

DOI: 10.7667/PSPC170524

## 基于超完备字典的压缩感知电能质量数据重构

尹立敏, 齐敏, 雷钢, 吕莉莉, 孙笑天, 杨镇达

(东北电力大学, 吉林 吉林 132012)

**摘要:** 针对应用压缩感知原理进行电能质量数据重构时, 采用普通函数形成的正交基进行稀疏表示不能自适应地获得最佳稀疏表示这一问题, 首次将K-奇异值分解字典学习引用到电能质量数据重构中。首先, 对电能质量信号进行一二维转换, 利用K-奇异值分解字典学习算法, 建立了适合电能质量数据的超完备字典; 并选取高斯随机矩阵作为测量矩阵, 对电能质量扰动信号进行压缩采样。同时, 利用压缩感知匹配追踪算法进行信号二维重构, 并将其转换成一维信号。最后, 利用所提出的新算法对几类常见电能质量信号进行了仿真验证。结果表明: 在压缩比为25%时, 利用新算法能够完成重构信号, 其信噪均大于44.2 dB, 能够满足实际应用时的分析要求。

**关键词:** 电能质量; 压缩感知; K-奇异值分解(K-SVD); 重构算法

### Reconstruction of compressed sensing power quality data based on overcomplete dictionary

YIN Limin, QI Min, LEI Gang, LÜ Lili, SUN Xiaotian, YANG Zhenda

(Northeast Dianli University, Jilin 132012, China)

**Abstract:** In terms of the power quality data reconstruction with the compressed sensing principle, the orthogonal basis generated by normal function cannot be used to obtain the best sparse representation. Therefore, the K-Singular Value Decomposition (K-SVD) dictionary is applied to the power quality data reconstruction for the first time. First of all, the power quality signals are converted from One-Dimensional (1D) to Two-Dimensional (2D) and then overcomplete dictionary adaptable for power quality signals is established, which is based on the K-SVD dictionary. Meanwhile compressed sampling is carried out for power quality disturbance signals by taking the Gauss random matrix as the measurement matrix. In addition, 2D reconstruction is conducted for the signals with the Compressed Sensing Matching Pursuit (CoSaMP) algorithm, and 2D signals are converted to 1D signals. Finally, simulation verification is implemented for several common power quality signals with new algorithm. Experiment result shows that at the compression ratio of 25%, the new algorithm can be used to complete the reconstruction of the signals with signal-to-noise ratios more than 44.2 dB, which meets the analysis requirements in practical application.

This work is supported by Natural Science Foundation of Jilin Province (No. 20140101066JC).

**Key words:** power quality; compressed sensing; K-singular value decomposition (K-SVD); reconstruction algorithm

## 0 引言

传统电能质量海量数据处理<sup>[1-2]</sup>均基于 Nyquist 采样定理。在数据压缩过程中, 通常还需消除大量的采样冗余数据, 从而造成了采样资源的严重浪费。利用压缩感知(Compressed Sensing, CS)理论<sup>[3-4]</sup>对原始信号进行压缩采样, 得到少量的测量信号, 便能恢复重构出原始信号, 从而大大缓解了存储空间的压力, 具有广阔的应用前景<sup>[5-8]</sup>。

应用 CS 理论的前提是信号具有稀疏性。在压缩感知的稀疏表示部分, 经典的稀疏化的方法有离散余弦变换(DCT)、傅里叶变换(FFT)<sup>[9]</sup>、离散小波变换(DWT)<sup>[10]</sup>等。而且其对应的基函数是固定的, 因此不能根据数据本身的特点进行自适应调整。采用短时傅里叶变换<sup>[11]</sup>对于局部特征的捕捉性能不是很好; 采用小波变换<sup>[12-13]</sup>没有方向识别能力。电能质量信号包括电压脉冲、振荡、暂降和暂升等<sup>[14]</sup>, 用于传统稀疏表示的普通正交基函数并不能自适应地获得最佳稀疏表示。因此, 本文提出了将压缩感知与字典学习<sup>[15]</sup>相结合的新思路, 得到最佳的电能

质量数据稀疏表达方式, 从而实现了电能质量数据的重构。

基于上述思路, 本文首次将基于 K-奇异值分解 (K-SVD)<sup>[16]</sup>字典算法的压缩感知技术引入电能质量信号处理领域。该算法通过对大量样本数据进行学习, 建立了适合电能质量信号的学习型超完备字典。在重建阶段, 采用压缩感知匹配追踪 (CoSaMP)<sup>[17]</sup>对电能质量数据进行恢复。通过仿真验证了该方法的可行性及有效性。

## 1 压缩感知理论的数学模型

CS 理论表明, 只要信号本身具有稀疏性或者可在某个变换域内稀疏, 我们便可以用一个与变换基不相关的测量矩阵将变换后的高维信号投影到一个低维空间上, 然后通过求解一个优化问题, 从少量的投影值中高概率地恢复出原始信号<sup>[18-20]</sup>。

目标信号  $x$  本身并不是稀疏信号, 但在变换域  $\psi$  中体现了稀疏性, 即  $x = \psi S$ , 则压缩感知模型如图 1 所示。

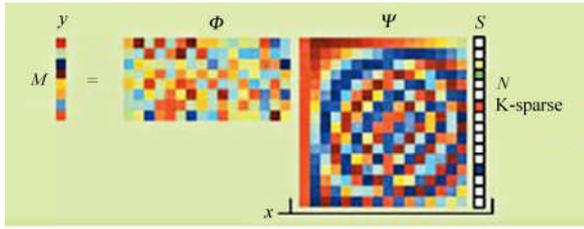


图 1 具有普适性的压缩感知数学模型

Fig. 1 Universal mathematic model of compressed sensing theory

在信号重构过程中, 求解式(1)。

$$y = \phi x = \phi \psi S = \Theta S \quad (1)$$

式中:  $S$  中存在少数个非零元素;  $\phi$  是一个大  $M \times N$  的矩阵, 表示一个降维的投影操作;  $y$  即采样所得的测量值。

由于信号的观测值  $y$  远远小于信号  $x$  的维数  $N$ , 式(1)是欠定性问题, 不能直接求解。最初使用  $l_0$  范数最优化求解:

$$\min_s \|S\|_{l_0} \quad \text{s.t. } y = \Theta S \quad (2)$$

但是利用  $l_0$  范数来求解是一个 NP<sup>[21]</sup>问题, 文献[22]采用凸的  $l_1$  范数近似非凸的  $l_0$  问题, 表达式为

$$\min \|S\|_{l_1} \quad \text{s.t. } y = \Theta S \quad (3)$$

当测量值存在少量有界噪声时, 可以用式(4)表示。

$$\frac{\min}{S} \|S\|_{l_1} \quad \text{s.t. } \|\Theta S - y\|_2 \leq \varepsilon \quad (4)$$

## 2 基于 K-SVD 字典学习的压缩感知电能质量数据重构

### 2.1 K-SVD 字典学习

K-SVD 字典学习算法的本质是范数稀疏约束追踪和奇异值分解算法的交替应用, 能够实现字典和稀疏系数的同步更新<sup>[23-25]</sup>。对于给定的大量电能质量数据, 使用该算法, 先构造训练样本集进行稀疏编码, 然后自适应地按照稀疏约束条件训练出超完备字典。相比于传统完备字典(如 DCT、Gabor 字典), 这种字典可以自适应地根据训练本来提取特征, 因此其稀疏表示能力比较强。最后可通过少量超完备字典中原子的线性组合来表示电能质量数据样本, 进而实现电能质量数据的快速压缩和精准重构。

假设矩阵  $D \in \mathbf{R}^{N \times K}$  表示训练得到的超完备字典, 向量  $y \in \mathbf{R}^N$ ,  $x \in \mathbf{R}^K$  分别表示训练样本及其对应的稀疏表示系数向量, 矩阵  $Y = \{y_i\}_{i=1}^N$  为  $N$  个训练样本的集合, 矩阵  $X = \{x_i\}_{i=1}^N$  为  $N$  个系数向量的集合,  $T_0$  为稀疏表示系数中非零元素个数的最大值。则 K-SVD 的稀疏表示问题即是求解满足式(5)的字典  $D$ 。

$$\min_{D, X} \left\{ \|Y - DX\|_F^2 \right\} \quad \text{s.t. } \|x_i\|_0 \leq T_0 \quad (5)$$

K-SVD 字典学习技术的具体实施步骤如下所述。

#### 1) 字典初始化

电能质量数据使用字典进行稀疏表示时, 先构造出训练样本集, 通过训练获得初始字典  $D$ 。

#### 2) 稀疏编码

根据已知字典  $D$ , 利用任意一种追踪算法, 如基追踪(BP)、正交匹配追踪(OMP)等得到每个信号样本  $y_i$  对应的稀疏系数向量  $x_i$  的近似逼近解, 即

$$\min_{x_i} \left\{ \|y_i - D x_i\|_2^2 \right\} \quad \text{s.t. } \|x_i\|_0 \leq T_0, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (6)$$

#### 3) 字典更新

得到固定向量  $x_i$  后, 更新字典  $D$ , 需要更新字典的第  $k$  列  $d_k$ , 令稀疏矩阵  $X$  中与  $d_k$  相乘的第  $k$  行记作  $X_T^j$ , 则目标函数可以重写为

$$\|Y - DX\|_F^2 = \left\| Y - \sum_{j=1}^k d_j X_T^j \right\|_F^2 = \quad (7)$$

$$\left\| \left( Y - \sum_{j=k}^k d_j X_T^j \right) - d_k X_T^k \right\|_F^2 = \|E_k - d_k X_T^k\|_F^2$$

其中, 假设  $k-1$  项是固定的, 则需要更新第  $k$

项, 矩阵  $E_k$  表示除去第  $k$  个字典项后所有的  $N$  个样本的误差。定义  $\omega_k$  为存储用到字典项  $\omega_k$  的样本索引, 也就是  $x_T^k$  的非零索引, 即

$$\omega_k = \{i | 1 \leq i \leq K, x_T^k(i) \neq 0\} \quad (8)$$

定义  $\Omega_k$  为  $N \times |\omega_k|$  阶矩阵, 其在  $[\omega_k(i), i]$  位置上的元素全部为 1, 其他位置上的元素都为 0。设矩阵  $E_k^R$  为

$$E_k^R = E_k \Omega_k \quad (9)$$

向量为

$$x_R^k = x_T^k \Omega_k \quad (10)$$

分别为  $E_k$ 、 $x_T^k$  去掉零输入后的收缩效果。通过选取仅与集合  $\omega_k$  对应的列约束矩阵  $E_k$ , 得到矩阵  $E_k^R$ , 问题等价于:

$$\|E_k \Omega_k - d_k x_T^k \Omega_k\|_F^2 = \|E_k^R - d_k x_R^k\|_F^2 \quad (11)$$

对  $E_k$  进行奇异值分解(SVD), 使  $E_k = U \Delta V^T$ ,  $U$  和  $V$  分别代表两个相互正交的矩阵;  $\Delta$  代表一个对角矩阵, 对角阵  $\Delta$  的最大奇异值表示为  $\Delta(1,1)$ 。取矩阵  $U$  的第一列列向量来表示字典中的原子向量  $d_k$ , 取  $V$  的第一个列向量与  $\Delta$  的第一个元素的乘积表示  $x_k$ , 从而完成对字典  $D$  中的  $d_k$  列的更新。按照此方法, 在满足收敛条件后, 应得到了最终的字典  $D$ , 否则转向步骤(3)。

## 2.2 测量矩阵选取

测量矩阵的设计是压缩感知理论的关键之一。RIP(Restricted Isometry Property)理论表明: 只要感知矩阵满足约束等距条件, 即 RIP 准则, 则使用  $M(M \ll N)$  个观测数便能将  $N$  维信号稳定地重建出来<sup>[26]</sup>。已经证明, RIP 的等价条件是测量矩阵  $\phi$  和稀疏变换基  $\psi$  不相关。前者常采用的测量矩阵包括独立同分布的高斯随机矩阵、局部傅里叶矩阵、局部哈达玛矩阵、托普利兹矩阵等等。本文中, 稀疏变换矩阵由超完备字典取代, 测量矩阵选取了具有普适性的高斯矩阵。

## 2.3 重构算法

本文在数据重建中使用的压缩感知匹配追踪算法(Compressive Sampling Matching Pursuit, CoSaMP)区别于其他的贪婪算法, CoSaMP 在每次迭代过程中能识别多个元素, 从而能够快速收敛, 同时避免了阈值选择的难题。CoSaMP 的主要步骤包括: 使用现有采样值生成等价中间过度信号, 并确定中间过度信号中的最大分量位置, 从而估计出原始信号。CoSaMP 的步骤如下所述。

输入: 感知矩阵  $\Theta = \phi\psi$ , 测量值  $y$ , 稀疏度  $K$ 。

输出: 重建目标信号  $\hat{x}$ 。

初始化:  $\hat{x}_0 = 0$ , 残余分量  $r = y$ , 循环标识

$k = 0$ , 索引集  $\Lambda_0$  为空集,  $\Theta^T$  表示矩阵  $\Theta$  的转置。当没有满足结束条件时, 循环执行步骤(1)—步骤(4)。

(1)  $k \leftarrow k + 1$ , 生成中间信号  $u = \Theta_{k-1}^T r$ , 找出  $u$  中的  $2K$  个最大分量位置集合  $\Omega$ ;

(2) 更新索引集  $\Lambda_k = \Lambda_{k-1} \cup \Omega$ , 并更新已找到的感知矩阵中的列集合  $\Theta_k = [\Theta_{k-1} \Theta_k]$ ;

(3) 重建目标信号,  $\bar{x} = \Theta_k y$ ;

(4) 并保留  $\bar{x}$  中  $K$  个最大的分量得到最新索引集  $\Lambda_k$ , 并更新残余分量,  $r = y - \Theta \hat{x}$ 。

## 2.4 电能质量信号重构整体流程

电能质量信号重构流程如图 2。

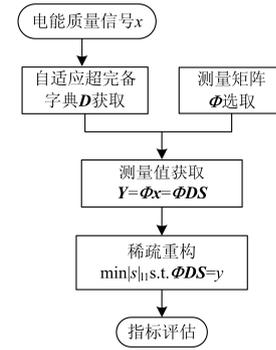


图 2 电能质量信号重构流程图

Fig. 2 Process for reconstruction of power quality signals

## 3 仿真分析

### 3.1 一二维转换

一维时间信号的相邻数据为 2 个, 通过截断重组得到二维信号中的相邻数据为 8 个, 所以二维信号比一维信号具有更大的冗余度, 因此本文在 CS 处理过程中, 采用了周期截断和重组方式, 将一维时间信号转换为二维灰度图, 然后进行压缩重构。

### 3.2 指标评估

本文为了评估电能质量扰动信号压缩采样方法的性能, 将重构的图像恢复为一维信号时, 采用了式(12)—式(14)所示的表达式进行评估。

重构信噪比 SNR 的计算公式为

$$R_{SN} = 10 \lg \left[ \frac{\sum_{i=1}^N |x(i)|^2}{\sum_{i=1}^N |x(i) - \hat{x}(i)|^2} \right] \quad (12)$$

均方误差百分值 MSE 的计算公式为

$$E_{MS} = \left\{ \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [x(i) - \hat{x}(i)]^2}{N}} \right\} / \left\{ \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [x(i)]^2}{N}} \right\} \times 100\% \quad (13)$$

能量恢复系数 ERP 的计算公式为

$$P_{ER} = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^N [\hat{x}(i)]^2}{\sum_{i=1}^N [x(i)]^2} \right\} \times 100\% \quad (14)$$

式中:  $x(i)$  和  $\hat{x}(i)$  分别为原始信号和压缩采样后的重构信号。

### 3.3 实例仿真

本实例使用常见电能质量信号进行仿真, 数学模型如附表 1 所示。电能质量信号的基波频率为 50 Hz, 采样率为 12.8 kHz, 数据长度  $N$  为 32 768 点。按 3.1 节中所述方法, 将一维电能质量信号映射为  $256 \times 128$  的二维图像, 取观测数  $M$  为 8 192, 且对观测后的数据加入零均值高斯白噪声。编写该算法的 Matlab 程序, 对电能质量信号进行压缩采样与重构, 并将最终重构出来的二维信号转化成一维, 利用 3.2 节方法进行评估。因为信号是周期性的截断和重组, 所以下图对于一维信号, 仅显示了一个完整周期, 仿真结果见图 3—图 8。

由仿真图和表 1 可知, 当从二维图像中取 8 192 个观测数据, 即压缩采样比( $M/N$ )为 25% 的情况下, 重构电能质量信号的幅值误差均小于 0.01 p.u., SNR 优于 44.2 dB, MSE 小于 0.62%, ERP 优于 99.71%, 保留了原始信号绝大部分的能量。并且在测量值部分没有噪声时, 幅值误差均小于  $5 \times 10^{-4}$  p.u., 信号接近 100% 重构。由以上分析可知, 本文提出的新算法, 能够满足实际应用时的分析要求。

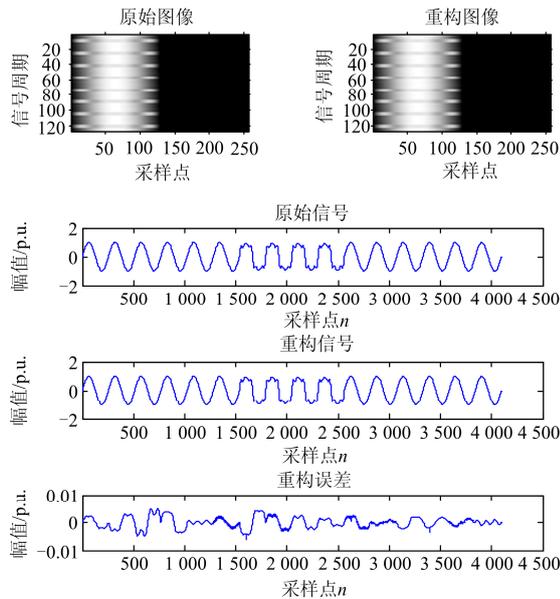


图 3 信号 1 的一维和二维原始重构及误差图

Fig. 3 Original, reconstruction and error images of 2D and 1D of signal 1

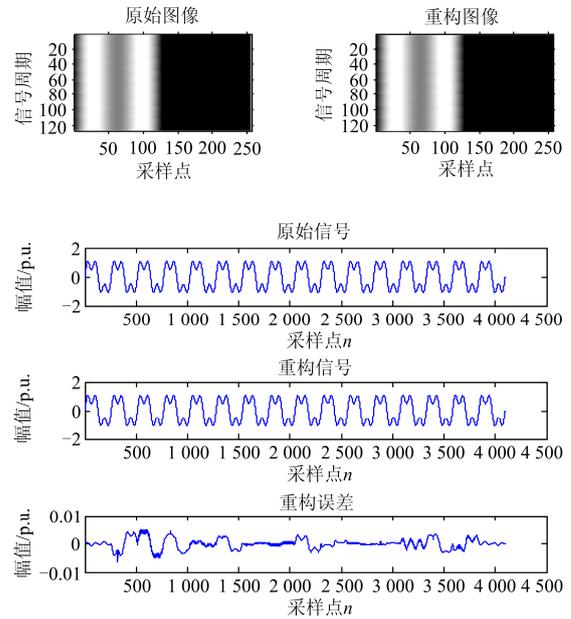


图 4 信号 2 的一维和二维原始重构及误差图

Fig. 4 Original, reconstruction and error images of 2D and 1D of signal 2

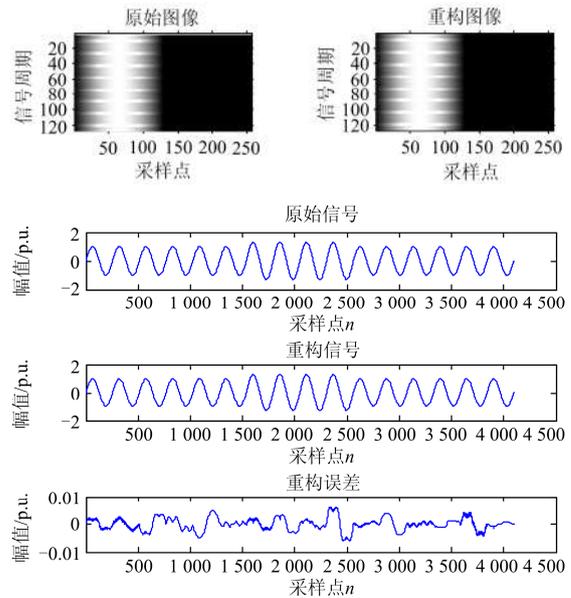
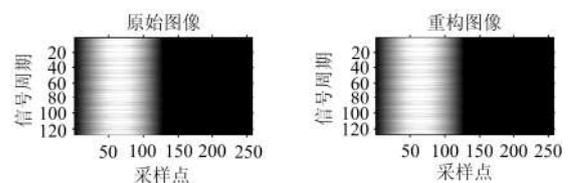


图 5 信号 3 的一维和二维原始重构及误差图

Fig. 5 Original, reconstruction and error images of 2D and 1D of signal 3



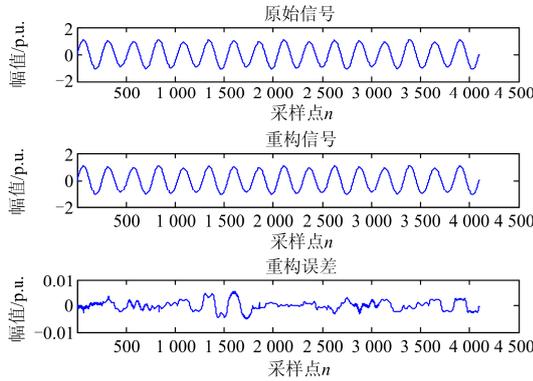


图 6 信号 4 的一维和二维原始重构及误差图

Fig. 6 Original, reconstruction and error images of 2D and 1D of signal 4

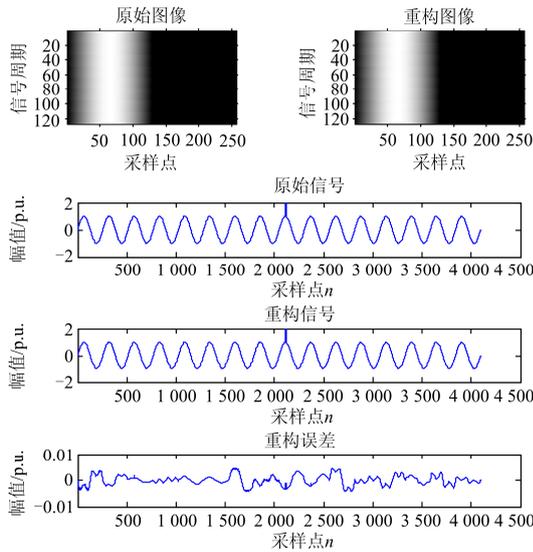
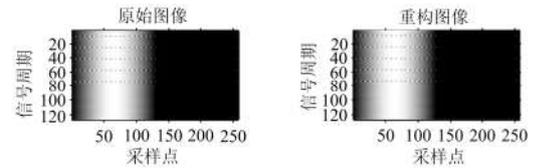


图 7 信号 5 的一维和二维原始重构及误差图

Fig. 7 Original, reconstruction and error images of 2D and 1D of signal 5



附表 1 电能质量信号仿真模型

Attached Table 1 Simulation Model of Power Quality Signals

信号序列及类型	表达式	参数( $A = 1 \text{ p.u.}, f = 50 \text{ Hz}$ $\omega = 2\pi f$ , $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$ )
1 短时谐波	$y(t) = \sin(\omega t) + A_3 \sin(3\omega t) + A_5 \sin(5\omega t) + A_7 \sin(7\omega t)$	$A_3, A_5, A_7 = 0.05 \sim 0.3$
2 间谐波	$y(t) = \sin(\omega t) + A \sin(\beta \omega t)$	$A = 0.1 \sim 0.8$ $\beta = 0.1 \sim 0.5$
3 电压暂升	$y(t) = \{1 + A[u(t-t_1) - u(t-t_2)]\} \sin(\omega t)$	$A = 0.1 \sim 0.8$ $T \leq t_2 - t_1 \leq 9T$
4 电压闪变	$y(t) = (1 + A \sin \beta \omega t) \sin(\omega t)$	$A = 0.05 \sim 0.1$ $\beta = 0.1 \sim 0.5$
5 暂态脉冲	$y(t) = \{1 - [u(t-t_1) - u(t-t_2)]\} \sin(\omega t)$	$T/20 \leq t_2 - t_1 \leq T/10$
6 暂态振荡	$y(t) = \sin(\omega t) + A e^{-\alpha(t-t_1)} \sin \beta \omega t [u(t-t_1) - u(t-t_2)]$	$A = 0.1 \sim 0.8$ $\beta = 0.1 \sim 0.5$ $0 \leq t_2 - t_1 \leq 2T$

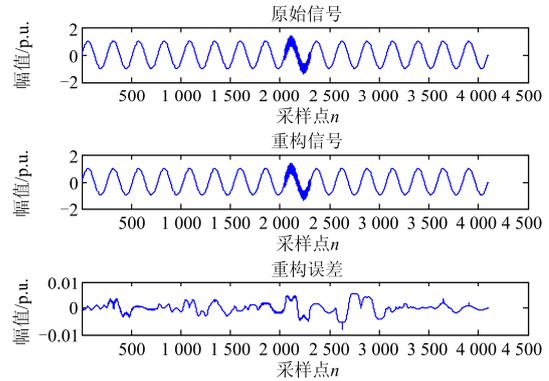


图 8 信号 6 的一维和二维原始重构及误差图

Fig. 8 Original, reconstruction and error images of 2D and 1D of signal 6

表 1 六种电能质量信号的评价指标

Table 1 Evaluation indexes of six kinds of power quality signals

信号序列	信噪比 SNR/dB	均方误差 MSE/%	能量恢复系数 ERP/%
1	46.952 3	0.45	99.97
2	46.462 7	0.48	100.23
3	44.226 5	0.61	100.41
4	45.476 2	0.53	100.05
5	45.163 2	0.55	99.71
6	45.884 4	0.51	100.16

## 4 结论

本文首次将 K-奇异值分解(K-SVD)字典学习法应用于压缩感知电能质量信号领域中。通过训练大量的电能质量信号获取自适应的超完备字典, 取代了传统的基函数。结合压缩感知匹配追踪算法进行信号重构。通过实例仿真验证了该方法的有效性, 对今后更复杂的电能质量海量信号的重建具有借鉴意义。由于需要对大量的样本进行训练, 因此建立字典耗时稍长。重构效果同时还受到测量矩阵、冗余度等因素的影响, 但字典的选取对重建效果非常关键, 如何训练快速有效的超完备字典是以后的发展方向。

## 参考文献

- [1] 张逸, 林焱, 吴丹岳. 电能质量监测系统研究现状及发展趋势[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(2): 138-147.  
ZHANG Yi, LIN Yan, WU Danyue. Current status and development trend of power quality monitoring system[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(2): 138-147.
- [2] SHUKLA S, MISHRA S, SINGH B. Empirical-mode decomposition with hilbert transform for power-quality assessment[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2009, 24(4): 2159-2165.
- [3] DONOHO D. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [4] CANDÈS E J, WAKIN M B. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30.
- [5] 陈雷, 郑德忠, 廖文喆. 基于压缩感知的含扰动电能质量信号压缩重构方法[J]. 电工技术学报, 2016, 31(8):163-171..  
CHEN Lei, ZHENG Dezhong, LIAO Wenzhe. Method based on compressed sensing for compression and reconstruction of power quality signals with disturbances[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(8): 163-171.
- [6] 张颖超, 茅丹, 胡凯. 压缩传感理论在心电图信号恢复问题上的研究[J]. 计算机研究与发展, 2014, 51(5): 1018-1027.  
ZHANG Yingchao, MAO Dan, HU Kai. ECG signal recovery problem based on compressed sensing theory[J]. Journal of Computer Research and Development, 2014, 51(5): 1018-1027.
- [7] 贾科, 顾晨杰, 毕天姝, 等. 基于压缩感知技术的大型光伏电站汇集系统故障定位研究[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(12): 3480-3489.  
JIA Ke, GU Chenjie, BI Tianshu, et al. Research on fault location of large photovoltaic power station based on compression sensing technology[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(12) : 3480-3489.
- [8] 曹思扬, 戴朝华, 朱云芳, 等. 一种新的电能质量扰动信号压缩感知识别方法[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(3): 7-12.  
CAO Siyang, DAI Chaohua, ZHU Yunfang, et al. A novel compressed sensing-based recognition method for power quality disturbance signals[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(3): 7-12.
- [9] WEN H, GUO S, TENG Z, et al. Frequency estimation of distorted and noisy signals in power systems by FFT-based approach[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(2): 765-774.
- [10] MALLAT S. A wavelet tour of signal processing[M]. SanDiego: Academic Press, 1996.
- [11] 徐永海, 赵燕. 基于短时傅里叶变换的电能质量扰动识别与采用奇异值分解的扰动时间定位[J]. 电网技术, 2011, 35(8): 174-180.  
XU Yonghai, ZHAO Yan. Identification of power quality disturbance based on short-term Fourier transform and disturbance time orientation by singular value decomposition[J]. Power System Technology, 2011, 35(8): 174-180.
- [12] 肖文龙, 王维博, 刘勇, 等. 基于小波分析理论的特高压输电线路故障选相研究[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(17): 90-96.  
XIAO Wenlong, WANG Weibo, LIU Yong, et al. Research of fault phase selection on UHV transmission lines based on wavelet analysis[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(17): 90-96.
- [13] ERIŞTI H, UÇAR A, DEMİR Y. Wavelet-based feature extraction and selection for classification of power system disturbances using support vector machines[J]. Electric Power Systems Research, 2010, 80(7): 743-752.
- [14] IEEE recommended practice for monitoring electric power quality: IEEE Std 1159—2009 (Revision of IEEE Std 1159—1995)[S].
- [15] 练秋生, 石保顺, 陈书贞. 字典学习模型、算法及其应用研究进展[J]. 自动化学报, 2015, 41(2): 240-260.  
LIAN Qiusheng, SHI Baoshun, CHEN Shuzhen. Research advances on dictionary learning models, algorithms and applications[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(2): 240-260.
- [16] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. *rmK*-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322.

- [17] NEEDELL D, TROPP J A. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(3): 301-321.
- [18] CANDÈS E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [19] TSAIG Y, DONOHO D L. Extensions of compressed sensing[J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 549-571.
- [20] NATARAJAN B K. Sparse approximate solutions to linear systems[J]. SIAM Journal on Computing, 1995, 24(2): 227-234.
- [21] CANDÈS E J, TAO T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [22] CHEN S, DONOHO D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit. SIAM J Sci Comput[J]. Siam Journal on Scientific Computing, 1998, 20(1): 33-61.
- [23] ELAD M, AHARON M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries[J]. IEEE Transactions on Image processing, 2006, 15(12): 3736-3745.
- [24] ZHANG Q, LI B. Discriminative K-SVD for dictionary learning in face recognition[C] // Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2010 IEEE Conference on: IEEE, 2010: 2691-2698.
- [25] CAI J, CHENG Q, PENG M, et al. Fusion of infrared and visible images based on nonsubsampling contourlet transform and sparse K-SVD dictionary learning[J]. Infrared Physics & Technology, 2017, 82: 85-95.
- [26] Candès E J, Tao T. Decoding by linear programming[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(12): 4203-4215.
- 
- 收稿日期: 2017-04-12; 修回日期: 2017-07-11  
作者简介:  
尹立敏(1978—), 女, 博士, 副教授, 主要从事电力系统控制及稳定等方面的课题研究; E-mail: yinlimin66@163.com  
齐敏(1991—), 女, 硕士研究生, 主要从事电力系统控制及稳定等方面的课题研究。E-mail: 1524844742@qq.com
- (编辑 姜新丽)