

DOI: 10.7667/PSPC161060

# 基于一类新的预估—校正策略的电力系统 暂态稳定快速仿真算法

刘书君<sup>1</sup>, 杨虎<sup>2</sup>, 安学利<sup>3</sup>

(1. 黔西南民族职业技术学院水电系, 贵州 兴义 562400; 2. 中国南方电网调峰调频发电公司天生桥水力发电总厂, 贵州 兴义 562400; 3. 中国水利水电科学研究院, 北京 100038)

**摘要:** 针对 GPU 特别适合于矢量并行计算这一特点, 提出了一类新的基于预估—校正策略的暂态稳定快速仿真方法。该方法首先采用 Taylor 级数法预估状态变量值, 然后利用基于 Padé 对角逼近的隐式高阶数值积分方法对预估值进行校正。该方法集合了显式 Taylor 级数法与隐式高阶积分方法两者的优点, 具有计算快速、精度高、数值稳定性较好、适合于矢量并行计算等优点。以 IEEE145 节点系统为例, 对所提出的方法进行了分析测试。结果表明, 该方法在增加很少计算量的前提下比单纯的 Taylor 级数法具有更高的计算精度, 相对于 CPU 计算, 在 GPU 上可以获得 10 倍以上的加速比。

**关键词:** 暂态稳定; GPU 计算; Taylor 级数法; Padé 逼近; 预估—校正策略

## Fast simulation algorithm for power system transient stability based on a new predictor-corrector strategy

LIU Shujun<sup>1</sup>, YANG Hu<sup>2</sup>, AN Xueli<sup>3</sup>

(1. Southwest Guizhou Vocational & Technical College for Nationalities, Xingyi 562400, China; 2. China Southern Power Grid Power Generation Company Tianshengqiao Hydropower Station, Xingyi 562400, China; 3. China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, China)

**Abstract:** Taking the characteristic that GPU is particularly suitable for vector parallel computing into consideration, this paper presents a kind of fast calculation methods for transient stability which are based on the predictor-corrector strategy. The proposed method uses the Taylor series method to obtain an approximate value at first, then the approximate value is corrected by the implicit high-order finite difference scheme which is based on the diagonal Padé approximation. This method combines the advantages of the Taylor series method and implicit high order integral method, such as high calculation speed, high precision, good stability and so on. What's more, it is suitable for vector parallel computing. The proposed algorithm has been tested on the IEEE145 nodes system. The simulation results show that the calculation accuracy of the new method is higher than the Taylor series method as it almost does not increase the amount of calculation. And compared with the CPU calculation, the new method can obtain more the 10 times speedup when it runs on the GPU.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51309258).

**Key words:** transient stability; GPU computing; Taylor series method; Padé approximation; predictor-corrector strategy

## 0 引言

随着全国电网互联格局的逐步形成, 大量电力电子设备接入新能源系统, 大电网的稳定性问题无

疑变得越来复杂, 迫切需要对电网的暂态过程进行快速仿真计算<sup>[1-3]</sup>。数值积分方法是电力系统暂态稳定仿真计算最常用的方法, 可以大体分为隐式联立求解方法和显式分离求解方法两类<sup>[4]</sup>。隐式方法最为常见的是隐式梯形积分法, 其优点是数值稳定性好, 计算结果精确, 可采用较大步长, 但在每一步

的积分过程中需要求解雅克比矩阵, 计算量很大。显式方法包含 4 阶龙格-库塔方法, 精细时程积分法以及快速高阶 Taylor 级数法<sup>[5]</sup>等, 显式方法具有计算速度快特点, 但是其数值稳定性相比较而言较弱。

早在 20 世纪 90 年代, 外国学者 Ernst Hairer 就已经发现了在微分方程中变量的高阶导数具有递推的关系<sup>[6]</sup>。近年来, 广大学者们研究了高阶 Taylor 级数法<sup>[7-16]</sup>。国内对高阶 Taylor 级数法在电力系统暂态稳定仿真计算中的应用始于夏道止教授。夏道止教授在文献[7]中将高阶 Taylor 级数法应用于暂态稳定快速仿真计算。文献[8]将高阶 Taylor 级数法与能量函数法相结合进行暂态稳定性分析计算和同调群识别。文献[9]为改进传统单机等效法在电力系统暂态稳定分析中的精度, 提出了用 Taylor 级数表示单机等效模型的方法。随着 Taylor 级数法在电力系统暂态稳定仿真计算中的应用逐步发展, 郭志忠教授在文献[5]中提出了快速高阶 Taylor 级数暂态稳定计算方法, 其给出了求取高阶导数的递推公式, 使计算机介入高阶导数求取成为可能, 为高阶 Taylor 级数法在暂态稳定性计算中的实用化迈出了坚实的一步。文献[10]系统地研究了发电机功率与转角的时间导数问题, 提出了  $Y(t) = A(t)X(t)$  型方程关于单变量  $t$  的二项式导数递推公式, 文中给出了电力系统暂态稳定性计算中各种导数的递推公式, 并且在每一步的积分过程中, 求取高阶导数时, 系数矩阵能够保持不变, 极大地节省了计算时间。然而, Taylor 级数法也有着显式方法所共有的缺点, 稳定性较弱。

本文将传统的高阶 Taylor 级数法<sup>[5,10]</sup>与基于指数函数  $\exp(x)$  的  $(s, s)$ -Padé 对角逼近差分格式相结合, 使用预估-校正的数学思想, 导出了一类新的电力系统暂态稳定性计算方法。算法的基本思路是先利用  $s$  阶 Taylor 级数法对状态变量进行预估, 然后利用指数函数  $\exp(x)$  的  $(s, s)$ -Padé 对角逼近差分格式对预估值进行校正。该算法在基本不增加计算量的前提下, 提高了传统 Taylor 级数法的精度, 并且保留了 Taylor 级数法计算速度快, 在每步积分过程中求取高阶导数系数矩阵保持不变等优点。由于指数函数  $\exp(x)$  的  $(s, s)$ -Padé 对角逼近差分格式是一种隐式方法, 其具有  $2s$  阶精度, 而且是 A-稳定的, 因此本文算法也改进了传统 Taylor 级数法的稳定性。考虑到暂态计算中各种导数的求取都能用矢量表示, 相对于 CPU(Central Processing Unit)计算, 将本文算法在 GPU(Graphics Processing Unit)上运行, 能够获得更快的计算速度, 最终的测试结果验证了算法的有效性。

## 1 基于 Padé 对角逼近的高阶差分格式

在微分方程数值计算中, 指数函数  $\exp(x)$  的 Padé 逼近具有非常重要的意义。Padé 逼近是一种有理函数逼近, 它克服了用多项式逼近三角函数效果不理想, 而用幂级数逼近函数的收敛性太差等缺点。依据指数函数的 Padé 对角逼近, 可以构造出多种高阶差分格式, 并且这样构造出来的差分格式都具有 A-稳定性<sup>[16]</sup>。

指数函数  $\exp(x)$  的 Padé 逼近可以用以下方程描述。

$$e^x - c_{mn}(x)/d_{mn}(x) = O(x^{m+n+1}) \quad (1)$$

式中:

$$c_{mn}(x) = \sum_{k=0}^m \frac{(n+m-k)!m!}{(n+m)!k!(m-k)!} x^k \quad (2)$$

$$d_{mn}(x) = \sum_{k=0}^m \frac{(n+m-k)!n!}{(n+m)!k!(n-k)!} (-x)^k \quad (3)$$

方程(1)称为指数函数  $\exp(x)$  的  $(m, n)$ -Padé 逼近。当  $m=n$  时, 通常称为  $m$  级的 Padé 对角逼近。

利用  $\exp(x)$  的 Padé 对角逼近, 可以推导出一系列的隐式差分格式, 下面给出利用  $\exp(x)$  的 Padé 对角逼近导出的几种差分格式<sup>[17]</sup>。

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2}h[f(x_n) + f(x_{n+1})] \quad (4)$$

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2}h[f(x_n) + f(x_{n+1})] - \frac{h^2}{12}[f^{(1)}(x_{n+1}) - f^{(1)}(x_n)] \quad (5)$$

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2}h[f(x_n) + f(x_{n+1})] - \frac{h^2}{10}[f^{(1)}(x_{n+1}) - f^{(1)}(x_n)] + \frac{h^3}{120}[f^{(2)}(x_{n+1}) + f^{(2)}(x_n)] \quad (6)$$

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2}h[f(x_n) + f(x_{n+1})] - \frac{3h^2}{28}[f^{(1)}(x_{n+1}) - f^{(1)}(x_n)] + \frac{h^3}{84}[f^{(2)}(x_{n+1}) + f^{(2)}(x_n)] - \frac{h^4}{1680}[f^{(3)}(x_{n+1}) - f^{(3)}(x_n)] \quad (7)$$

基于  $\exp(x)$  的 Padé 对角逼近差分格式具有  $2s$  阶的精度, 并且是 A-稳定的, 当采用隐式联立求解法利用这类差分格式进行数值计算时, 会有精度高、

稳定性好等优点, 缺点就是因为算法涉及到高阶导数, 因此求解雅克比矩阵极其复杂, 计算量巨大。

## 2 新的预估—校正数值计算策略

电力系统暂态稳定仿真计算可用以下通用模型。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{x}$  为状态变量,  $\mathbf{x} \in R^{m \times 1}$ ;  $\mathbf{V}$  为辅助变量, 一般是网络节点电压,  $\mathbf{V} \in R^{2n \times 1}$  ( $n$  为网络节点数)。

为了叙述方便, 下面以 2 阶 Taylor 级数法预估, 再利用  $\exp(x)$  的 (2, 2)-Padé 逼近差分格式进行校正为例, 给出新的暂态稳定仿真计算方法的详细推导过程。

状态变量  $\mathbf{x}$  的 2 阶 Taylor 展开可以表示为

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + h\mathbf{f}(\mathbf{x}_n, \mathbf{V}_n) + h^2 \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{x}_n, \mathbf{V}_n)/2 \quad (9)$$

式中:  $h$  表示步长; 状态变量  $\mathbf{x}$  的二阶导数可以写为式(10)。

$$\mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{x}_n, \mathbf{V}_n) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_n, \mathbf{V}_n)}{\partial \mathbf{x}_n} \dot{\mathbf{x}}_n + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_n, \mathbf{V}_n)}{\partial \mathbf{V}_n} \dot{\mathbf{V}}_n \quad (10)$$

辅助变量电压  $\mathbf{V}$  的 1 阶导数可以根据文献[10]中给出的  $p$  阶导数递推公式求得, 即

$$\mathbf{Y}\mathbf{V}^{(p)} = \mathbf{I}^{N(p)}(\mathbf{x}) - \sum_{j=0}^{p-1} C_p^j \mathbf{D}^{(p-j)}(\mathbf{x})\mathbf{V}^{(j)} \quad (11)$$

化简可得

$$(\mathbf{Y} + \mathbf{D}(\mathbf{x}))\mathbf{V}^{(p)} = \mathbf{J}^{(p)}(\mathbf{x}) \quad (12)$$

式中

$$\mathbf{J}^{(p)}(\mathbf{x}) = \mathbf{I}^{N(p)}(\mathbf{x}) - \sum_{j=0}^{p-1} C_p^j \mathbf{D}^{(p-j)}(\mathbf{x})\mathbf{V}^{(j)} \quad (13)$$

$$C_p^j = \frac{p!}{(p-j)!j!} \quad (14)$$

其中:  $\mathbf{Y}$  为节点导纳矩阵;  $\mathbf{I}^N$  为二阶向量  $\mathbf{I}_i^N = [\mathbf{I}_{xi}^N \ \mathbf{I}_{yi}^N]^T$  组成的发电机定子 Norton 电流向量;  $\mathbf{D}(\mathbf{x})$  为二阶子矩阵组成的与发电机转角相关的对角块矩阵。

如图 1 所示, 给出以 2 阶 Taylor 展开预估, 再利用  $\exp(x)$  的 (2, 2)-Padé 逼近差分格式进行校正的暂态稳定仿真框图。

对于精度更高的预估—校正暂态稳定快速仿真方法, 相应地增加 Taylor 级数展开的阶数以及 Padé 逼近差分格式的阶数, 高阶的暂态稳定快速仿真方法的求解过程与以上计算框图基本相同。显然, 在保证计算精度的前提下, 可以适当加大积分步长,

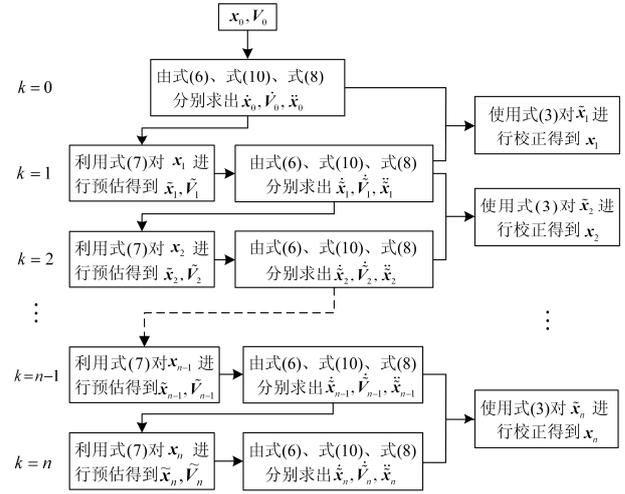


图 1 基于 2 阶 Taylor 展开预估以及 (2,2)-Padé 逼近校正的暂态稳定仿真框图

Fig. 1 Block diagram of transient stability simulation which is based on the predictor of 2-order Taylor series and the corrector of (2,2)-Padé approximation

减少积分步数来提高计算效率。至此, 本文导出了一类使用  $s$  阶 Taylor 级数法进行预估, 再利用指数函数  $\exp(x)$  的 Padé 对角逼近差分格式进行校正的电力系统暂态稳定快速仿真方法。

本文提出的新算法是对传统的高阶 Taylor 级数展开算法的改进, 其继承了 Taylor 级数法计算速度较快, 在每步积分过程中求取高阶导数系数矩阵保持不变等优点, 并且巧妙地避开了使用 Padé 对角逼近差分格式需要求解雅克比矩阵的弊端。就稳定性而言, 由于严格的指数函数  $\exp(x)$  的 Padé 对角逼近差分格式是一类隐式、A-稳定、并且具有  $2s$  阶精度的积分方法, 所以当用到指数函数  $\exp(x)$  的 Padé 对角逼近差分格式对使用  $s$  阶 Taylor 级数法所预估的结果进行校正时, 必然会提高算法的稳定性。

## 3 算例测试结果及分析

### 3.1 算法精度的测试结果

本文首先对所提新的暂态稳定仿真算法的计算精度进行测试。并且将计算的结果与传统的快速高阶 Taylor 级数法进行对比。

算例采用 IEEE145 节点系统, 该测试系统含有 50 台发电机。在暂态稳定仿真计算中, 发电机采用通用模型, 故障一设定在 7 号母线发生三相短路故障, 故障二设定在 7 号母线发生单相短路故障, 这两种故障均经 0.1 s 切除, 整个仿真过程时间为 2 s。以隐式梯形积分法(使用中国电力科学研究院开发的电力系统分析综合程序)步长取 0.001 s 时计算的

相对功角误差值为基准值(由于积分步长很小, 所以算得结果接近精确值), 跟踪观察在两类不同故障类型下 104 号母线与 105 号母线上发电机的相对功角误差曲线。

图 2 中为步长取  $h=0.02$  s 时, 利用 2 阶 Taylor 级数法预估再用  $\exp(x)$  的 (2, 2)-Padé 对角逼近差分格式进行校正的暂态稳定性计算方法与传统的 2 阶 Taylor 级数法的相对功角误差曲线对比图。

图 3 中为步长取  $h=0.05$  s 时, 利用 3 阶 Taylor 级数法预估再用  $\exp(x)$  的 (3, 3)-Padé 对角逼近差分格式进行校正的暂态稳定性计算方法与传统的 3 阶 Taylor 级数法的相对功角误差曲线对比图。

图 4 中为步长取  $h=0.05$  s 时, 利用 4 阶 Taylor 级数法预估再用  $\exp(x)$  的 (4, 4)-Padé 对角逼近差分格式进行校正的暂态稳定性计算方法与传统的 3 阶 Taylor 级数法的相对功角误差曲线对比图。

从图 2、图 3 中可以看出: 传统的 Taylor 级数法的最大相对功角误差是本文算法的 2~4 倍左右; 且发生单相故障时, 两类算法的最大相对功角误差较发生三相故障时有所减小, 总而言之, 本文所提出新的预估校正算法较传统的 Taylor 级数法具有更高的精度。

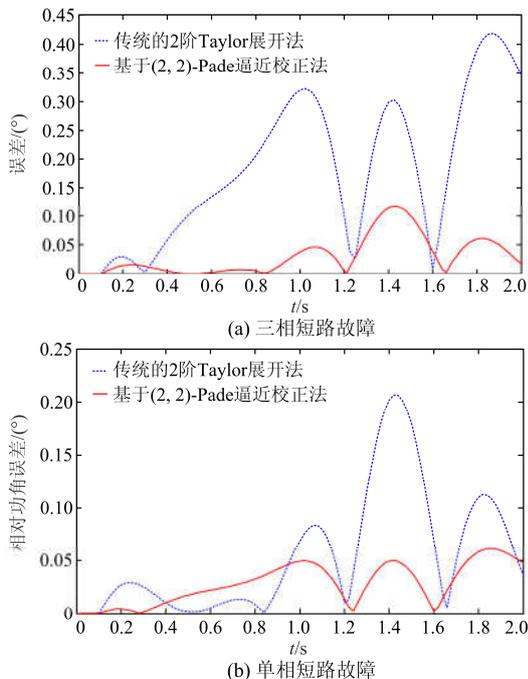


图 2 基于(2,2)-Padé 逼近校正法与传统的 2 阶 Taylor 级数法的误差曲线对比图

Fig. 2 Error curve comparison chart of the correction method based on (2,2)-Padé approximation and the traditional 2-order Taylor expansion method

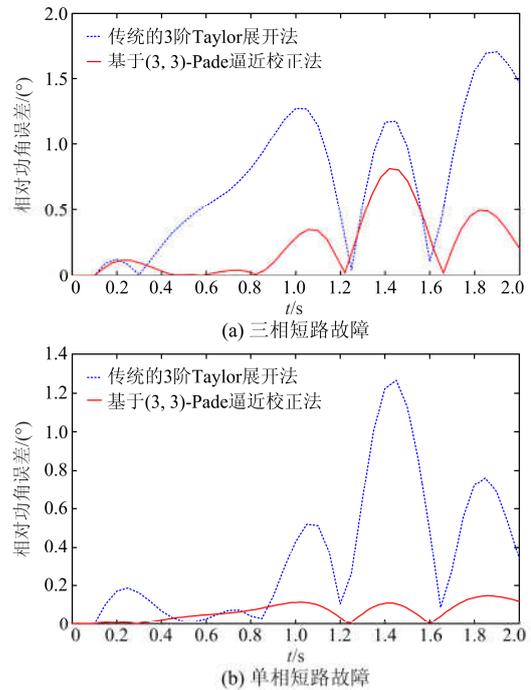


图 3 基于(3,3)-Padé 逼近校正法与传统的 3 阶 Taylor 级数法的误差曲线对比图

Fig. 3 Error curve comparison chart of the correction method based on (3,3)-Padé approximation and the traditional 3-order Taylor expansion method

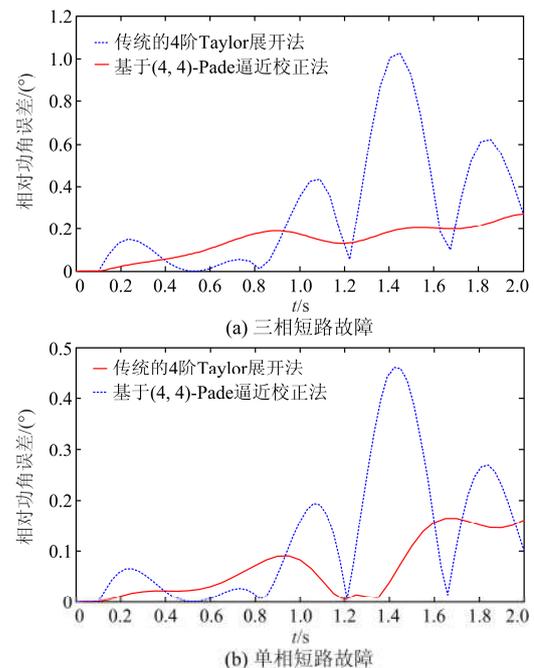


图 4 基于(4,4)-Padé 逼近校正法与传统的 4 阶 Taylor 级数法的误差曲线对比图

Fig. 4 Error curve comparison chart of the correction method based on (4,4)-Padé approximation and the traditional 4-order Taylor expansion method

进一步, 本文对比了两类算法计算速度, 如表 1 所示。本文算法较传统的 Taylor 展开法基本没有增加太多的计算时间, 这是因为 Taylor 级数的预估过程中存在网络方程的求解和状态变量的高阶导数求取, 在利用  $\exp(x)$  的 Padé 对角逼近格式校正过程无需重新计算这些参数和对网络方程稀疏三角分解, 仅需将其带入校正格式即可, 从而减少了计算量。

表 1 两类算法的计算速度  
Table 1 Computation time of the two methods

| 级数 $s$ | 步长 $h/s$ | 传统 Taylor 展开法/ ms | 本文算法/ ms |
|--------|----------|-------------------|----------|
| 2      | 0.02     | 653.7             | 689.3    |
| 3      | 0.05     | 306.8             | 322.6    |
| 4      | 0.05     | 375.4             | 384.5    |

### 3.2 基于 GPU 并行计算效率对比

从本文所提出的新的预估—校正算法的计算公式可以看出: 该算法主要涉及矢量计算, 这比较适合单指令流多数据流(Single Instruction Multiple Data, SIMD)处理器—GPU。

近年来, GPU 计算技术已成为国际上高性能计算研究中的一个热点<sup>[18]</sup>, 它具有体积小、功耗小、成本低、计算效率高等优点。GPU 与 CPU 之间的区别在于 GPU 由数以千计的更小、更高效的核心(专为同时处理多重任务而设计组成)组成, 而 CPU 则由专为顺序串行处理而优化的几个核心组成。已有相关文献将 GPU 应用于加速电力系统的分析与计算, 文献[19]将 GPU 应用于电力系统潮流并行计算; 文献[20]将 GPU 应用于电力系统暂态稳定并行仿真。

为了对本文算法进行实际测试, 将单一的 GPU 卡(型号为 NVIDIA GTX 480)插入 CPU 计算机中的 PCIe 插槽, 构建了一个简易的 GPU 计算机。所用的 CPU 型号为 Intel Core i3 550, 其主频为 3.20 GHz。表 2 为分别在 CPU 计算模式和 GPU 计算模式两种情况下, 对所提出的算法的计算速度进行对比测试的结果。其中,  $\beta$  是本文算法在 GPU 模式下相对于 CPU 模式下所获得的加速比。

表 2 新算法在不同计算模式下的计算速度

Table 2 Computation time required for the proposed algorithm in different programming models

| 级数 $s$ | 步长 $h/s$ | CPU 模式/ ms | GPU 模式/ ms | $\beta$ |
|--------|----------|------------|------------|---------|
| 2      | 0.02     | 689.3      | 69.9       | 9.86    |
| 3      | 0.05     | 322.6      | 30.7       | 10.5    |
| 4      | 0.05     | 384.5      | 34.3       | 11.2    |

从表 2 中可以看出: 相对于 CPU 计算模式, 本

文算法在 GPU 计算模式下有更快的计算速度; 随着级数的增加, 本文算法在 GPU 计算模式下相对于纯粹的 CPU 计算模式所获得的加速比越大。

## 4 结论

1) 本文算法在基本没有增加计算量的前提下, 提高了传统 Taylor 展开法的计算精度。

2) 算法保留了 Taylor 级数法计算速度快, 在每一步积分过程中求取高阶导数系数矩阵保持不变等优点。避开了使用 Padé 对角逼近差分格式需要求解雅克比矩阵的弊端。

3) 由于严格的指数函数  $\exp(x)$  的 Padé 对角逼近差分格式是一种隐式、A-稳定并且具有  $2s$  阶精度的差分格式, 所以本文算法相比于传统的高阶 Taylor 级数展开法, 在稳定性方面得到了很大的提高。

4) 本文算法大多为矢量计算, 将其在 GPU 计算模式下运行, 相比于纯粹的 CPU 计算模式, 获得了良好的加速比。

## 参考文献

- [1] BO Z Q, LIN X N, WANG Q P, et al. Developments of power system protection and control[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2016, 1:8pp. DOI 10.1186/s41601-016-0012-2
- [2] 李生福, 张爱玲, 李少华, 等. “风火打捆”交直流外送系统的暂态稳定控制研究[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(1): 108-114. LI Shengfu, ZHANG Ailing, LI Shaohua, et al. Study on transient stability control for wind-thermal-bundled power transmitted by AC/DC system[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(1): 108-114.
- [3] 陈磊, 刘永奇, 戴远航, 等. 电力电子接口新能源并网的暂态电压稳定机理研究[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(9): 15-21. CHEN Lei, LIU Yongqi, DAI Yuanhang, et al. Study on the mechanism of transient voltage stability of new energy source with power electronic interface[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(9): 15-21.
- [4] 周孝信, 田芳, 李亚楼, 等. 电力系统并行计算与数字仿真[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
- [5] 郭志忠, 柳焯. 快速高阶 Taylor 级数法暂态稳定计算[J]. 中国电机工程学报, 1991, 11(3): 8-16. GUO Zhizhong, LIU Zhuo. Fast transient stability simulation by higher order Taylor series expansions[J]. Proceedings of the CSEE, 1991, 11(3): 8-16.
- [6] HAIRER E, NØRSETT S P, WANNER G. Solving ordinary differential equations I: nonstiff problems[M].

- Berlin: Springer-Verlag 1993.
- [7] 杜正春, 甘德强, 刘玉田, 等. 电力系统在线动态安全评价的一种快速数值积分方法[J]. 中国电机工程学报, 1996, 16(1): 29-32.  
DU Zhengchun, GAN Deqiang, LIU Yutian, et al. A fast numerical integration method for power system on-line dynamic security assessment[J]. Proceedings of the CSEE, 1996, 16(1): 29-32.
- [8] XIA Daozhi. On-line transient evaluation by system decomposition aggregation and high order derivatives[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1983, 102(7): 2038-2046.
- [9] 房大中, 张尧, 宋文南, 等. 泰勒级数在电力系统暂态稳定性分析中的应用[J]. 天津大学学报, 1998, 31(6): 772-777.  
FANG Dazhong, ZHANG Yao, SONG Wennan, et al. Taylor series method's application in transient stability analysis in power system[J]. Journal of Tianjin University, 1998, 31(6): 772-777.
- [10] 郭志忠. 发电机功角的二项式导数递推规律[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(16): 147-152.  
GUO Zhizhong. The binomial derivative recursion laws of generator's power and angle[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(16): 147-152.
- [11] 毛安家, 郭志忠, 张学松. 一种基于广域测量系统过程量测数据的快速暂态稳定预估方法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(17): 38-43.  
MAO Anjia, GUO Zhizhong, ZHANG Xuesong. A fast transient stability predicting method based on the WAMS process measurement data[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(17): 38-43.
- [12] 徐英, 白雪峰, 郭志忠. 采用动态多维阶数控制的暂态稳定计算方法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(19): 81-85.  
XU Ying, BAI Xuefeng, GUO Zhizhong. Transient stability calculation method using dynamic multi-dimension order control[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(19): 81-85.
- [13] 徐英, 郭志忠. 多步高阶隐式泰勒级数法暂态稳定计算[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(23): 11-15.  
XU Ying, GUO Zhizhong. Transient stability calculation by implicit multi-step Taylor series method[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(23): 11-15.
- [14] 夏世威, 郭志忠, 陈士麟, 等. 变阶多步 Taylor 级数法暂态稳定并行计算[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(22): 25-31.  
XIA Shiwei, GUO Zhizhong, CHEN Shilin, et al. Parallel transient stability calculation by multi-step dynamic-order Taylor method[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(22): 25-31.
- [15] 郑焕坤, 常鲜戎, 王正辉. 高精度 A 稳定隐式调谐 Taylor 级数法在电力系统中的应用[J]. 电工技术学报, 2012, 27(1): 217-223.  
ZHENG Huankun, CHANG Xianrong, WANG Zhenghui. Application of high precision and A-stability implicit tuned Taylor series method in power system[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2012, 27(1): 217-223.
- [16] 刘斯伟, 李庚银, 周明. 双馈风电机组对接入区域系统暂态功角稳定性的影响分析[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(6): 56-61.  
LIU Siwei, LI Gengyin, ZHOU Ming. Impact analysis of doubly-fed induction generator on the transient angle stability of the region with wind power integrated[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(6): 56-61.
- [17] BUTCHER J C. The numerical analysis of ordinary differential equations[M]. Jone Wiley & Sons Ltd., 1987.
- [18] OWENS J D, HOUSTON M, LUEBKE D, et al. GPU computing[J]. Proceedings of IEEE, 2008, 96(5): 879-899.
- [19] 夏俊峰, 杨帆, 李静, 等. 基于 GPU 的电力系统并行潮流计算的实现[J]. 电力系统保护与控制, 2010, 38(18): 100-103.  
XIA Junfeng, YANG Fan, LI Jing, et al. Implementation of parallel power flow calculation based on GPU[J]. Power System Protection and Control, 2010, 38(18): 100-103.
- [20] VAHID J M, VENKATA D. SIMD-based large-scale transient stability simulation on the graphics processing unit[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(3): 1589-1599.

收稿日期: 2016-07-12; 修回日期: 2016-11-18

作者简介:

刘书君(1981—), 女, 硕士, 研究方向为电力系统稳定性分析与控制应用; E-mail: 2004\_lsj@sina.com

杨虎(1984—), 男, 通信作者, 硕士, 工程师, 研究方向为机组状态智能监测及自动发电控制。E-mail: 76207611@qq.com

(编辑 葛艳娜)