

# 基于稀疏表示的 TQWT 在低频振荡信号去噪中应用

高倩, 陈晓英, 孙丽颖

(辽宁工业大学电气工程学院, 辽宁 锦州 121001)

**摘要:** 为了改善低频振荡信号的去噪效果, 为低频振荡信号的检测与分析提供准确可靠的数据, 在分析可调  $Q$  小波变换和稀疏表示原理的基础上, 给出了一种基于稀疏表示的可调  $Q$  小波变换去噪方法。该方法先利用可调  $Q$  小波变换对含噪的低频振荡信号进行稀疏分解, 得到初始的小波系数。再利用基追踪去噪算法对得到的小波系数进行优化处理。最后对优化的小波系数进行重构, 获取干净无噪的低频振荡信号。通过仿真分析验证了该方法的去噪效果和可靠性优于目前广泛使用的小波软、硬阈值去噪法。

**关键词:** 可调  $Q$  小波变换; 稀疏表示; 低频振荡信号; 去噪

## Low frequency oscillating signals denoising based on TQWT via sparse representation

GAO Qian, CHEN Xiaoying, SUN Liying

(College of Electric Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China)

**Abstract:** In order to improve the denoising effect of low frequency oscillation signals and provide the accurate and reliable data for detection and analysis of low frequency oscillation signals, the denoising method based on tunable  $Q$ -factor wavelet transform via sparse representation is given on the analysis of tunable  $Q$ -factor wavelet transform and sparse representation theories. Firstly, the tunable  $Q$ -factor wavelet transform is adopted to perform the signal sparse decomposition for the noisy low frequency oscillation signals, and the initial wavelet coefficients are obtained; secondly, the BP denoising algorithm is used to optimize the obtained wavelet coefficients; lastly, the optimized wavelet coefficients are reconstructed, then the low frequency oscillation signal without noisy is obtained. After the computer simulation, the result demonstrates that this method is superior to the current widely used wavelet soft-threshold and hard-threshold in denoising effect and reliability.

**Key words:** tunable  $Q$ -factor wavelet transform; sparse representation; low frequency oscillation signals; denoising

## 0 引言

由于互联电力系统的飞速发展和电力市场的引入, 致使电力系统的规模不断壮大, 运行也趋于饱和, 由此引发的低频振荡不仅威胁着电网的安全稳定运行而且还制约着电网传输能力的提高<sup>[1]</sup>。低频振荡容易破坏电力系统的设备, 引起联络线过流跳闸, 轻则造成局部电网解列, 重则将诱发连锁事故导致电网瓦解, 甚至发生大面积停电, 严重破坏了电力系统的稳定性与安全性。近年来, 国内外发生了多次由低频振荡引发的电力故障, 对人民的生产和国民经济的发展造成了严重的损失。因此, 能够有效地检测和分析低频振荡信号对提高电力系统的

稳定性具有重大意义。但实际信号中除了有用的低频振荡信号外, 还包含大量的噪声信号, 而噪声的存在往往破坏了对低频振荡信号的有效表征, 为后续信号检测和分析带来极大的负面影响。只有有效地滤除噪声信号, 才能为低频振荡信号的分析提供准确可靠的信息, 所以在检测和分析低频振荡信号前对其进行去噪处理显得尤为重要。

目前低频振荡信号采用的去噪方法主要有卡尔曼滤波去噪、低通滤波器去噪、模糊滤波去噪、经验模态分解去噪和小波阈值去噪<sup>[2-3]</sup>。这些方法虽然可以去除信号中的噪声, 但各自都存在一定的弊端。卡尔曼滤波要求系统模型精确, 而实际输入信号多为非平稳信号, 实际中很难满足; 使用低通滤波器进行去噪时, 很难准确地确定滤波器的参数和所需的系统模型; 模糊滤波去噪的缺点是模糊系统欠缺

自学习、自组织和自适应能力；经验模态分解去噪的缺陷是存在端点效应和模态混叠问题。小波阈值去噪法具有容易实现、计算量小、去噪效果好的特点，近年来得到广泛应用<sup>[4]</sup>。但阈值和小波基的选取没有确定的方法，而且传统的软、硬阈值函数都存在一定的缺陷，硬阈值函数由于其不连续性容易引起伪吉布斯现象而导致波形失真；软阈值函数的连续性比较好，但其对原始信号的高频信息的保留效果不太理想，往往造成信息的丢失，这就使得重构后的信号与原始信号相比会有一定程度的失真与变形。

针对上述问题，本文给出了一种基于稀疏表示的可调品质因子小波变换(TQWT)去噪方法。该方法将低频振荡信号的去噪问题转变为求解最优化问题，该最优化问题的解对应的是含噪低频振荡信号经可调 $Q$ 小波变换后得到的干净无噪的小波系数的稀疏表示，该方法通过恢复小波系数的稀疏性达到去噪的目的。

## 1 可调品质因子小波变换

### 1.1 品质因数的定义及可调品质因子小波变换的优点

品质因子 $Q$ 的大小可反映信号的振动程度， $Q$ 越大，信号共振属性越高，反之信号共振属性越低<sup>[5]</sup>。它的定义式为

$$Q = \frac{\omega_0}{BW} \quad (1)$$

式中： $BW$ 为信号的带宽； $\omega_0$ 为其中心频率。

传统小波变换的中心频率与带通滤波器带宽的比值为一个常数，即 $Q$ 为常数。可调 $Q$ 小波变换

$Q = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{2-\beta}{\beta}$ ，通过改变高通尺度变换参数 $\beta$ ，

可以连续调节品质因子 $Q$ 。

用小波变换对待测信号进行分解与重构时，小波基函数的选取至关重要，其选择的恰当与否是影响信号分解与重构成败的一个决定性因素。当待分析信号的共振属性较高时，应该选取具有较高品质因子的小波基函数与之相匹配，反之亦然。传统小波变换的品质因子是一个常数，不能根据信号的共振属性来调节 $Q$ ，这样就不能通过预先设置 $Q$ 来选择与待测信号振动属性相匹配的小波基函数。然而可调 $Q$ 小波变换可以根据待分析信号共振属性的高低来预先设置 $Q$ ，通过 $Q$ 来选择与之振动属性相匹配的小波基函数，这样就可以将振荡形式不同的信号进行分离，这是实现低频振荡信号与噪声分离的基础。由图1可知，可调 $Q$ 小波变换的 $Q$ 越大，其对应的小波基函数的振动属性越高。

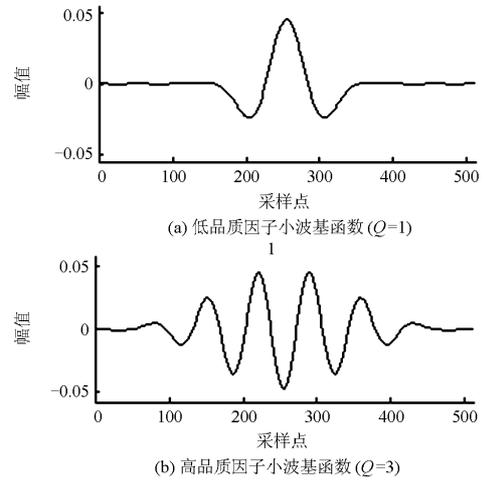


图1  $Q=1$  和  $Q=3$  时小波基函数的波形图

Fig. 1 Wavelet basis function figures of  $Q=1$  and  $Q=3$

### 1.2 可调 $Q$ 小波变换(TQWT)原理

可调 $Q$ 小波变换(Tunable  $Q$ -factor Wavelet Transform, TQWT)是近几年提出的具有完美重构性能的分析离散时间信号的一种可以预先设置品质因子 $Q$ 的小波变换，其基于迭代双通道滤波器组和离散傅里叶变换来开发和实现<sup>[6]</sup>。该方法可以根据待分析信号的共振属性来选取与之共振属性相似的小波基函数，使小波变换的应用更加广泛<sup>[7]</sup>。其原理为：

设有限长的离散时间信号为 $x(n) = [x(0), \dots, x(N-1)]$ ，其中 $0 \leq n \leq N-1$ ，则 $x(n)$ 的离散傅里叶变换(DWT)为

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j \frac{2\pi}{N} nk) \quad (2)$$

其中， $0 \leq k \leq N-1$ 。用 $X = \text{DFT}\{x(n)\}$ 来表示有限长信号 $x(n)$ 的离散傅里叶变换。

可调 $Q$ 小波变换是基于图2所示的多分辨率滤波器组来实现信号的分解与重构， $H_0(\omega)$ 、 $H_1(\omega)$ 分别为低通滤波器和高通滤波器， $\alpha$ 为低通尺度变换参数， $\beta$ 为高通尺度变换参数。

设低通子带信号 $V_0(n)$ 与高通子带信号 $V_1(n)$ 的长度分别为 $N_0$ 、 $N_1$ ，则 $\alpha \approx \frac{N_0}{N}$ ， $\beta \approx \frac{N_1}{N}$ 。

重构信号 $y(n)$ 的离散傅里叶变换可表示为

$$Y(\omega) = \begin{cases} |H_0(\omega)|^2 X(\omega), & |\omega| \leq (1-\beta)\pi \\ |H_0(\omega)|^2 X(\omega) + |H_1(\omega)|^2 X(\omega), & (1-\beta)\pi \leq |\omega| < \alpha\pi \\ |H_1(\omega)|^2 X(\omega), & \alpha\pi \leq |\omega| < \pi \end{cases} \quad (3)$$

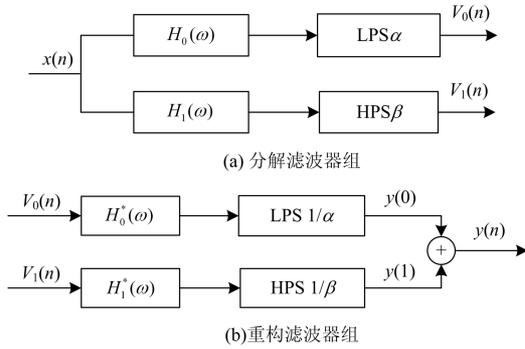
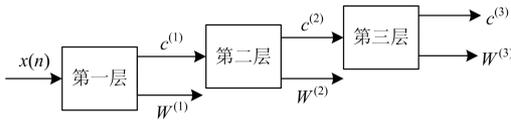


图 2 双通道滤波器组

Fig. 2 Two-channel filter banks

图 3 是基于 3 层可调  $Q$  小波变换的分解原理图, 每一层的低频通道都是基于图 2(a) 所示的分解方式进行分解, 从而实现有限长信号的可调  $Q$  小波分解。而重构则是分解的逆过程, 将每一层分解得到的低通子带信号与高通子带信号按照如图 2(b) 所示的重构方式进行重构, 就可以实现有限长信号的可调  $Q$  小波重构。

图 3 可调  $Q$  小波变换的三层分解结构图Fig. 3 Three levels decomposition structure figure of tunable  $Q$ -factor wavelet transform

## 2 稀疏表示理论分析

稀疏表示的基本思想最早是由 Mallat 和 Zhang 提出, 由于其低采样率、稳定的重构性能使得它被广泛应用于信号和图像处理等领域, 该方法通过过完备原子库(字典)中若干原子的线性组合的形式来近似的表示原信号<sup>[8]</sup>。稀疏表示可以使复杂的信号变得更加简洁, 使信号的传输、压缩变得更加方便灵活, 从而减少实际工程中处理信号的费用。同时稀疏表示也可以应用于信号和图像去噪, 信号经过稀疏分解后, 可以很好地去除系数间的相关性, 使信号能量更集中, 可以更加简洁、全面地表示原信号的特性, 从而将噪声和信号分离, 稀疏表示为低频振荡信号的去噪提供了一个新的思路。

稀疏表示的原理为: 对于一个集合  $\Phi = \{g_k, k=1, 2, \dots, M\}$ , 集合  $\Phi$  称为原子库或字典, 其元素  $g_k$  称为基或原子。对于任意的信号  $f \in \mathbf{R}^N$ , 满足  $M \gg N$ , 可通过这些字典中的原子的稀疏线性组合来表示, 这种组合表示也称为对原始信号  $f$  的一种稀疏逼近, 即

$$f \approx \Phi X, \quad \text{s.t. } \|f - \Phi X\|_2^2 \leq \varepsilon \quad (4)$$

式中:  $\varepsilon$  为误差限;  $X$  为稀疏因子;  $\|\cdot\|_2^2$  表示 2-范数的平方。

由于  $\Phi$  是一个过完备集合, 因此  $X$  将有无穷多组解, 从这些解中选取使得  $X$  中非零元素个数最少的一组解就得到了信号  $f$  的稀疏表示, 因此式(4)问题可以转化为求解:

$$\min \|X\|_0, \quad \text{s.t. } \|f - \Phi X\|_2^2 \leq \varepsilon \quad (5)$$

式中,  $\|\cdot\|_0$  表示 0-范数, 反映  $X$  中非零元素的个数。由于求解 0-范数是一个 NP 难问题, 因此要转化成别的方法来求解。

基追踪(Basis Pursuit, BP)算法是非常经典的全局优化算法, 被广泛应用于信号稀疏表示的求解过程中, 其通过最小化 1 范数来求解 0-范数的 NP 难问题转变成线性规划最优化问题进行求解<sup>[9]</sup>。基追踪算法采用 1-范数取代 0-范数, 将式(5)非凸问题转化成凸问题:

$$\min \|X\|_1, \quad \text{s.t. } \|f - \Phi X\|_2^2 \leq \varepsilon \quad (6)$$

在实际应用中, 信号  $f$  往往含有高斯白噪声, 为了更好地在消除噪声同时获得信号的最佳稀疏表示, 通常采用基追踪去噪算法<sup>[10]</sup>, 将式(6)转化为

$$\arg \min \left\{ \|f - \Phi X\|_2^2 + \lambda \|X\|_1 \right\} \quad (7)$$

式中,  $\lambda$  为正则化参数, 其取值与噪声的能量有关, 噪声能量越大其取值也越大, 但若过大会造成波形失真。式(7)的最优解即为信号  $f$  的稀疏表示。

## 3 基于稀疏表示的可调 $Q$ 小波变换在低频振荡信号去噪中的应用

设含噪的低频振荡信号为

$$y = x + n \quad (8)$$

式中:  $x$  是干净无噪的低频振荡信号;  $n$  是服从正态分布  $N(0, \sigma^2)$  的随机白噪声。

用可调  $Q$  小波变换对含噪的低频振荡信号  $y$  进行  $L$  层分解, 并得到小波系数  $w_i (1 \leq i \leq L)$ 。由于白噪声的干扰和可调  $Q$  小波变换的过采样, 使得小波系数  $w_i$  的稀疏性大大降低, 即小波系数的表达式是不唯一的, 为了尽可能稀疏地将信号分解表示出来, 应用基追踪去噪算法对小波系数进行优化处理, 具体处理表达式如下:

$$\arg \min_w \left\| y - \text{TQWT}^{-1}(w) \right\|_2^2 + \sum_{i=1}^{L+1} \lambda_i \|w_i\|_1 \quad (9)$$

式中:  $\text{TQWT}^{-1}$  表示可调  $Q$  小波反变换;  $\lambda_i$  为正则化参数。在统计意义下, 上式的解是唯一的。

采用分裂增广拉格朗日收缩法(SALSA)<sup>[11]</sup>对式(9)进行求解,这种求解方法可以全面地约束目标函数,将小波系数作为一个整体进行求解,不会由于个别系数误差而影响整体的解,克服了小波阈值去噪法逐点处理系数的不足。

设采用分裂增广拉格朗日收缩法(SALSA)对公式(9)求解的结果为 $\hat{w}$ ,则 $\hat{w}$ 即为小波系数的最佳稀疏表示,其对应的是干净无噪的小波系数。然后,对 $\hat{w}$ 进行可调 $Q$ 小波反变换就可以得到信号 $x$ ,即: $x = \text{TQWT}^{-1}(\hat{w})$ ,这样就把干净无噪的低频振荡信号 $x$ 从含噪的低频振荡信号 $y$ 中提取出来了,从而达到去噪的目的。

因此,基于稀疏表示的可调 $Q$ 小波变换去噪的步骤如下:

(1) 根据含噪低频振荡信号的共振属性选择合适的分解层数 $L$ 、品质因子 $Q$ 和过采样率 $r(r \geq 3)$ ,对其进行 $L$ 层可调 $Q$ 小波分解,得到各个子带的小波系数 $w_i (1 \leq i \leq L)$ 。

(2) 设置相应的正则化参数,建立如式(9)所示的目标函数,用SALSA优化算法求出最优解 $\hat{w}$ ,即低频振荡信号的小波系数的最佳稀疏表示。

(3) 对小波系数 $\hat{w}$ 进行可调 $Q$ 小波反变换即可得到干净无噪的低频振荡信号。

#### 4 仿真分析与计算

为了验证基于稀疏表示的可调 $Q$ 小波变换去噪法的去噪效果,利用Matlab仿真软件对该算法进行了实验仿真,并与目前应用广泛的小波阈值去噪法进行了仿真对比。

在仿真实验中,给定低频振荡电压信号的表达式为

$$x = 0.6e^{(-0.05t)} \sin(2\pi \times 1t) + 0.4e^{0.03t} \sin(2\pi \times 0.9t) \quad (10)$$

仿真中设定采样频率为20 Hz,采样点的个数为512,幅值取标么值(p.u.),对上述的低频振荡信号加入高斯白噪声作为仿真噪声,高斯白噪声均值为0,方差为0.01,此时待测含噪信号的信噪比 $\text{SNR}=32.2446 \text{ dB}$ ,均方根误差 $\text{RMSE}=0.1002$ ,原始信号与加噪信号的波形图如图4所示。

对待测含噪的低频振荡信号分别进行小波软、硬阈值去噪,在自动降噪函数中,选用db8小波函数,分解层数为5层,阈值修改方法为'sln',由于阈值选择规则有四种:启发式阈值规则、无偏风险阈值规则、极大极小阈值规则、固定阈值规则。

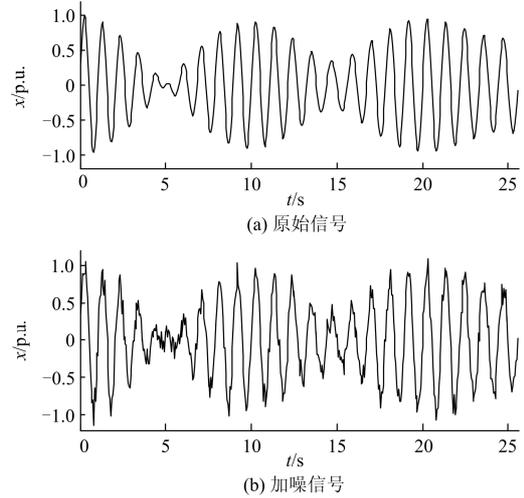


图4 原始信号与加噪信号

Fig. 4 Original signal and noise signal

通过对上述四种阈值规则的去噪效果进行比较,发现启发式阈值去噪的信噪比最高,均方根误差最小,去噪效果最好,所以本文的软、硬阈值均采用启发式阈值规则。小波硬阈值去噪后的波形如图5(a)所示,小波软阈值去噪后的波形如图5(b)所示。用基于稀疏表示的TQWT去噪法对含噪的低频振荡信号进行去噪处理,参数设置为:品质因子 $Q=3$ ,过采样率 $r=3$ ,分解层数 $L=19$ ,正则化参数 $\lambda=0.5$ ,影响分裂增广拉格朗日收缩法(SALSA)收敛速度的参数 $\mu=0.5$ ,SALSA的迭代次数 $\text{Nit}=100$ ,去噪后的仿真波形图如图5(c)所示。

为了能够定量地对比基于稀疏表示的可调 $Q$ 小波变换去噪法与小波软、硬阈值去噪法的去噪效果,引入如下两个判断去噪效果好坏的标准:

信噪比SNR,其定义式为

$$\text{SNR} = 10 \lg \frac{\sum_{j=1}^{j=N} x^2(j)}{\sum_{j=1}^{j=N} (\hat{x}(j) - x(j))^2}$$

均方根误差RMSE,其定义式为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{j=N} (\hat{x}(j) - x(j))^2}$$

式中: $x(j)$ 为原始信号的第 $j$ 个点的值; $\hat{x}(j)$ 为重构信号的第 $j$ 个点的值。

分别计算了小波硬阈值去噪、小波软阈值去噪、基于稀疏表示的TQWT去噪后信号的信噪比与均方根误差。在计算过程中,对原始信号加入不同程度的噪声,由于高斯白噪声是随机产生的,所以在每个噪声水平下重复做20次仿真实验,然后将仿真

所得数据求平均值。表 1 和表 2 是高斯白噪声的标准差分别设为 0.1、0.13、0.17, 而原始信号的其他参数保持不变时, 三种去噪方法的 SNR 与 RMSE 的计算结果。

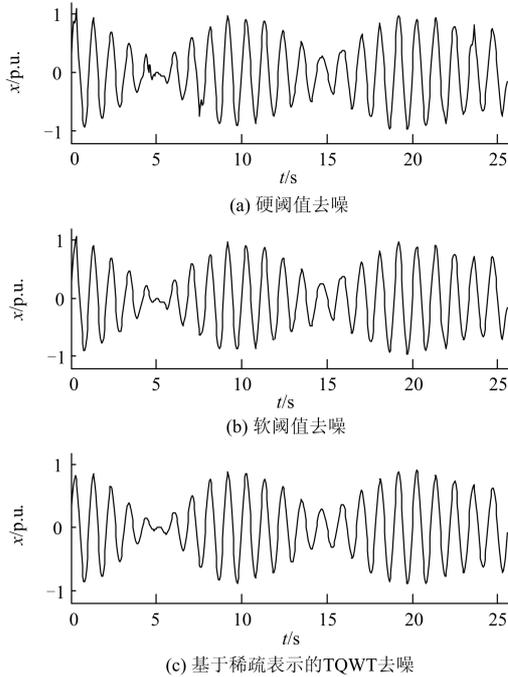


图 5 三种去噪方法的仿真对比图

Fig. 5 Simulation contrast figures of three denoising methods

表 1 三种去噪方法的信噪比对比

Table 1 SNR comparison of three denoising methods

输入 SNR/dB	输出信号 SNR/dB		
	小波硬阈值去噪	小波软阈值去噪	本文算法去噪
32.244 6	44.372 8	45.180 8	48.032 0
27.098 7	39.763 1	41.170 1	43.723 5
21.707 8	34.571 2	36.163 9	39.131 5

表 2 三种去噪方法的均方根误差对比

Table 2 RMSE comparison of three denoising methods

输入 RMSE	输出信号 RMSE		
	小波硬阈值去噪	小波软阈值去噪	本文算法去噪
0.100 2	0.054 69	0.052 53	0.043 18
0.129 6	0.068 92	0.064 24	0.056 49
0.161 6	0.085 13	0.082 46	0.071 14

由图 5 可知, 与小波软、硬阈值去噪法相比, 基于稀疏表示的 TQWT 去噪后的信号更加光滑, 在原始信号发生突变时, 能够更好地保留原始信号的突变信息。由表 1、表 2 可见, 三种去噪方法中, 基于稀疏表示的 TQWT 去噪后信号的信噪比最大, 均方根误差最小。由文献[12]可知, 信噪比 SNR 越大, 均方根误差 RMSE 越小, 去噪效果越好, 且去

噪后的信号与原始信号越接近。综上可知, 基于稀疏表示的 TQWT 去噪法较小波软、硬阈值去噪法可以获得更好的去噪效果和更高的可靠性。

本文的可调  $Q$  小波变换运用基 2 FFT 算法, 大大提高了运算效率。由于本文算法的小波分解层数比小波软、硬阈值去噪法的分解层数要多, 而且所用的分裂增广拉格朗日收缩法(SALSA)是一种迭代算法, 所以运算量稍有增加, 但整体运算时间小于 1.5 s, 可以满足在线应用的要求。综合计算量和去噪效果的考虑, 基于稀疏表示的 TQWT 去噪法在低频振荡信号去噪中的去噪效果优于小波软、硬阈值去噪法。

## 5 结论

本文采用基于稀疏表示的 TQWT 去噪法对低频振荡信号进行去噪处理, 通过仿真分析与计算验证了基于稀疏表示的 TQWT 去噪法对低频振荡信号的去噪效果优于目前广泛使用的小波软、硬阈值去噪法, 能够较好地保留原始信号的特征信息, 为低频振荡信号的分析提供准确可靠的信息。因此, 基于稀疏表示的可调  $Q$  小波变换(TQWT)可以应用于低频振荡信号去噪中, 且具有很好的去噪效果。由于本文的可调  $Q$  小波变换运用基 2 FFT 算法, 所以输入信号的长度应为 2 的整数幂, 若不满足, 则需在序列后面补零。本文算法主要针对低频振荡信号中的高斯白噪声具有很好的去噪效果, 此外, 影响本文算法去噪效果的因素有: 正则化参数以及 SALSA 的迭代次数和小波分解层数等相关参数的选取, 对此可做进一步的研究。

## 参考文献

- [1] 李安娜, 吴熙, 蒋平, 等. 基于形态滤波和 Prony 算法的低频振荡模式辨识的研究[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(3): 137-142.  
LI Anna, WU Xi, JIANG Ping, et al. Research on identifying low frequency oscillation modes based on morphological filtering theory and Prony algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(3): 137-142.
- [2] 侯王宾, 刘天琪, 李兴源. 基于经验模态分解滤波的低频振荡 Prony 分析[J]. 物理学报, 2010, 59(5): 3531-3536.  
HOU Wangbin, LIU Tianqi, LI Xingyuan. Prony analysis of low frequency oscillation based on empirical mode decomposition denoising[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(5): 3531-3536.
- [3] 李江, 王义伟, 魏超, 等. 卡尔曼滤波理论在电力系统

中的应用综述[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(6): 135-144.

LI Jiang, WANG Yiwei, WEI Chao, et al. A survey on the application of Kalman filtering method in power system[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(6): 135-144.

[4] 秦代春, 刘强, 周林, 等. 电能质量信号去噪方法研究[J]. 华东电力, 2009, 35(6): 45-51.

QIN Daichun, LIU Qiang, ZHOU Lin, et al. De-noising methods for power quality signals[J]. East China Electric Power, 2009, 35(6): 45-51.

[5] 王宏超, 陈进, 董广明, 等. 可调品质因子小波变换在转子早期碰摩故障诊断中的应用[J]. 振动与冲击, 2014, 33(10): 77-80.

WANG Hongchao, CHEN Jin, DONG Guangming, et al. Early rub-impact diagnosis of rotors based on tunable Q-factor wavelet transformation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(10): 77-80.

[6] SELESNICK I W. Wavelet transform with tunable Q-factor[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(8): 3560-3575.

[7] 李楠, 杨昭春, 孙乐君, 等. 基于调Q小波变换的心电信号特征量提取方法[J]. 计算机科学, 2014, 41(11A): 61-64.

LI Nan, YANG Zhaochun, SUN Lejun, et al. Extraction method based on Q wavelet transform of ECG signal characteristic[J]. Computer Science, 2014, 41(11A): 61-64.

[8] 朱杰. 基于稀疏表示的小波去噪[D]. 北京: 北京交通大学, 2010.

ZHU Jie. Wavelet domain image denoising via sparse representation[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2010.

[9] CHEN S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1999, 20(1): 33-61.

[10] LU W, VASWANI N. Modified basis pursuit denoising (modified-BPDN) for noisy compressive sensing with partially know support[C] // 2010 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP), 2010: 3926-3929.

[11] AFONSO M V, BIOUCAS-DIAS J M, FIGUEIREDO M A T. Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization[J]. IEEE Transactions on Image Process, 2010, 19(9): 2345-2356.

[12] 张明, 李开成, 胡益胜. 基于 Bayes 估计的双小波维纳滤波电能质量信号去噪算法[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(4): 52-57.

ZHANG Ming, LI Kaicheng, HU Yisheng. Power quality signals denoising via double-wavelet Wiener filtering based on Bayes estimation[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(4): 52-57.

收稿日期: 2015-08-04; 修回日期: 2015-09-17

作者简介:

高倩(1987-), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力系统谐波检测与抑制; E-mail: gaoqianfd@163.com

陈晓英(1966-), 女, 硕士, 教授, 研究生导师, 研究方向为电力系统及其自动化;

孙丽颖(1972-), 女, 博士, 教授, 研究生导师, 研究方向为电力系统及其自动化。

(编辑 魏小丽)