息。仿真结果表明,该方法具有较高的检测精度和良好的噪声鲁棒性,能够同时适用于稳态谐波与暂态谐波的检测。

## 1 变分模态分解原理与算法

VMD将信号分解置于变分框架下,通过构造并求解变分问题,得到若干个有限带宽的模态分量,每个模态是一个调幅调频函数,均满足固有模态(Intrinsic Mode Function, IMF)<sup>[14]</sup>的定义。

VMD构造的变分模型如下:

对一个时间信号 $f$ ,设存在 $K$ 个模态函数 $u_k(t)$ ,满足各模态之和等于原始分解信号 $f$ ,且每个模态的估计带宽之和最小。为估计各模态带宽,对每个模态函数进行Hilbert变换,得到对应的单边频谱。通过指数调节将每个单边频谱混合到相应的基频带,对调制后的信号进行高斯平滑估计,即计算梯度的平方 $L^2$ 范数,得到各模态的带宽。则以上描述

的约束变分模型为

$$\begin{cases} \min_{\{u_k\}, \{\omega_k\}} \left\{ \sum_k \left\| \partial_t [(\delta(t) + \frac{j}{\pi t}) u_k(t)] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\} \\ \text{s.t.} \sum_k u_k(t) = f \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\{u_k\} = \{u_1, \dots, u_K\}$ 表示分解的 $K$ 个模态分量;  $\{\omega_k\} = \{\omega_1, \dots, \omega_K\}$ 表示各分量的中心频率。

为求解该模型,引入拉格朗日函数将约束性变分问题转化为非约束性变分问题,拉格朗日表达式如式(2)所示。

$$L(\{u_k\}, \{\omega_k\}, \lambda) := \alpha \sum_k \left\| \partial_t [(\delta(t) + \frac{j}{\pi t}) u_k(t)] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \left\| f(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 + \left\langle \lambda(t), f(t) - \sum_k u_k(t) \right\rangle \quad (2)$$

式中:  $\alpha$ 为二次惩罚因子,可保证高斯噪声存在时使信号具有较高的重构精度;  $\lambda(t)$ 为拉格朗日乘法算子,保持了约束条件的严格性。

采用乘法算子交替方向法(Alternate Direction Method of Multipliers, ADMM)求式(2)的最优解,即通过交替更新 $u_k^{n+1}$ 、 $\omega_k^{n+1}$ 、 $\lambda^{n+1}$ 寻找拉格朗日表达式的‘鞍点’。得到 $u_k^{n+1}$ 如式(3)所示。

$$u_k^{n+1} = \arg \min_{u_k \in X} \left\{ \alpha \left\| \partial_t [(\delta(t) + \frac{j}{\pi t}) u_k(t)] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \left\| f(t) - \sum_i u_i(t) + \frac{\lambda(t)}{2} \right\|_2^2 \right\} \quad (3)$$

对式(3)进行Parseval/Plancherel傅里叶等距变换,求得二次优化问题的解,见式(4)。

$$\hat{u}_k^{n+1}(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_i(\omega) + \frac{\hat{\lambda}(\omega)}{2}}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k)^2} \quad (4)$$

根据同样的分析推导过程,求得中心频率计算式为

$$\omega_k^{n+1} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_k(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_k(\omega)|^2 d\omega} \quad (5)$$

式中:  $\hat{u}_k(\omega)$ 是 $\hat{f}(\omega) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_i(\omega)$ 的维纳滤波;  $\omega_k^{n+1}$ 为模态功率谱中心频率。对 $\{\hat{u}_k(\omega)\}$ 进行傅里叶逆变换,则其实部为 $\{u_k(t)\}$ ,即各模态分量时域形式。

依据以上推导,可得到VMD算法的步骤如下。

- (1) 初始化 $\{\hat{u}_k^1\}$ ,  $\{\omega_k^1\}$ ,  $\{\hat{\lambda}^1\}$ 和 $n$ ;
- (2) 由式(4)和式(5)迭代更新 $u_k$ 和 $\omega_k$ ;
- (3) 更新 $\lambda$ ;

$$\hat{\lambda}^{n+1}(\omega) \leftarrow \hat{\lambda}^n(\omega) + \tau [\hat{f}(\omega) - \sum_k \hat{u}_k^{n+1}(\omega)] \quad (6)$$

式中,  $\tau$  表示噪声耐受程度。

(4) 给定判别精度  $\varepsilon > 0$ , 当满足  $\sum_k \|\hat{u}_k^{n+1} - \hat{u}_k^n\|_2^2 / \|\hat{u}_k^n\|_2^2 < \varepsilon$  时迭代停止, 否则返回步骤(2)。

## 2 Hilbert 变换

对任一连续时间信号  $x(t)$ , 定义其 Hilbert 变换 (HT)<sup>[15]</sup> 为

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (7)$$

反变换为

$$x(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (8)$$

则  $x(t)$  与  $y(t)$  组成解析信号:

$$z(t) = x(t) + jy(t) = a(t)e^{j\theta(t)} \quad (9)$$

式中:

$$\begin{cases} a(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} \\ \theta(t) = \arctan\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right) \end{cases} \quad (10)$$

则模态信号的幅值  $A$  与频率  $F$  的计算公式为

$$\begin{cases} A = a(t) \\ F = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \end{cases} \quad (11)$$

通过式(10)和式(11)计算的幅值频率等瞬时参数会有微小的波动, 可通过最小二乘拟合或者去除部分端点取均值<sup>[16]</sup>的方法确定最终幅值与频率的检测值。

## 3 基于奇异值分解的暂态扰动定位

对暂态谐波等非平稳信号, 不仅需要检测其幅值频率信息, 还需定位其起止时刻与幅值变化时刻。对 VMD 分解得到的模态分量进行奇异值分解<sup>[17]</sup> (Singular Value Decomposition, SVD), 可实现对信号突变时刻较为精确的定位。具体实现步骤如下。

(1) 对输入时间信号  $x(t)$  构造 Hankel 矩阵  $\mathbf{H}$ , 如式(12)所示。

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(n) \\ x(2) & x(3) & \cdots & x(n+1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(N-n+1) & x(N-n+2) & \cdots & x(N) \end{pmatrix} \quad (12)$$

式中,  $1 < n < N$ ,  $N$  为  $x(t)$  的总采样点数。

(2) 对矩阵  $\mathbf{H}$  进行奇异值分解, 如式(13)所示。

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \sigma_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T + \cdots + \sigma_p \mathbf{u}_p \mathbf{v}_p^T \quad (13)$$

式中:  $\mathbf{U}=(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \cdots, \mathbf{u}_p)$  和  $\mathbf{V}=(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \cdots, \mathbf{v}_p)$  为正交矩阵;  $\mathbf{S}=(\text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_p), \mathbf{O})^T$  为对角矩阵,  $\mathbf{O}$  为零矩阵,  $p=\min(N-n, n)$ , 则称  $\sigma_i$  为矩阵  $\mathbf{A}$  的奇异值, 且有  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_p \geq 0$ ,  $i=1, 2, \cdots, p$ 。

(3) 令  $\mathbf{A}_i = \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T$ , 则有

$$\mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} x_i(1) & x_i(2) & \cdots & x_i(n) \\ x_i(2) & x_i(3) & \cdots & x_i(n+1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_i(N-n+1) & x_i(N-n+2) & \cdots & x_i(N) \end{pmatrix} \quad (14)$$

令  $\mathbf{s}=[x_i(1), x_i(2), \cdots, x_i(n)]$ ,  $\mathbf{h}=[x_i(n+1), x_i(n+2), \cdots, x_i(N)]^T$ , 则第  $i$  层 SVD 分量信号  $P_i=[\mathbf{s}, \mathbf{h}^T]$ , 且时间信号  $x(t) = \sum_1^p P_i$ 。

上述过程即实现了对时间信号  $x(t)$  的线性分解, 且从第 3 层分量信号开始反映  $x(t)$  的突变信息, 为减少噪声的影响, 设置阈值  $G=0.35\max(P)$ , 舍弃分量信号中幅值绝对值小于该阈值的部分<sup>[18]</sup>。通过大量仿真发现, 第 4 层分量信号  $P_4$  受噪声干扰较小, 且定位精度较高。因此, 通过检测第 4 层分量信号  $P_4$  的模极大值可准确定位出暂态谐波的突变时刻。

## 4 基于变分模态分解的谐波信号检测方法

根据以上分析, 本文提出一种基于 VMD 的电力系统谐波信号检测方法, 该方法具体步骤如下:

(1) VMD 参数设置

VMD 分解需要预先设置模态分解个数  $K$ 、惩罚因子  $\alpha$  和噪声耐受  $\tau$  等参数。对检测信号进行频谱预分析即可确定  $K$ 。二次惩罚因子  $\alpha$  会直接影响到分解结果, 根据文献[11]可知:  $\alpha$  越小, 分解得到的各个分量的带宽越大, 反之, 分量信号带宽越小。 $\alpha$  取值不能太大也不能太小, 但在适当范围内变动对分解结果影响不大, 经过仿真发现,  $\alpha$  取值在 1 500~3 000 比较合适。 $\tau$  表征噪声耐受程度,  $\tau$  越小, 噪声耐受越强, 反之越弱。 $\tau$  取 0 或较小值分解效果较好。

(2) VMD 分解

根据预设的参数, 对谐波信号进行 VMD 分解, 得到  $K$  个模态分量, 每个模态分量表征一种谐波成分。根据得到的谐波模态判断是否为稳态谐波或暂态谐波。

(3) 稳态谐波参数检测

对于稳态谐波, 直接对相应的模态分量进行 Hilbert 变换, 得到瞬时幅值与频率曲线。为了减少端点效应与 Hilbert 瞬时参数波动所造成的检测误差, 对瞬时幅值与频率去除部分端点并取平均值作

为谐波参数的检测值。

(4) 暂态谐波参数检测

对于暂态谐波，首先对相应的模态分量进行奇异值分解，通过第 4 层分量信号的突变点定位暂态谐波的起止时刻与幅值变化时刻。然后再对模态分量进行 Hilbert 变换，得到相应的瞬时幅值与频率曲线。根据定位结果，取暂态谐波持续时间段内，去除部分 endpoint 后的瞬时幅值与频率的平均值作为谐波参数的检测值。

5 仿真分析

为验证本文所提方法的有效性，构造几种典型谐波信号进行仿真。仿真信号采样频率为 6.4 kHz，采样时长为 0.4 s，信号幅值为归一化幅值。VMD 算法中二次惩罚因子  $\alpha=2\ 000$ ，噪声耐受  $\tau=0.001$ 。

5.1 稳态谐波仿真

设一典型稳态谐波信号如式(15)所示。

$$f(t) = \sin(2\pi \times 50t) + 0.15\sin(2\pi \times 110t) + 0.25\sin(2\pi \times 150t) + 0.2\sin(2\pi \times 250t) + 0.1\sin(2\pi \times 350t) \quad (15)$$

该谐波信号由基波、3、5、7 次谐波以及 2.2 次间谐波(110 Hz)组成。该信号频谱如图 1 所示。

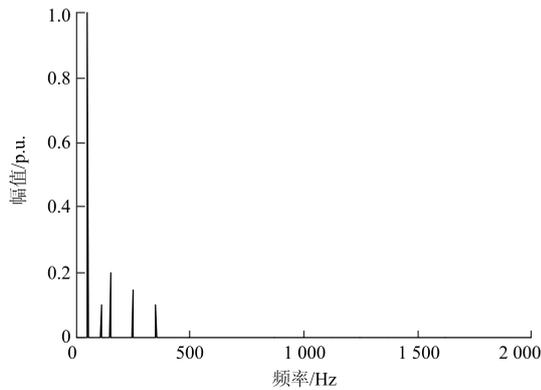


图 1 稳态谐波信号频谱

Fig. 1 Stationary harmonic signal spectrum

故设置  $K$  为 5，再按本文所提方法对谐波信号进行检测，检测结果如图 2 至图 4 所示。

由图 2 可知，VMD 将原信号分解为 5 个模态分量，不考虑端点部分，每个模态分量呈无畸变正弦波，说明其为单一频率谐波，不存在模态混叠现象，实现了各谐波成分的有效分离。表明 VMD 对谐波信号具有良好的分解效果，验证了该方法进行谐波检测的可行性。根据瞬时参数图 3 和图 4 可知，各模态分量的瞬时幅值和频率与理论值比较接近，除端点以外，其余部分基本为一条直线，波动较小。表 1 给出了谐波参数检测结果。

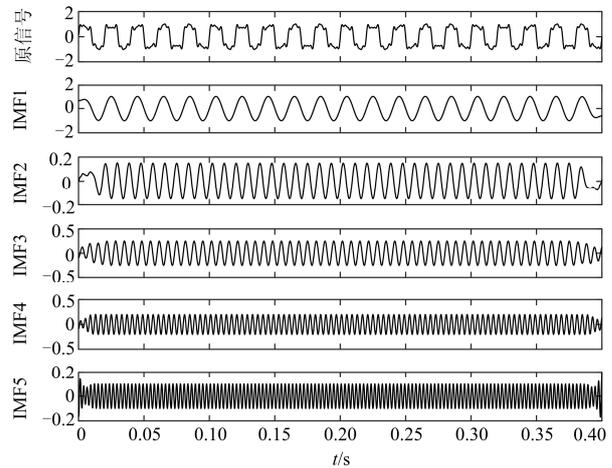


图 2 稳态谐波信号及 VMD 分解结果

Fig. 2 Stationary harmonic signal and results of VMD

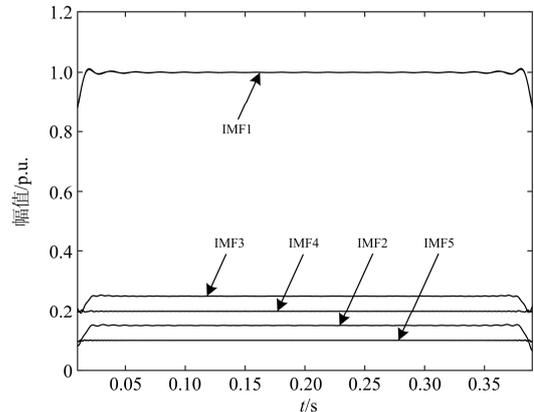


图 3 模态分量瞬时幅值

Fig. 3 Instantaneous amplitude of mode components

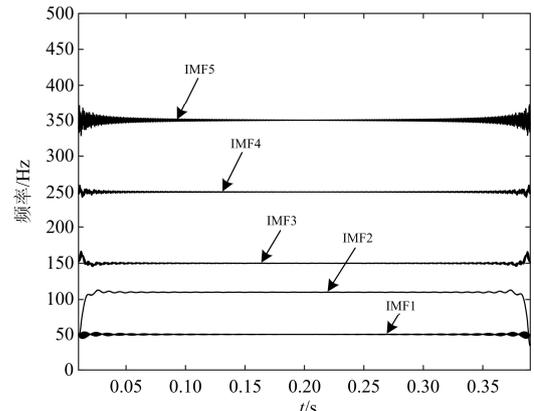


图 4 模态分量瞬时频率

Fig. 4 Instantaneous frequency of mode components

表 1 的检测结果表明，本文的检测方法对稳态谐波具有较高的检测精度。在无噪声情况下，幅值的检测误差最大为 0.533%，最小为 0，平均检测误差为 0.151%。频率的检测误差最大为 0.115%，最

小为 0.003%, 平均检测误差为 0.035%。同时表明在参数计算过程中, 对 Hilbert 变换得到的瞬时值取端点外的稳定值并进行均值计算, 可有效提高参数的检测精度。为考察该方法的延时情况, 选取 FFT 算法和 EEMD 算法作动态响应对比, 分别计算各算法完成一次检测所需时间, 如表 2 所示。

表 1 稳态谐波检测结果

Table 1 Detection results of stationary harmonic

谐波次数	幅值/p.u.			频率/Hz		
	理论值	检测值	误差/%	理论值	检测值	误差/%
基波	1.0	0.999 8	0.020	50	50.011 3	0.023
2.2	0.15	0.149 2	0.533	110	109.873 3	0.115
3	0.25	0.249 5	0.200	150	149.953 0	0.031
5	0.20	0.200 0	0	250	250.008 2	0.003
7	0.10	0.100 0	0	350	349.985 2	0.004

表 2 动态响应情况对比

Table 2 Comparison of dynamic response

方法	加窗插值 FFT	VMD	EEMD
耗时/s	0.108	2.902	11.615

由表 2 可知, 传统的 FFT 算法具有较小的延时, 而 VMD 和 EEMD 耗时相对较长。这是因为 VMD 和 EEMD 作为信号分解方法, 均存在迭代过程, 计算量较大。此外, VMD 的延时远小于 EEMD, EEMD 在 EMD 的基础上通过加入白噪声来抑制模态混叠现象, 但需要进行多次 EMD 运算, 从而大大增加运算时间。相比 FFT, VMD 算法实时性还有待提高, 但计算量已经远小于 EEMD 等信号分解方法。

对该仿真信号加入信噪比为 30 dB 的高斯白噪声进行检测, 考察其抗噪性, 分解结果如图 5 所示, 谐波参数如表 3 所示。当信号含噪时, VMD 仍能对信号进行较好的分解, 各模态分量与无噪声时分

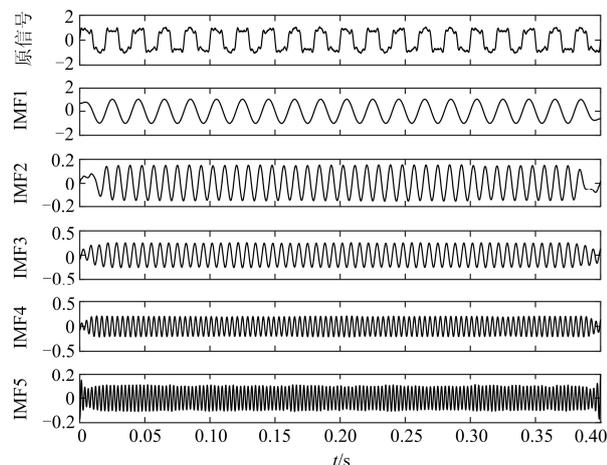


图 5 稳态谐波信号及 VMD 分解结果(30 dB 噪声)

Fig. 5 Stationary harmonic signal and results of VMD (30 dB noise)

表 3 稳态谐波检测结果(30 dB 噪声)

Table 3 Detection results of stationary harmonic (30 dB noise)

谐波次数	幅值/p.u.			频率/Hz		
	理论值	检测值	误差/%	理论值	检测值	误差/%
基波	1.0	1.000 8	0.080	50	50.011 5	0.023
2.2	0.15	0.149 4	0.400	110	109.872 2	0.116
3	0.25	0.249 3	0.280	150	149.938 6	0.041
5	0.20	0.201 3	0.650	250	250.006 5	0.003
7	0.10	0.099 7	0.300	350	349.962 2	0.011

解得到的模态分量十分接近, 参数检测误差仅比无噪声时略低一点, 这是因为 VMD 分解实质上是多个自适应维纳滤波组, 且在参数提取过程中进行均值计算, 也减少了噪声的干扰, 表明该检测方法具有良好的噪声鲁棒性。

### 5.2 暂态谐波仿真

暂态谐波主要分为短时谐波与时变谐波, 由于篇幅限制, 文中仅给出含噪声情况下的暂态谐波仿真结果。

#### (1) 短时谐波仿真

设一短时谐波信号如式(16)所示。

$$f(t) = \begin{cases} \sin(2\pi \times 50t) & 0 < t \leq 0.12 \\ 0.5 \sin(2\pi \times 150t) & 0.12 < t \leq 0.24 \\ 0.3 \sin(2\pi \times 250t) & 0.24 < t \leq 0.40 \end{cases} \quad (16)$$

该信号由基波和短时 3、5 次谐波组成, 并叠加 30 dB 高斯白噪声。暂态谐波发生于 0.12 s, 结束于 0.24 s。

由频谱预分析知模态分解数  $K=3$ (不再绘出频谱图), 经 VMD 分解与奇异值定位, 检测结果如图 6 和图 7 所示。

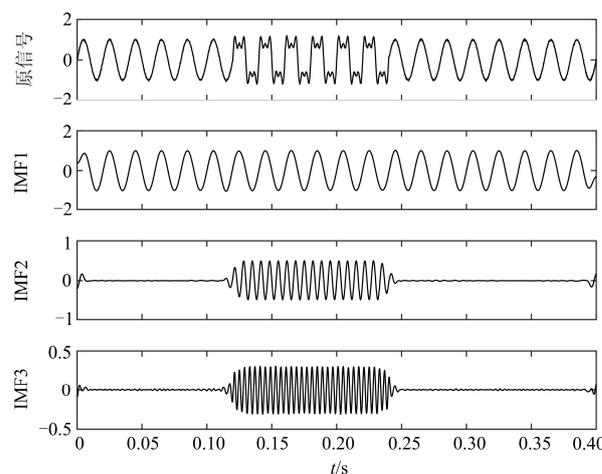


图 6 短时谐波信号及 VMD 分解结果

Fig. 6 Short-time harmonic signal and results of VMD

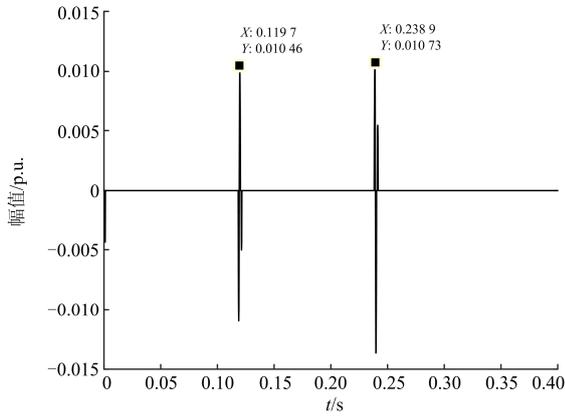


图 7 IMF3 经 SVD 分解第 4 层分量信号

Fig. 7 Fourth component signal of IMF3 based on SVD

分析图 6 的结果可知, 30 dB 噪声情况下, VMD 能够完全分离基波与短时 3、5 次谐波。表明 VMD 不仅可以对稳态谐波成分进行分离, 对暂态谐波成分同样具有良好的提取效果, 验证了 VMD 对非平稳谐波信号具有很好的分析能力。从分解得到的模态分量中大致可知暂态谐波起始时刻在 0.12 s 左右, 结束时刻在 0.24 s 左右, 但无法精确定位到具体的起止时刻。可通过奇异值分解的模极大值进行精确定位, 由图 7 可知, 5 次谐波起始时刻为 0.119 7 s, 终止时刻为 0.238 9 s, 同理可得 3 次谐波起始时刻为 0.119 7 s, 终止时刻为 0.238 8 s, 与理论值基本吻合。30 dB 噪声下谐波检测参数如表 4 所示。

表 4 短时谐波检测结果

Table 4 Detection results of short-time harmonic

谐波次数	幅值/p.u.			频率/Hz		
	理论值	检测值	误差/%	理论值	检测值	误差/%
基波	1.0	0.999 4	0.060	50	49.995 8	0.008
3	0.50	0.501 0	0.200	150	149.951 6	0.032
5	0.30	0.299 8	0.067	250	249.932 4	0.027

表 4 的检测结果表明, 本文的检测方法对时变谐波具有很高的检测精度。在 30 dB 噪声下, 幅值平均检测误差为 0.156%, 频率平均检测误差为 0.010%, 可实现对短时谐波的有效分析与检测, 也进一步验证该方法具有良好的抗噪性能。

(2) 时变谐波仿真

设一时变谐波信号如式(17)所示。

$$f(t) = \begin{cases} \sin(2\pi \times 50t) & 0 < t \leq 0.1 \\ 2\sin(2\pi \times 50t) + 1.6\sin(2\pi \times 150t) + 1.2\sin(2\pi \times 250t) & 0.1 < t \leq 0.25 \\ \sin(2\pi \times 50t) + 0.8\sin(2\pi \times 150t) + 0.6\sin(2\pi \times 250t) & 0.25 < t \leq 0.4 \end{cases} \quad (17)$$

该时变谐波信号由基波和 3、5 次谐波组成, 并叠加 30 dB 高斯白噪声。基波信号在 0.1~0.25 s 内幅值为 2.0, 其他时段为 1.0; 0.1~0.4 s 时段内存在 3 次谐波与 5 次谐波; 0.1~0.25 s 时段内 3 次谐波幅值为 1.6, 5 次谐波幅值为 1.2; 0.25~0.4 s 时段内 3 次谐波幅值为 0.8, 5 次谐波幅值为 0.6。

分析信号频谱知模态分解数  $K=3$ 。VMD 与奇异值分解结果分别如图 8 和图 9 所示。

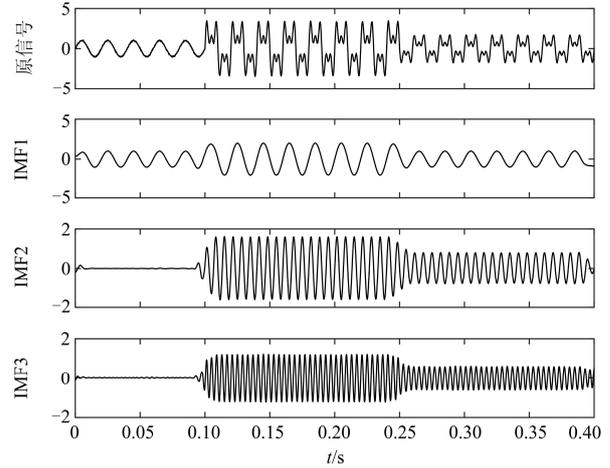


图 8 时变谐波信号及 VMD 分解结果

Fig. 8 Time-varying harmonic signal and results of VMD

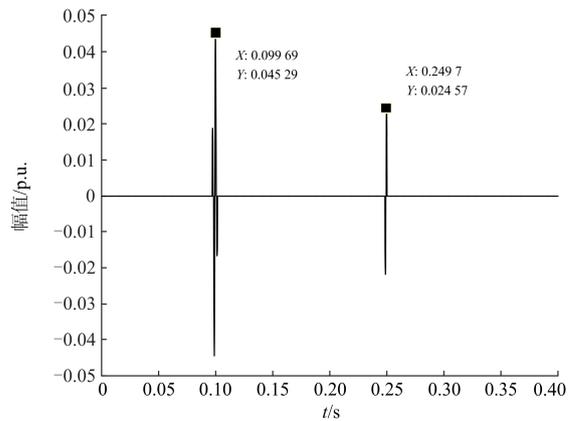


图 9 IMF3 经 SVD 分解第 4 层分量信号

Fig. 9 Fourth component signal of IMF3 based on SVD

由图 8 和图 9 可知, 5 次时变谐波幅值变化时刻分别为 0.099 7 s 与 0.249 7 s, 持续时段为 0.099 7~0.4 s。同理可得 3 次时变谐波幅值变化时刻为 0.099 7 s 和 0.249 5 s, 持续时段为 0.099 7~0.4 s。基波幅值变化时刻为 0.099 7 s 和 0.249 7 s。

定义 0.1~0.25 s 为时段 1, 0.25~0.4 s 为时段 2。谐波频率及各时段内对应的谐波幅值如表 5 所示。检测结果表明, 本文方法对时变谐波的检测同样有效, 误差在 1% 以内, 具有较高的检测精度。

表 5 时变谐波检测结果

Table 5 Detection results of time-varying harmonic

谐波次数	指标	频率/Hz	幅值/p.u.	
			时段 1	时段 2
基波	理论值	50	2.0	1.0
	检测值	49.995 2	2.004 0	1.000 7
	误差/%	0.010	0.2	0.070
3 次	理论值	150	1.6	0.8
	检测值	150.010 5	1.599 8	0.801 3
	误差/%	0.007	0.013	0.163
5 次	理论值	250	1.2	0.6
	检测值	249.981 7	1.204 8	0.604 0
	误差/%	0.007	0.400	0.667

## 6 结论

本文将变分模态分解应用到电力系统谐波信号检测中, 利用 VMD 对不同频率成分的频带划分能力, 结合 Hilbert 变换与奇异值分解定位的方法, 实现了稳态谐波和暂态谐波特征参数的检测。通过理论分析与仿真验证, 得出如下结论:

(1) 参数设置合理时, VMD 通过预设模态分解个数, 抑制了模态混叠现象, 其对信号的分解是多组维纳滤波过程, 具有良好的噪声鲁棒性。

(2) 在 VMD 分解的基础上对谐波模态进行奇异值分解, 通过分量信号突变点检测可准确定位出暂态谐波的起止时刻与幅值变化时刻。

(3) 该方法具有较高的检测精度, 满足电力系统谐波检测要求。可用于稳态谐波、间谐波以及时变等暂态谐波的检测, 为电力系统谐波分析提供了一种新思路。

此外, VMD 和很多信号分析方法一样(如小波变换、EEMD)存在端点效应, 可考虑端点延拓进行改善。由于 VMD 算法通过不断迭代实现信号的模态分解, 计算量大于传统 FFT 算法, 导致实时性不够好, 所以本文方法更适用于实时性要求不高的稳态与暂态谐波分析场合, 如离线检测等。如何加快算法的收敛速度以提高实时性还值得深入研究。

## 参考文献

- [1] BARROS J, DIEGO R I, APRÁIZ M D. A discussion of new requirements for measurement of harmonic distortion in modern power supply systems[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2013, 62(8): 2129-2139.
- [2] 周尚筹, 钱文姝, 杨昊. 基于 PSONM 和 LS 的电力系统谐波估计方法研究[J]. 陕西电力, 2016, 44(4): 28-32, 37. ZHOU Shangchou, QIAN Wenshu, YANG Hao. Study on power system harmonic estimation method based on PSONM and LS[J]. Shaanxi Electric Power, 2016, 44(4): 28-32, 37.
- [3] 何君如, 杨俊华, 吴捷. 基于改进 PSO-Prony 算法的谐波和间谐波分析[J]. 陕西电力, 2016, 44(4): 33-37. HE Junru, YANG Junhua, WU Jie. Harmonics and interharmonics analysis based on improved PSO-Prony algorithm[J]. Shaanxi Electric Power, 2016, 44(4): 33-37.
- [4] 张俊敏, 田微. 基于瞬时无功功率理论谐波检测方法的研究[J]. 电力系统保护与控制, 2008, 36(18): 33-36. ZHANG Junmin, TIAN Wei. Study on harmonic detection methods based on instantaneous reactive power theory[J]. Power System Protection and Control, 2008, 36(18): 33-36.
- [5] 周柯, 罗安, 夏向阳, 等. 一种改进的  $i_p-i_q$  谐波检测算法及数字低通滤波器的优化设计[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(34): 96-101. ZHOU Ke, LUO An, XIA Xiangyang, et al. An improved  $i_p-i_q$  harmonic current detecting method and digital low-pass filter's optimized design[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(34): 96-101.
- [6] 李得民, 何怡刚. 基于 Nuttall 窗四谱线插值 FFT 的电力谐波分析[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(3): 64-71. LI Demin, HE Yigang. Harmonic analysis of power system based on Nuttall window four-spectrum-line interpolation[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(3): 64-71.
- [7] 朱翔, 解大, 高强, 等. 基于 FFT 和 db20 小波变换的电力系统谐波联合分析策略[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(12): 62-65. ZHU Xiang, XIE Da, GAO Qiang, et al. Analyzing strategy for power system harmonics based on FFT and DWT using db20[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(12): 62-65.
- [8] 瞿合祚, 刘恒, 李晓明, 等. 一种电能质量多扰动分类中特征组合优化方法[J]. 电力自动化设备, 2017, 37(3): 146-152. QU Hezuo, LIU Heng, LI Xiaoming, et al. A feature combination method of multiple power quality disturbances classification[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(3): 146-152.
- [9] 肖助力, 龚仁喜, 陈双, 等. 基于改进 S 变换的电力系统谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(3): 84-90. XIAO Zhuli, GONG Renxi, CHEN Shuang, et al. Detection of harmonics in power system based on modified S-transform[J]. Power System Protection and Control,

- 2015, 43(3): 84-90.
- [10] 李天云, 程思勇, 杨梅. 基于希尔伯特-黄变换的电力系统谐波分析[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(4): 109-113.  
LI Tianyun, CHENG Siyong, YANG Mei. Power system harmonic analysis based on Hilbert-Huang transform[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(4): 109-113.
- [11] DRAGOMIRETSKIY K, ZOZZO D. Variational mode decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.
- [12] 赵洪山, 郭双伟, 高夺. 基于奇异值分解和变分模态分解的轴承故障特征提取[J]. 振动与冲击, 2016, 35(22): 183-188.  
ZHAO Hongshan, GUO Shuangwei, GAO Duo. Fault feature extraction of bearing faults based on singular value decomposition and variational modal decomposition[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(22): 183-188.
- [13] 刘长良, 武英杰, 甄成刚. 基于变分模态分解和模糊 C 均值聚类的滚动轴承故障诊断[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(13): 3358-3365.  
LIU Changliang, WU Yingjie, ZHEN Chenggang. Rolling bearing fault diagnosis based on variational mode decomposition and fuzzy C means clustering[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(13): 3358-3365.
- [14] DAUBECHIES I, LU J, WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: an empirical mode decomposition-like tool[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 30(2): 243-261.
- [15] 李天云, 赵妍, 韩永强, 等. Hilbert-Huang 变换方法在谐波和电压闪变检测中的应用[J]. 电网技术, 2005, 29(2): 73-77.  
LI Tianyun, ZHAO Yan, HAN Yongqiang, et al. Application of Hilbert-Huang transform method in detection of harmonic and voltage flicker[J]. Power System Technology, 2005, 29(2): 73-77.
- [16] 黄传金, 曹文思, 陈铁军, 等. 局部均值分解在电力系统间谐波和谐波失真信号检测中的应用[J]. 电力自动化设备, 2013, 33(9): 68-73.  
HUANG Chuanjin, CAO Wensi, CHEN Tiejun, et al. Application of local mean decomposition in power quality disturbance detection[J]. Electric Power Automation Equipment, 2013, 33(9): 68-73.
- [17] 阮羚, 李成华, 宿磊, 等. 基于奇异值分解的局部放电模式识别方法[J]. 电工技术学报, 2015, 30(18): 223-228.  
RUAN Ling, LI Chenghua, SU Lei, et al. Pattern recognition for partial discharging using singular value decomposition[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(18): 223-228.
- [18] 黄建明, 李晓明. 结合短时傅里叶变换和谱峭度的电力系统谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(7): 43-50.  
HUANG Jianming, LI Xiaoming. Detection of harmonic in power system based on short-time Fourier transform and spectral kurtosis[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(7): 43-50.

收稿日期: 2017-07-11; 修回日期: 2017-09-19

作者简介:

陈 陈(1992—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力系统谐波分析与计量; E-mail: double2050@163.com

李晓明(1955—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为电能质量、电力系统运行与控制; E-mail: xmli@whu.edu.cn

杨玲君(1978—), 女, 通信作者, 讲师, 研究方向为电气信息与控制。E-mail: yanglingjun78@163.com

(编辑 魏小丽)