

DOI: 10.7667/PSPC150543

# 一种求解多相混合配电网潮流的扩展序分量法

李佩杰, 罗翠云, 白晓清, 林颂晨, 韦化

(广西电力系统最优化与节能技术重点实验室(广西大学电气工程学院), 广西 南宁 530004)

**摘要:** 针对中低压配电网中单相、两相和三相混合供电的特点, 扩展了传统的序分量法, 提出了一种求解多相混合的配电网三相潮流计算方法。所提方法重新推导了单相、两相和三相网络中序分量间的转换关系, 采用前推回代法进行求解, 重点是在完全序分量坐标下解决了变压器部分组别的节点导纳矩阵奇异问题。4~8500节点的IEEE标准系统的计算表明: 该方法收敛特性好、鲁棒性强, 计算效率高, 特别适用于大规模配电网的三相潮流计算。

**关键词:** 配电网; 不对称网络; 三相潮流; 序分量; 节点导纳矩阵奇异

## An extended sequence components method for solving multiphase power flow in distribution networks

LI Peijie, LUO Cuiyun, BAI Xiaoqing, LIN Songchen, WEI Hua

(Guangxi Key Laboratory of Power System Optimization and Energy Technology  
(School of Electrical Engineering of Guangxi University), Nanning 530004, China)

**Abstract:** According to the feature of hybrid power supply with one phase, two phases and three phases in the medium and low voltage distribution system, this paper extends the traditional sequence components method and presents a multiphase power flow solution. In the approach, the transform relationship of sequence components among one-phase network, two-phase network and three-phase network is reformulated by using forward-backward sweeping algorithm (FBS). Furthermore, this paper uses complete sequence components model to solve out the singularity problem of admittance matrix appearing in particular transformer connections. IEEE 4~8500 nodes standard systems are tested. Simulation results verify that the proposed solution has good convergence characteristics, strong robustness and efficient calculation. It also shows the superior applicability in large-scale distribution system three-phase power flow.

This work is supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (No. 2013CB228205) and National Natural Science Foundation of China (No. 51367004 and No. 51407036).

**Key words:** distribution system; asymmetric network; three-phase power flow; sequence components method; singularity of admittance matrix

## 0 引言

一直以来, 配电网三相负荷的不平衡性就较为显著<sup>[1]</sup>, 部分地区单相、两相和三相混合供电的模式又使网络结构也呈现出非对称性<sup>[2]</sup>, 这些直接导致了配电网的三相潮流不平衡。近年来, 随着分布式光伏并网政策的出台, 大量单相接入

的光伏发电必将加重这种不平衡<sup>[3-5]</sup>。因此, 研究多相混合的配电网潮流计算具有重要的现实意义。

目前, 配电网潮流主要有相分量和序分量两种处理三相的模型<sup>[6-7]</sup>, 在计算方法的研究上则涌现出基于 $Z_{bus}$ 方法<sup>[8]</sup>、前推回代法<sup>[9-10]</sup>和牛顿法<sup>[11-13]</sup>等一系列优秀的算法。其中前推回代法充分利用了配电网辐射状的特性, 具有易于实现、速度快、收敛性好和使用内存少等优点, 在三相潮流计算中得到了广泛的应用。该方法应用的难点之一是如何解决三相变压器节点导纳矩阵奇异的问题。

**基金项目:** 国家重点基础研究发展计划项目(973项目)(2013CB228205); 国家自然科学基金项目(51367004, 51407036)

为此,文献[14]采用虚拟注入电流源的方式,在相分量模型下解决了原边和副边的耦合问题,但在这种方法易导致算法的收敛性变差。文献[15-17]基于基尔霍夫电压和电流定律,针对每种变压器组别分别推导不同相分量形式的方程,这种方法推导形式不统一,算法应用不方便,尤其是出现新的变压器组别时,还需重新推导。实际上,变压器作为对称元件,具有正、负、零序解耦的特性,上述问题即可在序分量模型下解决。故文献[18-19]提出在相分量模型下将零序分量从变压器子矩阵分离的方法,此过程涉及相序间的反复转换,推导过程和导出的公式比较复杂。而配网的全部元件采用序分量模型,即完全序分量坐标系下,如何在推回代法中处理变压器还鲜有文献提及。

最近,文献[20]推广了传统的对称分量模型,基于前推回代法提出了一种配电网潮流计算的序分量方法,它能处理单相、两相或三相混合的不对称配电网络,算法计算效率高,然而它就未涉及变压器模型的处理。

本文在文献[20]的基础上,提出了一种序分量模型下变压器的处理方法,该方法应用简单,可以避免部分变压器组别节点导纳矩阵的奇异问题,并完善了扩展序分量方法的理论框架。另外,还重新推导了一种统一的不对称网络序分量间转换的方法,较原文形式更加简单,使用更加方便。多达 8500 节点的大规模系统仿真验证了该方法鲁棒性强、计算效率高,表明所提算法具有良好的应用前景。

## 1 扩展序分量法

1918年, Fortescue 提出并证明:任何一组不对称  $n$  维相量组都能转换成  $n-1$  个  $n$  维对称序分量和 1 个零序分量<sup>[21]</sup>。相分量和序分量的转换关系为

$$\begin{bmatrix} I_a^0 \\ I_a^1 \\ I_a^2 \\ \vdots \\ I_a^{t-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a_n & a_n^2 & \cdots & a_n^{n-1} \\ 1 & a_n^2 & a_n^4 & \cdots & a_n^{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_n^{n-1} & a_n^{2(n-1)} & \cdots & a_n^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ \vdots \\ I_x \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $a_n = e^{j2\pi/n}$  为各序分量之间的角度差;  $I_a^0, \dots, I_a^{t-1}$  为序分量坐标下的电流;  $I_a, \dots, I_x$  为相分量坐标下的电流。

由于转换矩阵的非奇异性,也可将一组序分

量一个通过  $n \times n$  维的矩阵转换为相分量。

在多相混合的供电模式下,存在  $n=3$ 、 $n=2$  和  $n=1$  的情况。

(1)  $n=3$  时,即为传统的序分量法:三个不对称相量可以唯一地分解成三组对称的序分量:正序、负序和零序分量,每组分量的角度相差  $120^\circ$ 。故  $a_3 = e^{j2\pi/3}$ , 转换矩阵如式(2)。

$$T_3 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a_3 & a_3^2 \\ 1 & a_3^2 & a_3 \end{bmatrix}, T_3^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a_3 & a_3^2 \\ 1 & a_3^2 & a_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

(2)  $n=2$  时,在扩展序分量坐标下,两相系统仅存在零序和正序分量。 $a_2 = e^{j2\pi/2} = -1$ , 相应的转换矩阵为

$$T_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, T_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

(3)  $n=1$  时,  $a_1 = e^{j2\pi/1} = 1$ , 故单相转换矩阵为

$$T_1 = T_1^{-1} = [1] \quad (4)$$

即单相系统中只有零序分量。

通过式(2)~式(4)的序分量变换与反变换矩阵,任意维数的一组不对称电压和电流相量即可分解为对称的相量。配电序网下,电压与电流的关系与相分量模型一致。

$$V_{S_n} = Z_{S_n} I_{S_n}, n \in \{1, 2, 3\} \quad (5)$$

式中:下标 S 表示为序分量;  $n$  表示为相数。

其中,阻抗矩阵在序分量和相分量的转换关系为

$$Z_{S_n} = T_n Z_{P_n} T_n^{-1}, n \in \{1, 2, 3\} \quad (6)$$

式中,下标 P 表示为相分量。

三相系统中,若该线路是三相参数对称或经过换相,则相间自阻抗、互阻抗是相等的,序分量阻抗矩阵是可解耦的;同理,两相线路的序分量阻抗矩阵也是解耦的,单相线路的序分量阻抗矩阵与相分量坐标下的相同<sup>[20]</sup>。与式(6)类似,序分量坐标下节点导纳矩阵则为

$$Y_{S_n} = T_n Y_{P_n} T_n^{-1}, n \in \{1, 2, 3\} \quad (7)$$

值得注意的是,对于不同的维数  $n$  而言,每组序分量间的角度差  $a_n$  是不等的。因此,在同一个配电网络中,三相系统的正序和零序分量不能与两相系统的正序和零序分量直接叠加;同理,单相系统的零序分量也不能与三相或两相系统的零序分量直接相加。

## 2 前推回代法

前推回代法的基本原则如下。

## (1) 计算节点电流

利用已经更新的节点电压  $V_i$ , 计算节点注入电流为

$$I_i^{(k)} = \left( \frac{S_i^{(k)}}{V_i^{(k)}} \right)^* \quad (8)$$

式中:  $k$  为迭代次数;  $I_i^{(k)}$ 、 $S_i^{(k)}$  分别为节点  $i$  的电流、视在功率。

## (2) 回代: 更新支路电流

根据基尔霍夫节点电流定律, 从网络的末端节点开始向根节点推进, 推算支路电流分布如式(9)。

$$J_l^{(k)} = -I_i^{(k)} + \sum_{m \in M} J_m^{(k)} \quad (9)$$

式中,  $J_l^{(k)}$  是流入线路  $l$  末端节点  $i$  的支路电流;  $M$  是与节点  $i$  相连的所有下层线路集合。

## (3) 前推: 更新节点电压

假定支路电流不变, 从根节点开始, 向干线和支路末端推进, 计算新的节点电压分布:

$$V_i^{(k)} = V_j^{(k)} - Z_l J_l^{(k)} \quad (10)$$

式中,  $Z_l$  为线路  $l$  的阻抗。

## (4) 计算功率不平衡量

在推算过程中反复更新电流和电压, 每次迭代计算功率不平衡量, 直至各馈线末端节点的功率偏差满足收敛条件。

$$\Delta S_i = V_i^{(k)} (I_i^{(k)})^* - S_i \quad (11)$$

## 3 变压器的序分量模型

变压器是配电网中最重要的元件之一, 以单相和三相变压器最为常用。

## 3.1 单相变压器模型

单相变压器可采用传统 T 型等值电路建模, 导纳矩阵  $Y_T$  为一个  $2 \times 2$  的矩阵, 相分量模型表示为

$$Y_T = \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{ps} \\ Y_{sp} & Y_{ss} \end{bmatrix} \quad (12)$$

其电压与电流关系如式(13)所示。

$$\begin{bmatrix} I_p \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{ps} \\ Y_{sp} & Y_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_p \\ V_s \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: 下标 p 表示原边; 下标 s 表示副边。

由式(7)可知, 单相变压器模型在相分量坐标和序分量坐标下是等价的。

## 3.2 三相变压器模型

三相变压器中, 式(12)、式(13)依然适用, 只是节点导纳矩阵  $Y_T$  维数变为  $6 \times 6$ 。由第 2 节可知,

在回代过程, 需根据副边侧的电流、电压求原边侧的电压和电流, 具体公式为

$$V_p = Y_{sp}^{-1} (I_s - Y_{ss} V_s) \quad (14)$$

$$I_p = Y_{pp}^{-1} V_p + Y_{ps} V_s \quad (15)$$

而对于前推过程, 则需要根据原边侧的电压和副边侧的电流求副边侧的电压:

$$V_s = Y_{ss}^{-1} (I_s - Y_{sp} V_p) \quad (16)$$

文献[18]指出  $Y_{sp}$  仅对  $Y_g/Y_g$  组别类型的变压器有可逆,  $Y_{ss}$  则仅对  $Y_g/Y_g$  和  $\Delta/Y_g$  组别类型的变压器有可逆。由此可见, 在相分量坐标下是无法直接使用前推回代法的。

于是, 根据式(7), 若将三相变压器相分量模型转换为在序分量坐标下的导纳矩阵如式(17), 其等值电路可以按序分量解耦, 表达为式(18)。

$$Y_T^{012} = \begin{bmatrix} T_3 & & \\ & T_3 & \\ & & Y_T^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_3^{-1} \\ & T_3^{-1} \\ & & T_3^{-1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} I_p' \\ I_s' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{pp}' & y_{ps}' \\ y_{sp}' & y_{ss}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_p' \\ V_s' \end{bmatrix} \quad t \in (0, 1, 2) \quad (18)$$

其中,  $y_{ps}'$  和  $y_{ss}'$  为  $1 \times 1$  的数值, 也就不存在奇异问题。表 1 总结了 7 种常见的变压器组别的序分量模型<sup>[20]</sup>。为了形象展示零序分量, 原边侧和副边侧关系以等值电路的形式替代。

由此, 就可以在变压器的正序、负序和零序网络中分别应用前推回代法。

## (1) 正序和负序分量

回代过程: 由式(14)、式(15)可推出, 原边侧的正序和负序电流为

$$I_p' = (y_{ps}' - y_{pp}' y_{ss}' / y_{sp}') V_s' + y_{pp}' / y_{sp}' I_s', \quad t \in (1, 2) \quad (19)$$

前推过程: 由式(16)可推出, 副边侧的正序和负序电压为

$$V_s' = 1 / y_{ss}' (I_s' - y_{sp}' V_p'), \quad t \in (1, 2) \quad (20)$$

## (2) 零序分量

零序分量与变压器接线方式有极大的关系, 当变压器某侧不接地时, 零序电流不流通。由表 1 也可以看出这时原边侧和副边侧零序电路分离, 是互不影响的。因此, 在应用前推和回代过程可按接地类型分四种情况。

## ① 原边接地/副边接地

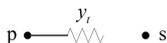
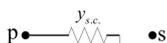
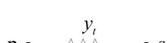
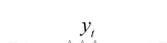
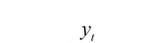
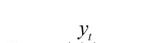
由于两侧都接地, 零序电路耦合在一起, 前推回代的更新方法如同正序和负序。

回代过程, 应用式(19)计算原边侧零序电流。

前推过程, 应用式(20)计算副边侧零序电压。

表 1 7 种常见的三相变压器的序分量模型

Table 1 Sequence components model of six common three-phase transformers

连接组别		导纳矩阵/等值电路		
原边 P	副边 S	正序	负序	零序
Y <sub>n</sub>	Y <sub>n</sub>	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i \\ -y_i & y_i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i \\ -y_i & y_i \end{bmatrix}$	
Y <sub>n</sub>	Y	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i \\ -y_i & y_i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i \\ -y_i & y_i \end{bmatrix}$	
Y <sub>n</sub>	Δ	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i e^{j30} \\ -y_i e^{-j30} & y_i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i e^{-j30} \\ -y_i e^{j30} & y_i \end{bmatrix}$	
Y	Y	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i \\ -y_i & y_i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i \\ -y_i & y_i \end{bmatrix}$	
Y	Δ	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i e^{j30} \\ -y_i e^{-j30} & y_i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i e^{-j30} \\ -y_i e^{j30} & y_i \end{bmatrix}$	
Δ	Δ	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i \\ -y_i & y_i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i \\ -y_i & y_i \end{bmatrix}$	
Δ	Y <sub>n</sub>	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i e^{-j30} \\ -y_i e^{j30} & y_i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_i & -y_i e^{j30} \\ -y_i e^{-j30} & y_i \end{bmatrix}$	

注:  $y_i$  是变压器的短路导纳。

② 原边接地/副边非接地

副边侧不接地, 副边侧零序电流为零。副边侧零序电压则受其下游支路接地情况的影响, 如是否有接地负荷、后方变压器是否接地等, 当下游网络不含零序通路时, 零序电压为零。由于副边侧缺少参考电压, 直接应用前推回代法, 则还造成副边侧的零序电压与初始条件相关, 此时零序电压不唯一, 从数学看即存在多解。文献[17]为此还提出用线电压代替相电压的思路。而在实际的配电系统中, 极少存在有单相接地的负荷连接一个非接地的变压器的情况, 因此副边侧零序电压和零序电流在绝大多数情况下为零。

回代过程, 副边侧零序电流为零, 原边侧的零序电流不受其影响, 则是根据自身的零序电压直接求出, 即

$$I_p^0 = V_p^0 / y_i \quad (21)$$

前推过程, 原边侧的电压由所连支路的节点更新。副边侧零序电压直接为零, 即

$$V_s^0 = 0 \quad (22)$$

③ 原边侧非接地/副边接地

回代过程, 副边侧零序电流由末端节点往回更新。原边侧零序电流不能受副边侧影响, 直接设为零。即

$$I_p^0 = 0 \quad (23)$$

前推过程, 原边侧的零序电压为零, 副边零序电压根据其零序电流来更新。即

$$V_s^0 = I_s^0 / y_i \quad (24)$$

④ 原边侧非接地/副边非接地

回代过程, 副边侧零序电流为零, 即

$$I_s^0 = 0 \quad (25)$$

同时, 原边侧的零序电流也为零, 即

$$I_p^0 = 0 \quad (26)$$

前推过程, 原边侧的电压由所连支路的节点更新。副边侧零序电压直接为零, 即

$$V_s^0 = 0 \quad (27)$$

4 基于扩展序分量法的前推回代法

4.1 不对称网络中序分量的转换关系

第 1 节虽然推导了不同相数系统各自的序分量坐标形式, 但是所得的序分量并不能直接叠加。要实现三相的潮流计算, 必须对这些序分量之间的关系加以描述。文献[20]针对每种情况分别推导了相应的公式, 下文以 IEEE-13 节点系统为例, 推导各相系统之间序分量关系的统一表达式。

推导基于的原理是各相系统之间连接点处的相分量相等。如图 1 所示, 连接点 632 同时位于两相系统和三相系统, 显然, 它的 bc 两相分量在这两个系统中是相同的。设该处两相系统的相电流为

$I^{bc} = [I_b \ I_c]^T$ , 表示为三相

$$I_{P3}^{bc} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = e_{3 \times 2} I^{bc} \quad (28)$$

式中,  $I_{P3}^{bc}$  即为  $I^{bc}$  表达为三相后的电流。

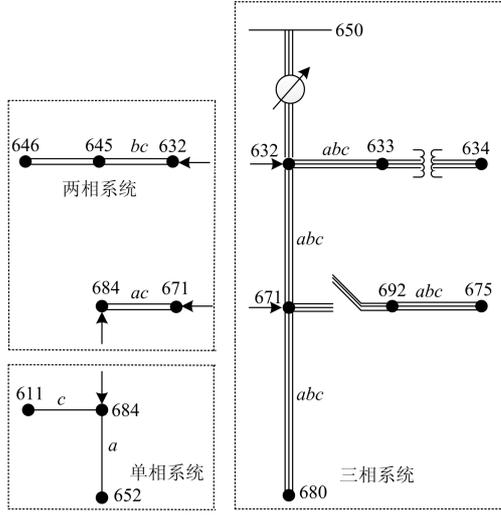


图 1 IEEE-13 配电网络图

Fig. 1 IEEE-13 distribution network

将式(28)转换为序分量坐标有:

$$I_{S3} = T_3 I_{P3}^{bc} = T_3 e_{3 \times 2} I^{bc} = T_3 e_{3 \times 2} T_2^{-1} I_{S2} \quad (29)$$

故 bc 相系统至三相系统的序坐标转换矩阵为

$$T_{3 \times 2}^{bc} = T_3 e_{3 \times 2} T_2^{-1} \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} I_3^0 \\ I_3^1 \\ I_3^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a_3 & a_3^2 \\ 1 & a_3^2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2^0 \\ I_2^1 \end{bmatrix} = \quad (31)$$

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1; & \sqrt{3} \\ -1; & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2^0 \\ I_2^1 \end{bmatrix}$$

以此类推, 在序分量坐标系下, 由  $m$  相系统至  $n$  相系统的转换关系为

$$I_{S_n} = (T_n e_{n \times m} T_m^{-1}) I_{S_m} \quad (32)$$

$$T_{n \times m} = T_n e_{n \times m} T_m^{-1} \quad (33)$$

式中:  $T_{n \times m}$  为  $m$  相系统至  $n$  相系统序分量转换矩阵;  $e_{n \times m}$  为相坐标转换矩阵, 下标  $n \times m$  示为由  $m$  相转至  $n$  相, 反之即为  $m \times n$ , 故  $e_{n \times m} = (e_{m \times n})^T$ 。

如将三相的序分量变为 bc 相序分量的转换矩阵应为

$$T_{2 \times 3}^{bc} = T_2 e_{2 \times 3} T_3^{-1} \quad (34)$$

此时, 相坐标转换矩阵为  $e_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

#### 4.2 多相系统下的前推回代算法

为了便于理解和表达, 以图 2 为例介绍扩展序分量下的前推回代法在不对称网络中的计算步骤。

该方法的总体原则是在相过渡节点处(如图 2 中连接有不同相数线路的节点 2、4), 将相应的电压、电流序分量转换至统一相数系统后再进行计算。

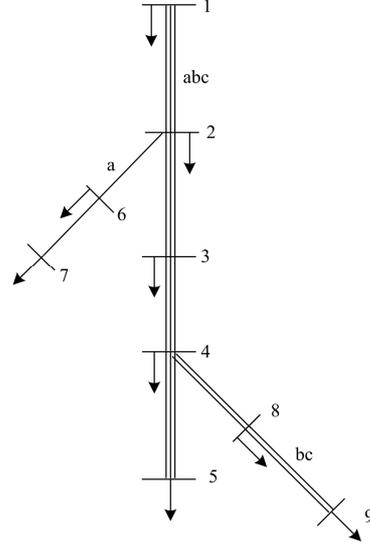


图 2 前推回代算法原理图

Fig. 2 FBS-algorithm principle

具体步骤可归纳如下:

(1) 初始化每个节点电压  $V_{P_n}$ 。

(2) 根据式(8), 计算节点电流  $I_{P_n}$ 。

(3) 将节点电压  $V_{P_n}$ 、电流  $I_{P_n}$  转换为序分量  $V_{S_n}$ 、 $I_{S_n}$ 。同时, 根据式(6)、式(17)将线路阻抗与变压器导纳矩阵转换至序分量坐标。

(4) 回推: 根据式(9), 更新支路电流。

在图 2 中, 支路 1-2 的电流为

$$J_{S_{3,1-2}}^{(k)} = I_{S_{3,2}}^{(k)} + J_{S_{3,2-3}}^{(k)} + J_{S_{3,2-6}}^{(k)} \quad (35)$$

式中,  $J_{S_{3,2-6}}^{(k)}$  为单相支路的序电流  $J_{S_{1,2-6}}^{(k)}$  转换至三相系统后的电流。下同, 处理如下:

$$J_{S_{3,2-6}}^{(k)} = T_{3 \times 1}^a J_{S_{1,2-6}}^{(k)} \quad (36)$$

式中,  $T_{3 \times 1}^a$  为 a 相至三相系统序分量间的转换矩阵。

以此类推, 支路 3-4 的电流为

$$J_{S_{3,3-4}}^{(k)} = I_{S_{3,4}}^{(k)} + J_{S_{3,3-4}}^{(k)} + J_{S_{3,4-8}}^{(k)} \quad (37)$$

$$J_{S_{3,4-8}}^{(k)} = T_{3 \times 2}^{bc} J_{S_{2,4-8}}^{(k)} \quad (38)$$

对于变压器支路, 则根据第三节提出的理论由当前副边侧的电流  $I_s'$  和上次前推过程副边侧的电压  $V_s'$ , 求出原边侧的电流  $I_p'$ 。需注意的是, 若变压器为单相变压器, 求出的即为唯一的零序电流  $I_p^0$ 。若为三相变压器, 则需根据变压器的组别类型来讨论零序电流的计算方法。

(5) 前推: 根据式(10), 更新节点电压。

如图 2 中, 节点 6 的电压计算公式为

$$V_{S1,6}^{(k)} = V_{S1,2}^{(k)} - Z_{S1,2-6} J_{S1,2-6}^{(k)} \quad (39)$$

式中,  $V_{S1,2}^{(k)}$  为节点 2 的三相序电压  $V_{S3,2}^{(k)}$  转换后的单相序电压, 处理如下:

$$V_{S1,2}^{(k)} = T_{1 \times 3}^a - V_{S3,2}^{(k)} \quad (40)$$

对于变压器支路, 则根据第 3 节提出的理论由本次回代过程副边侧的电流  $I_s'$  和当前原边侧的电压  $V_p'$ , 求出副边侧的电流  $I_s'$ 。若变压器为单相变压器, 求出的即为唯一的零序电压  $V_p^0$ 。若为三相变压器, 则需根据变压器的组别类型来讨论零序电压的计算方法。

(6) 将节点电压  $V_{S_n}$  转换至相坐标  $V_{P_n}$ 。

(7) 计算节点功率  $S_n$ 。根据式(11)判断收敛条件, 若未达到收敛精度, 返回步骤(2) 继续迭代。

## 5 计算结果与讨论

### 5.1 数据说明

本文算法采用 ANSI C 语言编写, 在 Win7/.NET 环境下编译, 在 PC 机 (CPU-Intel Core i3 3.20 GHz 内存 4 G) 上分别对 IEEE-4、IEEE-13、IEEE-123 和 IEEE-8500 四个标准系统进行测试<sup>[23-24]</sup>。表 2 列出了四个测试系统的参数。

表 2 系统参数简介

Table 2 Introduction of different distributions

测试系统	节点数	单相			
		线路	两相线路	变压 器数	负荷 数
IEEE-4	4	0%	0%	1	1
IEEE-13	13	16.67%	40.00%	2	8
IEEE-123	123	2.46%	45.08%	2	85
IEEE-8500	8 500	38.56%	26.33%	1 178	1 177

### 5.2 正确性测试

算法中, 各状态变量采用平启动, 各节点的三相电压初值设为额定的对称电压, 变压器两侧节点的相角按相应的相位移设定, 收敛精度为  $10^{-5}$ 。

针对 IEEE-4 系统测试不同变压器组别下的三相潮流, 如图 3 所示, 节点 4 的负荷为 1 275/1 800/2 375 kW, 功率因数为 0.85/0.9/0.95 (均滞后)。表 3 列出了该系统 4 号节点的电压, 并与文献[24]的标准计算结果对比。可以看出, 两者结果基本一致, 电压偏差最大不超过 2 V ( $< 0.000 8$  p.u.), 表明所提算法可以在三相负荷极度不平衡的情况下效果良好; 此外, 还可有效地处理不同类型的变压器, 尤其是对一二次侧均不接地的 Y/Δ 接线方式同样通用。IEEE-13 节点系统的测试结果与标准计算结果如表 4 所示。通过对比, 验证了算法的正确性, 扩展序

分量法完全适用于多相混合系统的建模。

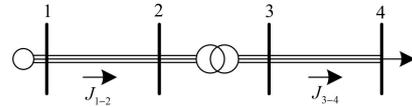


图 3 IEEE-4 配电网网络图

Fig. 3 IEEE-4 distribution network

表 3 IEEE-4 节点测试系统: 4 号节点的电压

Table 3 IEEE-4 test system: voltages of bus '4'

变压器组别	相	标准计算结果 <sup>[24]</sup>		本文方法	
		幅值/V	相角/(°)	幅值/V	相角/(°)
Y <sub>1</sub> -Y <sub>1</sub>	A	2 175	-4.1	2 173	-4.1
	B	1 930	-126.8	1 928	-126.8
	C	1 833	102.8	1 832	102.8
Y-Δ	A	3 425	-5.8	3 423	-5.8
	B	3 646	-130.3	3 645	-130.3
	C	3 298	108.6	3 297	108.6
Δ-Y <sub>1</sub>	A	2 157	-34.2	2 155	-34.2
	B	1 936	-157.0	1 935	-157.0
	C	1 849	73.4	1 847	73.4
Y <sub>1</sub> -Δ	A	3 425	-5.8	3 423	-5.8
	B	3 646	-130.3	3 645	-130.3
	C	3 298	108.6	3 298	108.6

注: 变压器为降压型, 导线型号为三相四线制。

表 4 IEEE-13 节点测试系统计算结果

Table 4 Result of IEEE-13 test system

节点	标准计算结果 <sup>[24]</sup>			本文方法		
	幅值/p.u., 相角/(°)			幅值/p.u., 相角/(°)		
	A	B	C	A	B	C
650	1	1	1	1	1	1
	0	-120	120	0	-120	120
632	1.021 0	1.042 0	1.017 4	1.021 0	1.042 0	1.017 4
	-2.49	-121.72	117.83	-2.49	-121.72	117.83
633	1.018 0	1.040 1	1.014 8	1.018 0	1.040 1	1.014 8
	-2.56	-121.77	117.83	-2.56	-121.77	117.83
634	0.994 0	1.021 8	0.996 0	0.994 0	1.021 8	0.996 0
	-3.23	-122.22	117.34	-3.23	-122.22	117.34
645		1.032 9	1.0155		1.032 9	1.0155
		-121.90	117.86		-121.90	117.86
646		1.0311	1.0134		1.031 1	1.0134
		-121.98	117.90		-121.98	117.90
671	0.99	1.052 9	0.977 8	0.990 1	1.052 9	0.977 8
	-5.30	-122.34	116.02	-5.30	-122.34	116.02
692	0.99	1.052 9	0.977 8	0.990 1	1.052 9	0.977 8
	-5.30	-122.34	116.02	-5.30	-122.34	116.02
675	0.983 5	1.055 3	0.975 8	0.983 5	1.055 3	0.975 8
	-5.56	-122.52	116.03	-5.56	-122.52	116.03
684	0.988 1		0.975 8	0.988 1		0.975 8
	-5.32		115.92	-5.32		115.92
611			0.973 8			0.973 8
			115.78			115.78
680	0.99	1.052 9	0.977 8	0.99	1.053 0	0.977 8
	-5.30	-122.34	116.02	-5.30	-122.34	116.02
652	0.982 5			0.982 6		
	-5.25			-5.25		

图4、图5中的线路是IEEE-123测试系统中源于同一母线的两条分支线,无调压和无功补偿设备,负载相差很大,后者高达前者5倍以上。计算该系统的三相潮流,沿这两条线路的电压变化情况如图所示。各节点的三相电压分别逐渐降低,重载线路的电压降也远大于轻载线路,这与配电网的辐射状特点和电力系统的物理规律相符。

针对IEEE-8500测试系统,则选择两条长度相差很大的线路进行分析,两者负荷相差不大,其电压曲线分别见图6和图7。图7所示的是IEEE-8500测试系统中最长线路的一部分,虽经过两次无功补偿,其线路末端的电压幅值还远低于图6中的线路,这与配电网电压降落与线路长度相关的现状吻合。

此外,由于三相负荷严重不平衡,线路末端的电压会出现较大的差异。如图5中三相节点负荷为:266.17/125.29/212.72 kVA,负载最重的a相电压明显偏低;图6的末端节点的a、b相电压突然下降也是因为该节点的a相和b相均分别接入了一台单相配电变压器,其低压侧接入的负荷拉低了该相电压水平。

IEEE-123、IEEE-8500测试系统的所有计算电压同样与标准结果进行了对比,结果一致,进一步验证了本文算法的有效性和正确性,这里受限于篇幅,不作全部展示。

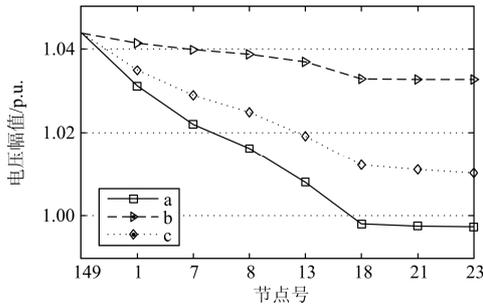


图4 IEEE-123 测试系统:轻载线路电压曲线

Fig. 4 IEEE-123 test system: voltage curves of a lightly line

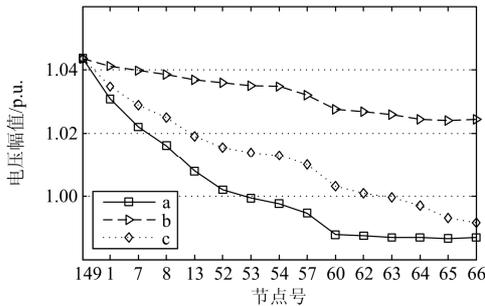


图5 IEEE-123 测试系统:重载线路电压曲线

Fig. 5 IEEE-123 test system: voltage curves of a heavily line

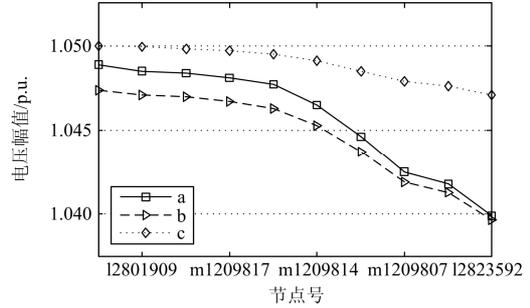


图6 IEEE-8500测试系统:短线路电压曲线

Fig. 6 IEEE-8500 test system: voltage curves of a short line

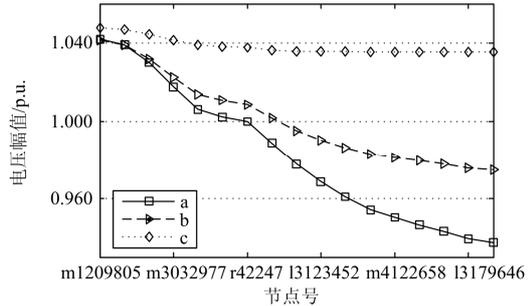


图7 IEEE-8500测试系统:长线路电压曲线

Fig. 7 IEEE-8500 test system: voltage curves of a long line

### 5.3 鲁棒性测试

测试IEEE-123系统对 $R/X$ 比值 $\lambda$ 和负载因子 $\mu$ 的敏感度,并对比文献[19]中所列举的三种基于相分量模型方法的计算结果。为避免混乱,以相分量法1、2、3对其进行表述。

表5中, $\lambda$ 为线路电阻的所乘系数,随着 $\lambda$ 增加, $R/X$ 比值增大,各方法的收敛性能均变差。相比之下,本文所提的方法受影响最小,迭代次数最终仅增加1次;而相分量三种方法对 $R/X$ 比值敏感度较大,迭代次数呈倍数增长, $\lambda=3$ 时,相分量法3需迭代22次才达到精度要求。

表5  $R/X$ 变化时的收敛特性

Table 5 Convergence characteristics with changes of  $R/X$

$\lambda$	本文方法	相分量法1	相分量法2	相分量法3
1	3	5	5	7
1.5	3	5	5	7
2	4	7	7	10
2.5	4	9	10	15
3	4	11	12	22

测试在不同负荷水平下算法的收敛性,负载因子定义 $\mu$ 如下:

$$P_D = \mu P_{D0}, \quad Q_D = \mu Q_{D0} \quad (41)$$

式中, $P_{D0}$ 、 $Q_{D0}$ 为基态下的有功负荷和无功负荷。

由表 6 看出, 随着负荷的增长, 算法的收敛次数没有明显的增加, 表现出良好的稳定性, 相比之下, 相分量法在系统重载时迭代次数增加很多。

表 6 负载因子变化时的收敛特性

Table 6 Convergence characteristics with changes of loading factor

$\mu$	本文方法	相分量法 1	相分量法 2	相分量法 3
0.5	3	5	5	8
0.75	3	5	6	10
1	3	7	6	11
1.25	3	7	6	12
1.5	3	7	7	13
1.75	3	10	9	18
2	4	11	11	23

### 5.4 计算效率测试

表 7 记录了不同系统三相潮流计算的迭代次数和计算时间, 相应的收敛曲线如图 8 所示。可见, 潮流计算的迭代次数并未完全随着系统规模增大而显著上升, 8500 节点的测试系统也仅需迭代 6 次便可收敛, 计算时间仅需 0.535 s, 表明算法具有极高的计算效率。

表 8 对比了 IEEE-8500 测试系统分别采用相分量和扩展对称分量模型的计算时间, 其中相分量模型又分别在牛顿法、前推回代法(BFS)两者方法下求解。由表 8 可见, 牛顿法求解非线性方程组的收敛性最强, 仅迭代 3 次达到收敛精度要求, BFS 每次的迭代计算速度快, 但迭代次数多, 总的计算时间最长。而所提算法在两者之间进行了很好的平衡: 虽迭代次数比牛顿法略多, 但是每次迭代的时间很少, 总体计算时间最少, 算法具有极高的计算效率, 特别适用于大规模配电网的三相潮流计算。

表 7 各测试系统计算时间

Table 7 Calculations time of different distributions

测试系统	迭代次数	计算时间
IEEE-13	5	0.000 3
IEEE-123	3	0.002 1
IEEE-8500	6	0.546

表 8 IEEE-8500 测试系统计算时间

Table 8 Calculations time of IEEE-8500 test system

方法	初始化	迭代次数	第一次迭代时间	其余每次迭代时间	总时间
牛顿法 <sup>[13]</sup>	0.144	3	0.243 1	0.134 5	0.656 1
BFS <sup>[13]</sup>	0.09	25	0.22	0.22	5.50
本文方法	0.108	6	0.073	0.073	0.546

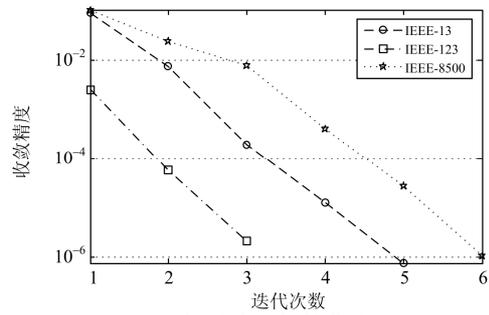


图 8 各系统的收敛曲线

Fig. 8 Convergence curves of different systems

## 6 结语

本文的主要工作是在序分量法的基础上, 重新推导了多相混合配电网中的序分量关系, 提出了一种完全序分量坐标下能高效处理变压器支路的前推回代方法。理论分析和仿真结果表明:

(1) 变压器采用完全序分量建模可避免部分组别三相变压器节点导纳矩阵的奇异问题, 实现了多相混合供电的配电系统中所有元件的序分量建模;

(2) 新推导的序分量统一转换方法, 使得单相、两相元件统一在前推回代法中进行计算, 表达清晰, 使用方便;

(3) 算法收敛特性好, 对线路 R/X 比值、系统负载程度不敏感, 计算效率极高, 适用于大规模不对称配电系统。

### 参考文献

- [1] 张鹏, 罗建, 吉畅, 等. 低压配电网三相不平衡负载参数的辨识方法研究[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(24): 90-95.  
ZHANG Peng, LUO Jian, JI Chang, et al. Three-phase unbalanced load parameters identification of low voltage power utilization network[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(24): 90-95.
- [2] 盛万兴, 宋晓辉. 单相混合供电模式[M]. 北京: 中国电力出版社, 2010: 1-4.
- [3] ALAM M J E, MUTTAQI K M, SUTANTO D. A three-phase power flow approach for integrated 3-wire MV and 4-wire multigrounded LV networks with rooftop solar PV[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(2): 1728-1737.
- [4] 陈洁, 杨秀, 朱兰, 等. 考虑三相潮流的微网经济运行研究[J]. 电力系统保护与控制, 2013, 41(7): 14-22.  
CHEN Jie, YANG Xiu, ZHU Lan, et al. Research on microgrid economic operation considering three-phase power flow[J]. Power System Protection and Control, 2013, 41(7): 14-22.
- [5] 陈丽, 张晋国, 苏海峰. 考虑并网光伏电源出力时序特性的配电网无功规划[J]. 电工技术学报, 2014, 29(12): 120-127.

- CHEN Li, ZHANG Jinguo, SU Haifeng. Reactive power planning for distribution system with grid-connected photovoltaic system considering time-sequence characteristics[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(12): 120-127.
- [6] 王守相, 李继平, 王成山, 等. 配电网三相潮流算法比较研究[J]. 电力系统及其自动化学报, 2000, 12(2): 26-31.
- WANG Shouxiang, LI Jiping, WANG Chengshan, et al. Comparison and research on three-phase power flow methods for distribution systems[J]. Proceedings of the CSU-EPSS, 2000, 12(2): 26-31.
- [7] 辛业春, 李国庆, 王朝斌. 无功和三相负荷不平衡的序分量法补偿控制[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(14): 72-78.
- XIN Yechun, LI Guoqing, WANG Chaobin. Compensation control of reactive power and three-phase unbalance load based on[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(14): 72-78.
- [8] 李红伟, 李云峰, 马海斌, 等. 一种基于回路分析法的弱环配电网潮流直接算法[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(22): 6-10.
- LI Hongwei, LI Yunfeng, MA Haibin, et al. A direct power flow algorithm for weakly meshed distribution system based on loop-analysis method[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(22): 6-10.
- [9] CHENG C S, SHIRMOHAMMADI D. A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1995, 10(2): 671-679.
- [10] 陈树恒, 党晓强, 李兴源. 基于广义注入电流节点模型的配电网潮流计算[J]. 电力系统保护与控制, 2013, 41(6): 19-24.
- CHEN Shuheng, DANG Xiaoqiang, LI Xingyuan. Power flow method for distribution network based on generalized injecting current node model[J]. Power System Protection and Control, 2013, 41(6): 19-24.
- [11] 颜伟, 杨焕燕, 赵霞, 等. 中性点不接地配网的三相潮流模型[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(19): 135-141.
- YAN Wei, YANG Huanyan, ZHAO Xia, et al. Three-phase power flow model for ungrounded distribution networks[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(19): 135-141.
- [12] 孟晓丽, 唐巍, 刘永梅, 等. 大规模复杂配电网三相不平衡潮流并行计算方法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(13): 45-51.
- MENG Xiaoli, TANG Wei, LIU Yongmei, et al. Parallel computing of three-phase unbalanced power flow in large-scale complex distribution network[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(13): 45-51.
- [13] ILHAN K, JEAN M, ULSA K, et al. Multiphase load-flow solution for large-scale distribution systems using MANA[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2014, 29(2): 908-915.
- [14] CHEN T H, CHEN M S, INOUE T, et al. Three phase cogenerator and transformer models for distribution system analysis[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1991, 6(4): 1671-1681.
- [15] BARAN M E, STATON E A. Distribution transformer models for branch current based feeder analysis[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1997, 12(2): 698-703.
- [16] KERSTING W H, PHILLIPS W H, CARR W. A new approach to modeling three-phase transformer connections[J]. IEEE Transactions on Industrial Application, 1999, 35(1): 169-175.
- [17] KERSTING W H. Distribution system modeling and analysis[M]. BocaRaton, FL: CRC Press, 2002.
- [18] WANG Z, CHEN F, LI J. Implementing transformer nodal admittance matrices into backward/forward sweep-based power flow analysis for unbalanced radial distribution systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(4): 1831-1836.
- [19] PENG X, YU D C, YAN W. A unified three-phase transformer model for distribution load flow calculations[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2006, 21(1): 153-159.
- [20] IZUDIN D, HANS-THEO N, MICHEL G, et al. Three-phase power flow in distribution networks using Fortescue transformer[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(2): 1027-1034.
- [21] FORTESCUE C L. Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks[C] // Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers, Atlantic City, America, 1918.
- [22] ARRILLAGA J, WATSON N R. Computer modeling of electrical power systems[M]. Second Edition. New York: Wiley, 2001.
- [23] KERSTING W H. Radial distribution test feeders, Proceeding[C] // IEEE Power Eng Soc Winter Meeting, 2000.
- [24] IEEE Test Feeder[EB/OL]. [2013-08-07]. <http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders/index.html>.

收稿日期: 2015-04-03; 修回日期: 2015-12-20

作者简介:

李佩杰(1984-), 男, 博士, 副教授, 研究方向为最优化理论在电力系统小干扰稳定中的应用、电力系统稀疏、并行计算; E-mail: beyondpeijie@163.com

罗翠云(1989-), 女, 通信作者, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统最优化; E-mail: 441353342@qq.com

白晓清(1969-), 女, 博士, 副教授, 主要研究方向为电力系统最优化。

(编辑 姜新丽)