

DOI: 10.7667/PSPC162029

基于广义向后差分方法的电力系统暂态稳定性快速数值计算方法

潘明帅¹, 汪芳宗¹, 宋墩文², 杨学涛²

(1. 三峡大学电气与新能源学院, 湖北 宜昌 443002; 2. 中国电力科学研究院, 北京 100192)

摘要: 为满足电力系统暂态稳定性实时分析计算的需求, 将边界值类方法中的广义向后差分方法应用于暂态稳定性数值计算, 提出了一种新的暂态稳定性快速数值计算方法。该方法利用广义向后差分方法对微分方程进行连续的时间差分离散, 然后对离散后的非线性方程组采用牛顿法进行整体求解。利用雅可比矩阵所具有的带状结构特征, 采用矩阵方程分裂—组合技巧, 避免了对整体雅可比矩阵或多个分块子矩阵进行三角分解, 从而提高了暂态稳定性数值计算的效率。对两个算例系统的测试结果表明: 相对于经典的隐式梯形积分方法, 所提出的算法在计算效率上具有明显的优势。

关键词: 暂态稳定性; 线性多步法; 边界值方法; 向后差分公式; 广义向后差分公式

Fast power system transient stability simulations by generalized backward differentiation formulae

PAN Mingshuai¹, WANG Fangzong¹, SONG Dunwen², YANG Xuetao²

(1. College of Electrical Engineering & New Energy, China Three Gorges University, Yichang 443002, China;

2. China Electric Power Research Institute, Beijing 100192, China)

Abstract: In order to meet the requirements of real-time analysis of power system transient stability, the Generalized Backward Differentiation Formulae (GBDF), which is a kind of boundary value methods, is applied to the transient stability numerical calculation, and a new algorithm is proposed. The proposed algorithm uses GBDF to carry on the continuous time discretization to the differential equations, and then uses the Newton method to solve the whole nonlinear system of the discretized nonlinear equations. Based on the band structure characteristic of the global Jacobian matrix, a special matrix equation split-combination technique is used to avoid the triangular factorization of the global Jacobian matrix or multiple block sub-matrices, thus to improve the efficiency of numerical calculation of transient stability. The test results of two example systems show that the proposed algorithm has obvious advantages over the classical implicit trapezoidal rule in terms of computational efficiency.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51377098).

Key words: transient stability; linear multistep formulae; boundary value methods; backward differentiation formulae; generalized backward differentiation formulae

0 引言

暂态稳定性计算是电力系统分析计算领域中一个重要的研究课题^[1-4]。迄今为止, 研究人员已提出了多种电力系统暂态稳定性数值计算方法, 而且开发了多种商用化的电力系统暂态稳定性计算程序^[5-8]。

商用化的暂稳计算程序大多是采用隐式梯形积分方法, 具有很好的通用性及普适性, 已在电力系统分析计算领域得到了广泛应用。然而, 商用化的暂稳计算程序很难满足暂态稳定性在线实时分析计算的需求。

为满足在线实时分析计算的需求, 必须提高电力系统暂态稳定性数值计算的速度, 即计算效率。为此, 可供考虑的技术途径有并行计算技术、新的数值计算方法^[9-10]。本文主要是基于后一种技术途

径,即采用新的数值计算方法来提高电力系统暂态稳定性数值计算的效率。

从数学或数值计算的角度来看,电力系统暂态稳定性计算主要涉及微分初值问题的数值计算。有关微分初值问题的研究,成果极为丰富,其中具有重要影响和代表意义的数值积分方法有:线性多步法(Linear Multistep Formulae, LMF)^[11]、Runge-Kutta方法(RK methods)^[11]、微分求积法(Differential Quadrature Methods, DQM)^[12]、边界值方法(Boundary Value Methods, BVM)^[13-14],等等。

传统的 LMF 类方法存在稳定性及阶障碍,也就是所谓的 Dahlquist 障碍(Dahlquist barriers)^[15]。多级隐式 RK 方法具有良好的数值稳定性以及高阶的计算精度,但对一个 m 维的非线性微分初值问题, s 级的隐式 RK 方法在每一步的积分过程中需要求解 $s \times m$ 维非线性方程联立的方程组;当 m 很大时,其巨大的计算量让人难以接受。对高维非线性初值问题, DQM 方法也面临同样的问题。

边界值方法^[16]是 Brugnano 等学者为克服 LMF 类方法所存在的稳定性及阶障碍所提出的一系列新的方法。依据 Brugnano 等的思路, BVM 可以分为三类^[14]:广义 BDF 方法(Generalized Backward Differentiation Formulae, GBDF);广义 Adams 方法(Generalized Adams Methods, GAMs);扩展的梯形积分方法(Extended Trapezoidal Rules, ETRs)。概括起来, BVM 类方法在保持 LMF 类方法所具有的多级高阶的优点的同时,避免了高阶 LMF 方法所存在的稳定性问题,因而具有潜在的应用价值。

基于上述思路,本文将 GBDF 方法应用于电力系统暂态稳定性数值计算,提出了一种新的数值计算方法。所提方法的主要优点在于:基于多级 GBDF 方法的高阶特性,该方法可以采用更大的积分步长,由此可以减少数值积分的步数;基于整体雅可比矩阵所具有的特殊带状结构特征,采用适当的矩阵方程分裂技巧,避免了对高维的整体雅可比矩阵或多个分块子矩阵进行三角分解,因而提高了计算效率。理论分析及数值算例结果表明,本文所提出的数值计算方法相对于传统的、基于隐式梯形积分方法的暂态稳定性数值计算方法具有明显的优势。

1 广义 BDF 方法简介

以下述一阶常微分初值问题为例。

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) \equiv \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}), & 0 \leq t \leq T \\ \mathbf{x}(t=0) = \mathbf{x}_0 \end{cases} \quad (1)$$

基于均匀网格的 s 步或 s 级的 GBDF 方法可用公式(2)来描述^[13]。

$$h\mathbf{f}_n = \sum_{j=-v}^{s-v} \alpha_{j+v} \mathbf{x}_{n+j}, \quad s \geq 1; \quad n \in (v, N-s+v) \quad (2)$$

式中: N 为时间离散网格点数; α_i 、 $i \in (0, s)$ 的取值见文献^[12]。

$$\mathbf{f}_n \equiv \mathbf{f}(t_n), \quad h \equiv t_{n+1} - t_n \quad (3)$$

$$\mathbf{x}_{n+j} \equiv \mathbf{x}(t = t_n + j \times h) \quad (4)$$

$$v = \begin{cases} (s+2)/2, & s \text{ 为偶数} \\ (s+1)/2, & s \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (5)$$

当 $s=3$ 时,上述方法(2)的具体表达式为

$$h\mathbf{f}_n = \frac{1}{6} \mathbf{x}_{n-2} - \mathbf{x}_{n-1} + \frac{1}{2} \mathbf{x}_n + \frac{1}{3} \mathbf{x}_{n+1} \quad (6)$$

$$n \in (2, N-1)$$

当 $s=4$ 时,方法(2)的具体表达式为

$$h\mathbf{f}_n = -\frac{1}{12} \mathbf{x}_{n-3} + \frac{1}{2} \mathbf{x}_{n-2} - \frac{3}{2} \mathbf{x}_{n-1} + \frac{5}{6} \mathbf{x}_n + \frac{1}{4} \mathbf{x}_{n+1} \quad (7)$$

$$n \in (3, N-1)$$

s 级的 GBDF 方法(2)是 s 阶、 $0_{v,k-v}$ -稳定 ($0_{v,k-v}$ -stable)以及 $A_{v,k-v}$ -稳定 ($A_{v,k-v}$ -stable)^[13-14]的数值方法;如图 1 和图 2 所示,它也是传统意义上的 A-稳定、L-稳定的数值方法。

与传统的“逐步积分”求解过程不同,将 BVM 类方法应用于初值问题时,只能利用积分规则在多个时间点上连续进行离散,然后对离散后的方程进行整体求解。顾名思义,将边界值方法应用微分方程的数值计算时,还需结合相应的边界条件。

以 GBDF 方法(2)为例,若将该方法应用于方程(1)的数值求解,则需要已知 $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{v-1}$, 以及

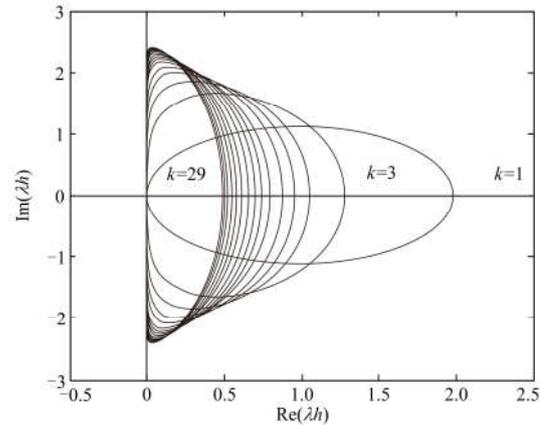


图 1 奇数步的 GBDF 方法的稳定区域

Fig. 1 Stability regions of GBDF (for odd s)

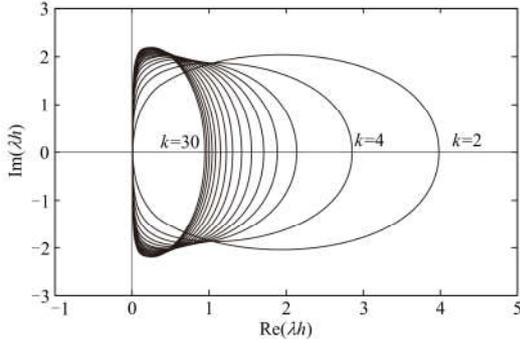


图2 偶数步的GBDF方法的稳定区域

Fig. 2 Stability regions of GBDF (for even s)

$\mathbf{x}_{N-s+1}, \dots, \mathbf{x}_N$ 等 s 个边界值。然而, 对于微分初值问题而言, 通常只有 \mathbf{x}_0 是已知的。因此, 将边界值方法应用于初值问题时, 必须将边界值方法与所谓的附加方法(Additional Methods)^[13-14]联合起来, 以便形成与待求点数 N 相匹配的 N 个方程。为此, Brugnano 等学者提出了附加方法的选择策略^[13], 具体可概括为: 附加方法与采用的边界值方法应相互独立, 但两者应具有相同的阶数。依据上述策略选择的附加方法, 将不会影响边界值方法作为主体方法的数值稳定性以及其计算精度。

很易理解: 对 GBDF 方法(2), 需要利用附加方法形成 $s-1$ 个附加方程。为此, 可以考虑选择 GBDF 方法的反射方法(reflected method)^[11]作为附加方法, 因为 GBDF 方法是非对称的数值方法, 其反射方法与原方法不同但具有相同的阶数。例如, 方法(6)的反射方法为

$$-hf_n = \frac{1}{6}x_{n+1} - x_n + \frac{1}{2}x_{n-1} + \frac{1}{3}x_{n-2} \quad (8)$$

此外, 还可以选用传统的、同阶的 BDF(Backward Differentiation Formulae)方法作为附加方法。

2 基于 GBDF 方法的暂态稳定性数值计算方法

以采用基于网络节点收缩的经典模型的电力系统暂态稳定性数值计算为例。在此情况下, 电力系统暂态稳定性计算的数学模型可用以下微分方程组来描述^[17]。

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i = \omega_i \\ M_i \dot{\omega}_i = P_{mi} - \sum_{j=1, j \neq i}^m (C_{ij} \sin \delta_{ij} + D_{ij} \cos \delta_{ij}) \end{cases} \quad (9)$$

式(9)中: $i \in (1, p)$, p 为发电机的数量; δ_i, ω_i 分别为发电机的功角与角频率; M_i 为发电机的惯性

时间常数; P_{mi} 为发电机的机械功率; C_{ij}, D_{ij} 均为常量。上述经典模型不含任何代数方程组, 是典型的常数微分初值问题, 模型比较简单, 通常用于分析计算电力系统遭受大扰动后发电机转子功角首次摇摆的稳定性^[17]。

定义:

$$\mathbf{x} \equiv [\delta_1 \ \dots \ \delta_p \ | \ \omega_1 \ \dots \ \omega_p]^T \quad (10)$$

$$g_i(\mathbf{x}) \equiv \left(P_{mi} - \sum_{j=1, j \neq i}^m (C_{ij} \sin \delta_{ij} + D_{ij} \cos \delta_{ij}) \right) / M_i \quad (11)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) \equiv [\omega_1 \ \dots \ \omega_p \ | \ g_1(\mathbf{x}) \ \dots \ g_p(\mathbf{x})]^T \quad (12)$$

则方程(9)可简记为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}); \ \mathbf{f}(\mathbf{x}), \ \mathbf{x} \in \mathbf{R}^{m \times 1}, \ m = 2p \quad (13)$$

不失一般性, 以四级的 GBDF 方法(7)为例。选取以下方法作为时域始端的附加方法。

$$hf_n = -\frac{1}{4}x_{n-1} - \frac{5}{6}x_n + \frac{3}{2}x_{n+1} - \frac{1}{2}x_{n+2} + \frac{1}{12}x_{n+3} \quad (14)$$

$$n \in (1, 2)$$

同时选取以下方法作为时域末端的附加方法。

$$hf_N = -\frac{1}{4}x_{N-4} - \frac{4}{3}x_{N-3} + 3x_{N-2} - 4x_{N-1} + \frac{25}{12}x_N \quad (15)$$

显然, 方法(14)是 GBDF 方法(7)的反射方法, 而方法(15)即是传统的 4 步 4 阶 BDF 方法。

定义:

$$\mathbf{X} \equiv [\mathbf{x}_i]^T, \ \mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^{m \times m}, \ i \in (1, N) \quad (16)$$

利用方法(14)、(7)及(15)对方程(13)进行连续的时域差分离散, 然后利用牛顿法对离散后的方程进行整体求解, 可得

$$\mathbf{J}_G \Delta \mathbf{X}^{(\eta)} = \nabla \mathbf{R}(\mathbf{X}^{(\eta)}) \quad (17)$$

式中: \mathbf{J}_G 为整体雅可比矩阵; 上标 η 表示牛顿迭代次数; $\nabla \mathbf{R}(\mathbf{X}^{(\eta)})$ 表示第 η 次迭代的牛顿残差向量。

$$\Delta \mathbf{X} \equiv [\Delta \mathbf{x}_i]^T, \ i \in (1, N) \quad (18)$$

$$\nabla \mathbf{R}(\mathbf{X}) \equiv [\nabla r_i(\mathbf{X})]^T, \ i \in (1, N) \quad (19)$$

$$\mathbf{J}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_{S2} \\ \mathbf{J}_{S1} & \mathbf{J}_L \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_F \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \frac{3}{2}\mathbf{I}_m & -\frac{1}{2}\mathbf{I}_m \\ -\frac{1}{4}\mathbf{I}_m & \mathbf{J}_2 & \frac{3}{2}\mathbf{I}_m \end{bmatrix} \quad (21)$$

若用“经典方法”积分 N 步, 则该方法总共需要对 $N \times k_i$ 个 m 维的矩阵 $\mathbf{H}_i (i \in (1, N))$ 进行三角分解, 这里的 k_i 即是“经典方法”在第 i 步的积分中所需的迭代次数; 若在每一步的积分求解中采用定雅可比牛顿法或 VDHN (Very Dishonest Newton Method), 则该方法总共需要对 N 个 m 维的矩阵 $\mathbf{H}_i \in (1, N)$ 进行三角分解。若采用本文所述的方法积分 N 步, 则总共需要对 η 个 $(s-1) \times m$ 维的矩阵进行三角分解, 这里的 η 即是该方法所需的迭代次数。因此, 从理论上讲, 若 $\eta \ll N$, 则本文所提出的计算方法在计算效率上将比“经典方法”具有优势。

首先选用 IEEE 145 节点系统^[18]作为算例系统 (简称算例 1)。该系统含 50 台发电机 ($p=50$; $m=100$)。暂态稳定性计算中, 故障设定在 7 号母线处发生三相短路, 经 0.1 s 后切除。利用该算例系统, 将本文所提出的方法与“经典方法”进行对比测试。对比测试中, 对两种方法设定相同的收敛精度, 即 $\|\nabla \mathbf{R}(\mathbf{X})\| \leq \varepsilon = 10^{-5}$, $\|\nabla \tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{x}_i)\| \leq \varepsilon = 10^{-5}$ 。为便于对计算精度进行对比分析, 利用中国电科院的 PSASP 程序同时采用 0.001 s 的小步长进行暂稳计算, 将所得的计算结果作为基准, 以此来跟踪、观察不同算法的计算误差曲线。

因为 20 号机组受三相短路冲击的影响最大, 所以图 3 给出的是利用“经典方法” ($h=0.02$ s)、4 级 4 阶 GBDF 方法 ($N=40$, $h=0.04$ s) 所计算出的 20 号发电机的功角摇摆曲线以及采用两种方法所得结果的差值对比, 其中 (采用严格牛顿法的) “经典方法”每一步的积分需迭代 2~3 次, 即 $k_i=2 \sim 3$, 4 级 4 阶 GBDF 方法需迭代 6 次, 即 $\eta=6$ 。图 4 为两种方法所得结果相对于基准结果的误差曲线 (故障切除后)。

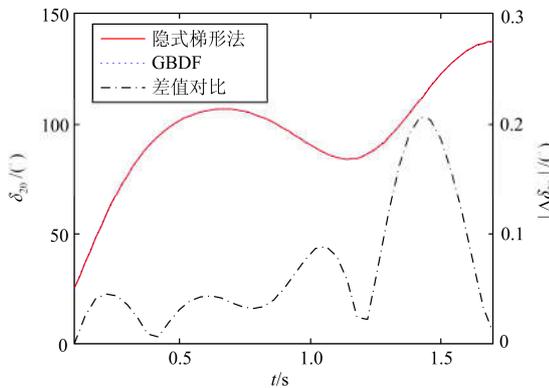


图 3 两种方法所得发电机功角摇摆及其差值曲线 (算例 1)
Fig. 3 Angle swing curves of generators calculated by two methods and their difference curves (case 1)

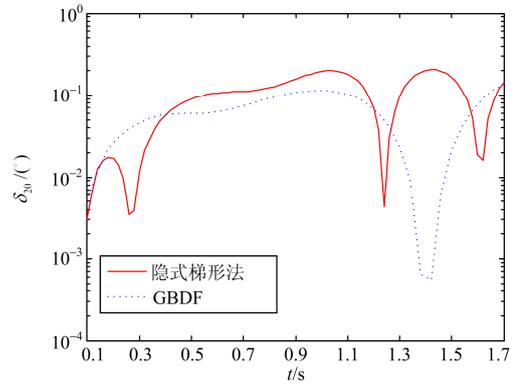


图 4 两种方法所得结果的误差曲线 (算例 1)
Fig. 4 Error trajectories of two methods (case 1)

从图 4 可以看出: 4 级 4 阶 GBDF 方法在采用较大步长的情况下, 其计算精度仍略优于采用较小步长的“经典方法”。

另选一个大规模电力系统作为算例系统 (简称算例 2)。该系统含有 327 台发电机 ($p=327$; $m=654$)、2383 个节点^[19]。暂态稳定性计算中, 故障设定在 171 号母线处发生三相短路, 经 0.1 s 后切除。设定如上所述的、相同的收敛精度, 将本文所提出的方法与“经典方法”进行对比测试。其中 65 号机组受到的影响最大, 图 5 是分别利用“经典方法” ($h=0.02$ s)、4 级 4 阶 GBDF 方法 ($N=40$, $h=0.04$ s) 所计算出的 65 号发电机功角摇摆曲线以及采用两种方法所得结果的差值对比, 其中 (采用严格牛顿法的) “经典方法”每一步的积分需迭代 2~3 次, 即 $k_i=2 \sim 3$, 4 级 4 阶 GBDF 方法需迭代 7 次, 即 $\eta=7$ 。图 6 为两种方法所得结果相对于基准结果的误差曲线 (故障切除后)。

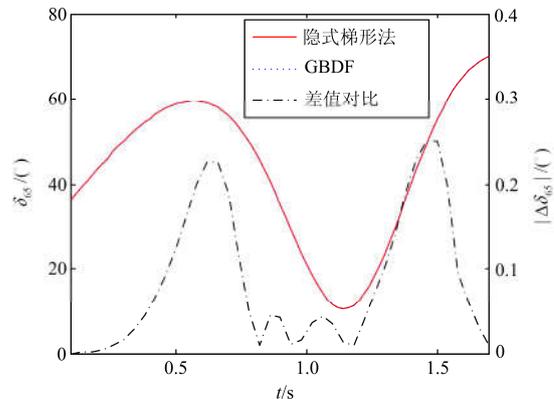


图 5 两种方法所得发电机功角摇摆及其差值曲线 (算例 2)
Fig. 5 Angle swing curves of generators calculated by two methods and their difference curves (case 2)

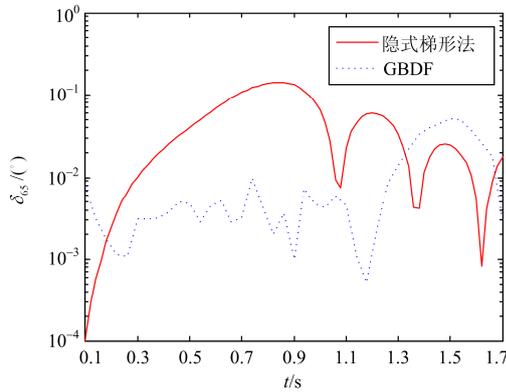


图 6 两种方法所得结果的误差曲线(算例 2)

Fig. 6 Error trajectories of two methods (case 2)

从图 6 可以看出：4 级 4 阶 GBDF 方法在采用较大步长的情况下，其计算精度仍不低于采用较小步长的“经典方法”。

表 1 是对两种不同方法的计算速度进行测试的结果。

表 1 两种不同方法的计算速度测试结果

Table 1 Test results of CPU-times of two methods

算例系统	经典方法/ms (VDHN)	经典方法/ms (严格牛顿法)	GBDF 方法/ms
算例 1	1078.42	1662.28	293.40
算例 2	7408.79	11 397.64	2137.44

从表 1 中可以看出：本文所提出的计算方法在计算效率上明显优于“经典方法”。

4 结论

作为一种边界值方法，GBDF 方法具有高阶、数值稳定性较好等优点。本文将 GBDF 方法应用于电力系统暂态稳定性数值计算，提出了一种新的暂态稳定性数值计算方法。理论分析以及初步的对比测试结果表明：本文提出的基于 GBDF 方法的暂态稳定性数值计算方法，在计算效率上比经典的、基于隐式梯形积分规则的暂态稳定性计算方法具有明显的优势。

本文虽然只采用基于网络节点收缩的经典模型，但仍然适用于保留网络结构的经典模型或详细模型。值得注意的是，在涉及代数—微分方程组的求解时，本文方法虽有优势但并不显著，这也是今后工作值得钻研和拓展的地方。

本文所提方法的主要创新点在于：利用 GBDF 方法的特点，采用适当的矩阵分解技巧，避免了对整体雅可比矩阵或多个分块子矩阵进行三角分解，

从而明显提高了暂态稳定性数值计算的效率。

参考文献

- [1] 邵雅宁, 唐飞, 刘涤尘, 等. 一种适用于 WAMS 量测数据的系统暂态功角稳定评估方法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(6): 33-39.
SHAO Yaning, TANG Fei, LIU Dichen, et al. An approach of transient angle stability assessment in power system for WAMS measured data[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(6): 33-39.
- [2] BO Zhiqian, LIN Xiangning, WANG Qingping, et al. Developments of power system protection and control[J]. Protection and Control of Modern Power Systems. 2016, 1(1): 1-8. DOI 10.1186/s41601-016-0012-2.
- [3] 徐泰山, 鲍颜红, 杨莹, 等. $N-2$ 组合故障集的暂态功角稳定在线快速评估[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(7): 122-126.
XU Taishan, BAO Yanhong, YANG Ying, et al. Online fast transient angle stability assessment of $N-2$ contingency set[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(7): 122-126.
- [4] 赵晋泉, 邓晖, 吴小辰, 等. 基于广域响应的电力系统暂态稳定控制技术评述[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(5): 1-9.
ZHAO Jinquan, DENG Hui, WU Xiaochen, et al. Review on power system transient stability control technologies based on PMU/WAMS[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(5): 1-9.
- [5] 吴孚辉, 郑艳蓉. 大型发电机转子护环稳态和瞬态温及应力分析[J]. 热力发电, 2016, 45(2): 64-67.
WU Fuhui, ZHENG Yanrong. Thermal and stress analysis of large capacity generator retainer in steady and transient state[J]. Thermal Power Generation, 2016, 45(2): 64-67.
- [6] 刘瑞阳, 薛云灿, 冯宝玥, 等. 光伏发电系统模糊分段步长算法最大功率点跟踪策略[J]. 热力发电, 2016, 45(5): 48-53.
LIU Ruiyang, XUE Yuncan, FENG Baoyue, et al. A new control strategy for MPPT in photovoltaic system based on fuzzy and variable step size algorithm[J]. Thermal Power Generation, 2016, 45(5): 48-53.
- [7] 高金辉, 张兰杰. 一种配电网 Zbus 潮流算法[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2016, 44(1): 42-45.
GAO Jinhui, ZHANG Lanjie. A power flow algorithm for

- disitribution network zbus[J]. Journal of Henan Normal University (Natural Science Edition), 2016, 44(1): 42-45.
- [8] 刘长欣, 夏丽莉. 场论中的离散积分理论研究[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2016, 44(2): 53-56, 65.
LIU Changxin, XIA Lili. Discrete integration theory in field theory[J]. Journal of Henan Normal University (Natural Science Eedition), 2016, 44(2): 53-56, 65.
- [9] 林济铿, 吴鹏, 章建新, 等. 基于 m 次重启的简化广义最小残差法的电力系统暂态稳定仿真[J]. 电网技术, 2011, 35(7): 96-100.
LIN Jikeng, WU Peng, ZHANG Jianxin, et al. Power system transient stability simulation based on simpler generalized minimal residual algorithm of m-times restart[J]. Power System Technology, 2011, 35(7): 96-100.
- [10] 徐英, 郭志忠. 多步高阶隐式泰勒级数法暂态稳定计算[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(23): 11-15, 20.
XU Ying, GUO Zhizhong. Transient stability calculation by implicit multi-step Taylor series method[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(23): 11-15, 20.
- [11] BUTCHER J C. Numerical methods for ordinary differential equations[M]. Second Edition. New York: John Wiley & Sons, 2008.
- [12] BELLMAN R, CASTI J. Differential quadrature and long-term integration[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1971, 34(2): 235-238.
- [13] BRUGNANO L, TRIGIANTE D. Solving differential problems by multistep initial and boundary value methods[M]. Amsterdam: Gordon and Breach, 1998.
- [14] BRUGNANO L, TRIGIANTE D. Boundary value methods: the third way between linear multistep and Runge-Kutta methods[J]. Computers & Mathematics with Applications, 1998, 36(10): 269-284.
- [15] DAHLQUIST G. Convergence and stability in the numerical integration of ordinary differential equations[J]. Journal of Mathematica Scandinavica, 1956, 4(4): 33-53.
- [16] BRUGNANO L, TRIGIANTE D. Convergence and stability of boundary value methods for ordinary differential equations[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 1996, 66(1): 97-109.
- [17] 汪芳宗. 大规模电力系统暂态稳定性数值计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
- [18] MILANO F. An open source power system analysis toolbox[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(3): 1199-1206.
- [19] ZIMMERMAN R D, MUEILLO S X. MATPOWER: steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(1): 12-19.

收稿日期: 2016-12-10; 修回日期: 2017-04-11

作者简介:

潘明帅(1990—), 男, 硕士研究生, 主要从事电力系统暂态稳定性分析与计算方面的工作; E-mail: panmingshuai@foxmail.com

汪芳宗(1966—), 男, 博士, 教授, 主要从事电力系统自动化、新能源微电网等领域的研究工作。

(编辑 姜新丽)