

一种基于修正相角差的傅氏测频算法

吴梓亮¹, 李银红¹, 李明², 李婧靓²

(1. 强电磁工程与新技术国家重点实验室(华中科技大学), 湖北 武汉 430074;

2. 南方电网科学研究院, 广东 广州 510080)

摘要: 基于相角差的传统傅氏测频算法所采用的相角差无法正确反映真实相角差, 导致计算结果存在原理误差。提出了一种基于修正相角差的傅氏测频算法。利用相角差作为中间量, 通过修正因子对相角差进行修正, 消除传统傅氏算法的原理误差。算法保留了傅氏算法不敏感于噪声和谐波的良好特性。同时, 采用基于二次插值技术的采样序列迭代修正方法, 克服传统测频算法速度与精度无法兼得的矛盾。仿真结果表明相比于传统傅氏算法, 在相同的硬件环境下, 该算法的运算速度及测量精度均有提高。

关键词: 电力系统; 频率测量; 傅氏算法; 相角差; 修正因子; 二次插值; 采样序列迭代修正

Fourier frequency measurement algorithm based on modified phasor angle difference

WU Ziliang¹, LI Yinhong¹, LI Ming², LI Jingjing²

(1. State Key Laboratory of Advanced Electromagnetic Engineering and Technology (Huazhong University of Science and Technology), Wuhan 430074, China; 2. Electric Power Research Institute, CSG, Guangzhou 510080, China)

Abstract: The phasor angle difference applied in traditional Fourier frequency measurement algorithm cannot correctly reflect the real difference, resulting the principle error. Therefore, Fourier frequency measurement algorithm based on modified phasor angle difference is proposed. As phasor angle, which acts as intermediate variable, is amended by correction factor, and the theoretical error of traditional Fourier algorithm is eliminated. The algorithm is not sensitive to the noise and harmonics, which is inherited from Fourier algorithm. Besides, to overcome the paradox that traditional iterative algorithm cannot have both accuracy and speed, quadratic interpolation technology is adopted for revising the sample sequences. Simulation results show that, compared with the traditional Fourier algorithm, both computing speed and accuracy of the proposed algorithm are improved under the same hardware environment.

Key words: power system; frequency measurement; Fourier algorithm; phasor angle difference; correction factor; quadratic interpolation; sampling sequence iteration

中图分类号: TM71

文献标识码: A

文章编号: 1674-3415(2015)13-0111-07

0 引言

频率是衡量电能质量的重要指标, 也是实施电力系统稳定控制的重要状态变量, 其精确快速测量对于保证电力系统的安全、经济运行具有至关重要的作用。

频率测量算法一般有傅氏算法^[1-8]、小波分析法^[9]、过零点法、信号去调制法^[10-11]、函数解析法^[12]、函数逼近算法^[13-14](如最小二乘法、卡尔曼滤波算法)及人工神经网络法等^[15-16]。其中, 傅氏算法具有原理相对简单、不敏感于整次谐波分量的特性, 在频率测量中

得到广泛的研究及应用。

传统的傅氏算法利用相角差求得真实频率。但该算法在利用傅里叶变换求取相角过程中, 采用系统频率近似替代真实频率, 所得的相角差无法正确反映真实的相角差, 导致该算法存在原理误差。由于此误差的存在, 为获得较精确的测量值, 传统傅氏算法^[6]需要额外增加较长时间(一个到两个周期)以等待相角拉开, 直接影响了算法的快速性。针对上述原理误差, 文献^[6]做了一定的改进, 提高了算法的精度, 但却牺牲了更多的快速性。

本文提出了一种基于修正相角差的傅氏测频算法。该算法利用相角作为中间量, 对相角差进行修正, 解决了传统傅氏算法相角测量存在原理误差的

问题, 并保留了傅氏算法抑制噪声及谐波的良好特性。同时, 采用基于二次插值技术的采样序列迭代修正方法, 使采样时间及算法精度趋于最优配合。与传统傅氏算法相比, 在相同的硬件环境下, 本文算法运算速度及测量精度均有提高。

1 傅氏测频算法的基本原理

假设原始电压信号中仅含有基频分量, 满足式(1)。

$$u(t) = U_m \sin(2\pi ft + \varphi_0) \quad (1)$$

式(1)中: U_m 、 φ_0 为原始电压信号基频分量的幅值及初相角; f 为原始电压信号的真实频率。采样时间间隔为 T_s 。 U_m 及 f 在测量过程中保持不变。

令相角 $\varphi(t) = 2\pi ft + \varphi_0$, 假设经过时间差 Δt 后, 电压的相角差为 $\Delta\varphi$, 则有

$$\Delta\varphi = 2\pi f \Delta t \quad (2)$$

从上式可以看出, 如果能够准确测量 $\Delta\varphi$, 显然真实频率 f 可以精确求得。因此, $\Delta\varphi$ 的精确测量是求解 f 的关键。

由电压相量的性质可知, 原始电压信号的相角 φ 与其实部和虚部之间存在下述关系:

$$\varphi = \arctan \frac{U_I}{U_R} \quad (3)$$

其中, U_R 、 U_I 为原始电压信号的实部模值及虚部模值。

U_R 、 U_I 可以通过傅氏变换来确定。由于真实频率未知, 只能事先假定真实频率为系统额定频率 f_0 , 在一个系统周期 T_0 ($T_0 = 1/f_0$) 内, 对应时间窗为 $[0, T_0]$, 对原始电压信号进行傅里叶分析。可以确定原始电压信号的实部模值 U_{R1} 及虚部模值 U_{I1} 。其中用 Δf 表示频差, $\Delta f = f - f_0$ 。

$$\begin{aligned} U_{R1} &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} u(t) \sin(2\pi f_0 t) dt = \\ &= \frac{2U_m}{T_0} \int_0^{T_0} \sin(2\pi ft + \varphi_0) \sin(2\pi f_0 t) dt = \\ &= \frac{2U_m f_0}{\pi T_0 (f^2 - f_0^2)} \cdot \cos(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0) \sin(\pi \Delta f T_0) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} U_{I1} &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} u(t) \cos(2\pi f_0 t) dt = \\ &= \frac{2U_m}{T_0} \int_0^{T_0} \sin(2\pi ft + \varphi_0) \cos(2\pi f_0 t) dt = \\ &= \frac{2U_m f}{\pi T_0 (f^2 - f_0^2)} \cdot \sin(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0) \sin(\pi \Delta f T_0) \end{aligned} \quad (5)$$

得到此时电压相量的初始相角为

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \arctan \frac{U_{I1}}{U_{R1}} = \\ &= \arctan \left(\frac{\sin(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0)}{\cos(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0)} \cdot \frac{f}{f_0} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

将时间窗向前推进。假设前推 m 点, 即在时间窗内 $[mT_s, T_0 + mT_s]$, 对原始电压信号进行傅里叶分析, 可以确定相应的实部模值 U_{R2} 及虚部模值 U_{I2} 。

$$\begin{aligned} U_{R2} &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} u(t + mT_s) \sin(2\pi f_0 t) dt = \\ &= \frac{2U_m f_0}{\pi T_0 (f^2 - f_0^2)} \cdot \cos(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0 + 2\pi f m T_s) \sin(\pi \Delta f T_0) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} U_{I2} &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} u(t + mT_s) \cos(2\pi f_0 t) dt = \\ &= \frac{2U_m f}{\pi T_0 (f^2 - f_0^2)} \cdot \sin(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0 + 2\pi f m T_s) \sin(\pi \Delta f T_0) \end{aligned} \quad (8)$$

此时电压相量的相角为

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \arctan \frac{U_{I2}}{U_{R2}} = \\ &= \arctan \left(\frac{\sin(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0 + 2\pi f m T_s)}{\cos(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0 + 2\pi f m T_s)} \cdot \frac{f}{f_0} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

式(7)、式(8)中运用的算法是时不变型全周傅氏算法, 这种算法随时间的变化其初始相位也不断变化, 每经过时间 T_s , 初始相位增加 $2\pi f T_s$ 。因此, 向前推进 m 点后, 两个时刻的相角之差应该为 $2\pi f m T_s$ 。

由式(6)及式(9)得, 传统的傅氏算法求得的相角之差实质为

$$\begin{aligned} \varphi_2 - \varphi_1 &= \arctan \left(\frac{\sin(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0 + 2\pi f m T_s)}{\cos(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0 + 2\pi f m T_s)} \cdot \frac{f}{f_0} \right) - \\ &= \arctan \left(\frac{\sin(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0)}{\cos(\pi \Delta f T_0 + \varphi_0)} \cdot \frac{f}{f_0} \right) \neq 2\pi f m T_s \end{aligned} \quad (10)$$

由此可见, 若 $f \neq f_0$, 传统傅氏算法计算所得的相角差无法正确反映真实相角之差, 存在原理误差, 由式(2)所估算的频率也必然存在误差。

2 基于修正相角差的傅氏测频算法

本文提出一种基于修正相角差的傅氏测频算法, 消除传统算法的原理误差。

2.1 引入修正因子

针对上述相角差存在的原理误差, 本文采用以下修正方式。

令式(6)中的 (U_{II} / U_{R1}) 乘以修正因子 r 。其中

$$r = \frac{f_0}{f} \quad (11)$$

则电压相量的初始相角修正为

$$\bar{\varphi}_1 = \arctan \frac{U_{II} f_0}{U_{R1} f} = \pi \Delta f T_0 + \varphi_0 \quad (12)$$

同样的, 令式(9)中的 (U_{I2} / U_{R2}) 乘以修正因子 r 。则向前推进 m 点后得到的相角修正为

$$\bar{\varphi}_2 = \arctan \frac{U_{I2} f_0}{U_{R2} f} = \pi \Delta f T_0 + \varphi_0 + 2\pi f m T_s \quad (13)$$

引入修正因子后, 两修正相角之差如下所示

$$\bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_1 = \arctan \frac{U_{I2} f_0}{U_{R2} f} - \arctan \frac{U_{II} f_0}{U_{R1} f} = 2\pi f m T_s \quad (14)$$

由上式可见, 引入修正因子后, 修正的相角之差与真实相角之差完全相等, 消除了传统算法的原理误差。

由于修正因子中的 f 为未知量, 式(14)中的 $\bar{\varphi}_1$ 及 $\bar{\varphi}_2$ 仍然难以直接确定, 本文采用前推多点的方法解决该问题。

2.2 前推多点求解频率

将时间窗前推 n 点及 $m+n$ 点, 分别运用时不变型全周傅氏算法对原始电压信号分析, 可以确定相应的修正相角 $\bar{\varphi}_3$ 及 $\bar{\varphi}_4$

$$\bar{\varphi}_3 = \arctan \frac{U_{I3} f_0}{U_{R3} f} = \pi \Delta f T_0 + \varphi_0 + 2\pi f n T_s \quad (15)$$

$$\bar{\varphi}_4 = \arctan \frac{U_{I4} f_0}{U_{R4} f} = \pi \Delta f T_0 + \varphi_0 + 2\pi f (n+m) T_s \quad (16)$$

其中: U_{R3} 、 U_{I3} 分别为时间窗前推 n 点的实部模值及虚部模值; U_{R4} 、 U_{I4} 分别为时间窗前推 $m+n$ 点的实部模值及虚部模值。

显然有

$$\bar{\varphi}_3 - \bar{\varphi}_1 = \bar{\varphi}_4 - \bar{\varphi}_2 = 2\pi f n T_s \quad (17)$$

即

$$\begin{aligned} \arctan \frac{U_{I3} f_0}{U_{R3} f} - \arctan \frac{U_{II} f_0}{U_{R1} f} &= \\ \arctan \frac{U_{I4} f_0}{U_{R4} f} - \arctan \frac{U_{I2} f_0}{U_{R2} f} & \end{aligned} \quad (18)$$

利用三角恒等变换求解式(18), 得到三次前推的频率测量公式

$$f = f_0 \sqrt{\frac{|a-b|}{|c-d|}} \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= U_{I3} U_{II} (U_{I4} U_{R2} - U_{R4} U_{I2}) \\ b &= U_{I4} U_{I2} (U_{I3} U_{R1} - U_{R3} U_{II}) \\ c &= U_{R4} U_{R2} (U_{I3} U_{R1} - U_{R3} U_{II}) \\ d &= U_{R3} U_{R1} (U_{I4} U_{R2} - U_{R4} U_{I2}) \end{aligned} \quad (20)$$

如果 $n=2m$, 则只需将时间窗前推 m 点及 n 点即可确定频率。

此时, 修正的相角差的关系为

$$\bar{\varphi}_3 - \bar{\varphi}_2 = \bar{\varphi}_4 - \bar{\varphi}_1 = 2\pi f m T_s \quad (21)$$

得两次前推的频率测量公式

$$f = f_0 \sqrt{\frac{|p|}{|q|}} \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} p &= U_{I2} (2U_{I3} U_{II} U_{R2} - U_{I2} U_{II} U_{R3} - U_{I3} U_{I2} U_{R1}) \\ q &= U_{R2} (2U_{R3} U_{R1} U_{I2} - U_{R2} U_{R1} U_{I3} - U_{R3} U_{R2} U_{II}) \end{aligned} \quad (23)$$

3 算法特点

从上述分析可见, 本文提出的算法有以下五个特点。

(1) 无原理误差。本算法利用修正因子对相角进行修正, 使得修正的相角之差能够正确反映真实的相角之差, 解决了传统傅氏算法利用相角差求解频率存在原理误差的问题。

(2) 计算速度快。当系统处于正常运行状态, 电压信号为纯正弦波时, m 、 n 取 1, 只需前推两点即可求得频率, 所需时间约为一个周期。当信号带谐波或噪声时, 可适当增大 m 、 n , 以增大相角差, 增加的时间约为 1/4 个周期, 即可达到较高精度, 速度上较传统算法有较大的提升。

(3) 抗干扰能力强。本算法作为修正的傅氏算法, 其抵抗噪声及谐波的良好特性得以保留。

(4) 量测范围广。由于本算法的频率测量公式无原理误差且对频差 Δf 不敏感, 精度能在较大的范围内得到满足。

(5) 算法灵活。本算法可以根据实际需要灵活决定采用的 m 、 n 的取值。此外, 由于修正的相角之差无误差, 可以利用相角进行更灵活的变换。如上述分析中, 获取第 4 组数据时, 时间窗并不一定要前推 $m+n$ 点, 可以前推大于 m 的任意整数点, 如 k , 则式(21)的等式关系变为 $\frac{\bar{\varphi}_3 - \bar{\varphi}_1}{n} = \frac{\bar{\varphi}_4 - \bar{\varphi}_2}{k-m}$ 。

4 算法误差分析

前面给出了傅氏算法利用修正的相角差实现频率无原理误差测量的基本思路。然而, 实际实现时, 以下四种情况仍会引入误差。其一, 傅氏算法中的

积分运算通常用离散的采样值累加来代替,这种做法会带来误差。其二,傅氏算法滤除整次谐波的特性是针对预设的频率而言,当频率相对预设频率发生偏移时,谐波的频率也会发生偏移。针对预设的频率傅氏算法对偏离的谐波分量的抑制能力有所减弱,必然也会引入误差。其三,利用式(19)、式(22)进行测频时,需要进行开根号运算,实际应用中微处理器必须对开根号进行简化处理,会引入误差。其四,式(19)、式(22)根号中分母过零点时会引起测频失败。

针对前两种误差,一般采用自适应调整采样间隔的方法^[6]来提高精度,这种方法以前一周周期测量得到的频率作为本次计算的预设频率,根据预设频率自适应调整本周期的采样间隔。该方法精度高,但需要经过多个周期才能得到准确频率,耗时较长。

有文献提出了基于修正采样序列的测频方法^[8],具有耗时短的优点。但是,该文献采用线性插值法,不能很好地拟合曲线,且仅进行一次修正,精确度有待提高。针对上述问题,本文采用二次插值技术修正采样序列,能够更准确地拟合曲线,并进行多次的迭代修正,提高算法的精确度。本文所提方法的基本思路如下。

假设采样频率不变。前一次计算所得的估计频率为 f_e , 对应的采样点数为 $N = \text{fix}(N_0 f_0 / f_e)$, f_0 表示系统额定频率, N_0 为每系统额定周期 $T_0 = 1 / f_0$ 的采样点数, $\text{fix}()$ 为四舍五入取整函数。根据自适应调整采样间隔方法的思路,采样时间间隔应调整为 $1 / N f_e$ 。本文不通过调整采样间隔重新采样来获得新的采样点,而是采用二次插值技术来获取对应的采样点。

$$\begin{aligned}
 u_1 &= u_1 \\
 u_i &= \left(\frac{iN_0 f_0}{N f_e} - i\right) \left(\frac{iN_0 f_0}{N f_e} - i - 1\right) \frac{u_{i-1}}{2} - \\
 &\quad \left(\frac{iN_0 f_0}{N f_e} - i + 1\right) \left(\frac{iN_0 f_0}{N f_e} - i - 1\right) u_i + \quad (24) \\
 &\quad \left(\frac{iN_0 f_0}{N f_e} - i\right) \left(\frac{iN_0 f_0}{N f_e} - i + 1\right) \frac{u_{i+1}}{2} \\
 &\quad i = 2, 3, \dots, N
 \end{aligned}$$

式中: u_i 为插值前的采样序列; u_i 为插值后的采样序列。

运用傅里叶变换的离散化可以确定 U_R 、 U_I 。

$$U_R = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N u_i \sin\left(\frac{2i\pi}{N}\right) \quad (25)$$

$$U_I = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N u_i \cos\left(\frac{2i\pi}{N}\right) \quad (26)$$

由式(24)~式(26)可见,当 $f_e > f_0$ 时,本算法从第二次迭代开始所需要的采样点数 N 小于 N_0 ; 当 $f_e < f_0$ 时,本文算法需要的采样点数 N 大于 N_0 , 因此采样时间会稍有增加。

本文算法流程如图 1 所示。

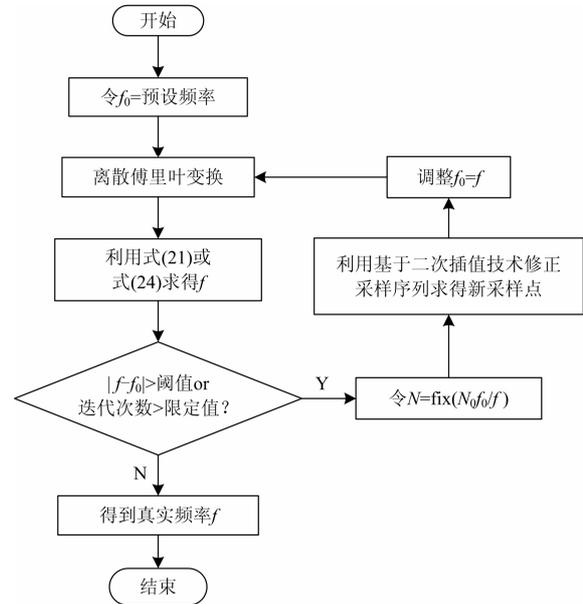


图 1 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of the algorithm

通过修正采样序列来调整采样频率,使得采样频率为之前一次估计的基波频率的整数倍,减小由频谱泄露所产生的误差;仅需一个周期的采样数据,精度与自适应调整采样间隔的方法相当,是一种较优的处理方法。

需要注意的是,对于积分的离散处理带来的误差,可以通过提高采样频率来减小;而傅氏算法无法完全滤除偏移的谐波分量带来的误差,必须要通过调整采样间隔或引入迭代算法等手段来减小。

对于第三种误差的大小,取决于微处理器采用了何种简化处理方法。经测试,如果将 \sqrt{x} 在 $x_0 = 1$ 处进行泰勒展开,泰勒展开截的断项数取前 4 项即可使误差小于 0.000 1;若采用牛顿迭代法,令结束迭代的条件为偏差小于 0.000 1,一般迭代 5 次以内也可以达到条件。两种简化处理方法耗时基本可以忽略。

针对第四种分母过零点的误差,可利用等比定理将根号内的分子和分母分别进行绝对值相加^[12],不仅可以消除分母过零点的影响,还能起到抑制噪声的作用。

5 算例

预设频率取系统频率 $f_0 = 50 \text{ Hz}$, 系统为定步长采样, 采样周期 $T_s = 1/f_0 N_0$, 其中 $N_0 = 48$ 。离散傅里叶变换采用矩形面积求和方式。算法结束的门槛为: 最后两次计算所得的测量频率偏差小于 0.002 Hz , 或迭代次数等于 20 。计算本身耗时约 0.5 ms 。

5.1 信号仅含基波分量

假设电压信号为 $u(t) = U_m \sin(2\pi ft + \varphi_0)$, U_m 及 φ_0 随机选取。

5.1.1 与传统算法比较

本算例中, U_m 为 220 V , φ_0 随机选取, m 、 n 均取为 1 。利用本文提出的频率测量公式, 比较文献[6]中的传统算法与本文算法。结果如表 1。

表 1 传统算法与本文算法的比较

Table 1 Comparison between traditional algorithm and the proposed algorithm

真实频率/Hz	传统算法			本文算法		
	测量频率/Hz	绝对误差/Hz	耗时/ms	测量频率/Hz	绝对误差/Hz	耗时/ms
45	44.573 8	0.426 2	40	45.000 0	0.000 0	22.7
47	47.112 1	0.112 1	40	47.000 0	0.000 0	21.8
49	48.981 7	0.018 3	40	49.001 1	0.001 1	20.9
50	50.000 0	0.000 0	40	50.000 0	0.000 0	20.5
52	51.961 8	0.038	40	52.000 3	0.000 3	20.5
54	53.753 9	0.246 1	40	54.001 6	0.001 6	20.5
56	56.371 7	0.371 7	40	56.002 6	0.002 6	20.5

从表中可以看出:

(1) 传统算法需要额外增加时间(通常为一个周期到两个周期), 等待相角拉开一定角度, 才能得到较为准确的频率值, 如当真实频率为 47 Hz 时, 传统算法需要经过两个周期才能获得较准确的值; 本文算法在纯正弦波的情况下, 无需等待相角拉开, 只需约一个周期的采样数据, 即可准确测量频率。

(2) 传统算法误差随着频差增大而增大, 本文算法基本不受影响。

(3) 当真实频率小于预设频率 50 Hz , 本文算法所需时间会稍有增加。这是由于本文采用修正采样序列的方法来调整采样间隔, 当真实频率小于预设频率, 即真实的周期大于预设周期时, 根据预设频率采样一个周期得到的数据不足一个真实周期实际需要采样的数据, 因此需要增加部分采样点, 采样时间会有所增加。如当真实频率为 45 Hz

时, 采样一个周期所需要的时间为 $1 \times 1000 / 45 \approx 22.2 \text{ ms}$, 加上计算本身所需的 0.5 ms , 本文算法耗时约 22.7 ms 。

5.1.2 测频范围检验

文献[6]中传统算法的原理决定了其误差随着频差增大而增大, 当频差大到一定程度时(一般为 6 Hz)会引起测频失败。本算例中, 随机选取 U_m 为 230 V , φ_0 随机选取。采用本文提出的频率测量公式, m 、 n 均取 1 。真实频率的变化范围为 $1 \sim 180 \text{ Hz}$ 。测量结果如表 2。

表 2 测频范围检验仿真结果

Table 2 Simulation results of frequency measurement for range testing

真实频率/Hz	测量频率/Hz	绝对误差/Hz	相对误差/%	迭代次数
1	1.000 0	0.000 0	0.000 0	4
5	5.000 0	0.000 0	0.000 0	4
10	10.000 0	0.000 0	0.000 0	5
25	25.000 0	0.000 0	0.000 0	4
50	50.000 0	0.000 0	0.000 0	1
75	75.000 5	0.000 5	0.000 7	5
100	99.999 9	0.000 1	0.000 1	8
150	149.998 0	0.002 0	0.001 3	7
180	179.996 8	0.003 2	0.001 7	7

由表 2 可以看出:

(1) 本文算法对频差不敏感, 算法在较大范围内适用。

(2) 本算例中的迭代次数及相对误差随着频率增大而有所增加, 误差来源是对积分进行离散处理时, 随着真实频率变高, 采样频率与真实频率比值变小而引起的, 如果采样频率足够高, 误差会进一步减小。

从以上两个算例可见, 与传统算法比较, 本文提出的算法在速度、精度和测量范围方面都有较大的提升。

5.2 信号含有谐波分量

假设电压信号为

$$u(t) = U_m \sin(2\pi ft + \varphi_0) + 0.11U_m \sin(3 \times 2\pi ft + \varphi_1) + 0.3U_m \sin(5 \times 2\pi ft + \varphi_2)$$

U_m 、 φ_0 、 φ_1 、 φ_2 均随机选取。 m 、 n 均取 6 。利用本文提出的两次前推频率测量公式, 比较文献[6]中的传统算法与本文算法。

测量结果如表 3。

表3 传统算法与本文算法的比较
Table 3 Comparison between traditional algorithm and the proposed algorithm

真实频率/Hz	传统算法			本文算法		
	测量频率/Hz	绝对误差/Hz	耗时/ms	测量频率/Hz	绝对误差/Hz	耗时/ms
45	44.519 6	0.480 4	40	45.002 0	0.002 0	27.7
47	47.209 6	0.209 6	40	47.001 1	0.001 1	26.8
49	48.978 8	0.021 2	40	49.001 0	0.001 0	25.9
50	50.000 0	0.000 0	40	50.000 0	0.000 0	25.5
52	52.045 4	0.045 4	40	52.000 4	0.000 4	25.5
54	54.254 0	0.254 0	40	54.002 0	0.002 0	25.5
56	56.545 3	0.545 3	40	56.002 7	0.002 7	25.5

由表3可见,当原始电压信号含高次谐波时,将 m 、 n 取值适当增大以拉开相角差,本算法的测量结果仍具有较高的精度。

m 、 n 取值增大后使采样时间有所增加,本算例相对于增加了 $2 \times 6 \times (20 / 48) = 5$ ms,再加上计算本身所需的0.5 ms,本算法速度相对传统测频算法仍有较大优势。

5.3 信号含有噪声

假设电压信号为

$$u(t) = U_m \sin(2\pi ft + \varphi_0) + 0.3U_m \sin(3 \times 2\pi ft + \varphi_1) + 0.25U_m \sin(5 \times 2\pi ft + \varphi_2) + 0.1U_m \sin(7 \times 2\pi ft + \varphi_3) + 0.1 + \xi$$

其中: ξ 为45 dB的零均值高斯白噪声; U_m 、 φ_0 、 φ_1 、 φ_2 、 φ_3 均随机选取。 m 、 n 均取6。利用本文提出的两次前推频率测量公式,比较文献[6]中的传统算法与本文算法。测量结果如表4。

由表4可见,当原始电压信号含谐波及噪声时,

表4 传统算法与本文算法的比较

Table 4 Comparison between traditional algorithm and the proposed algorithm

真实频率/Hz	传统算法			本文算法		
	测量频率/Hz	绝对误差/Hz	耗时/ms	测量频率/Hz	绝对误差/Hz	耗时/ms
45	44.509 4	0.490 6	60	45.064 7	0.064 7	28.7
47	47.264 3	0.264 3	60	47.051 4	0.051 4	27.8
49	49.117 9	0.117 9	40	49.006 7	0.006 7	26.9
50	49.982 7	0.017 3	40	50.010 8	0.010 8	26.5
52	52.088 2	0.088 2	40	51.998 0	0.002 0	26.5
54	53.655 8	0.344 2	40	54.026 5	0.026 5	26.5
56	55.366 4	0.633 6	40	55.962 3	0.037 7	26.5

本算法误差相对于传统算法误差降低了约一个数量级,且运算速度并未受噪声影响而有所下降。考虑到实际电力系统中的噪声通常在50~70 dB之间^[6],故此时测频算法受到的影响将更小。

6 结论

本文提出的基于修正相角差的傅氏测频算法,通过引入修正因子及进行二次插值处理,实现了频率的精确快速测量。该算法具有计算量小、耗时短、精度高等特点,且不需要任何附加的硬件测频电路,具有较高的实用性及可靠性。

本文方法虽然由全周傅氏算法推导出来,但是利用修正相角差消除传统算法误差的思想同样适用于傅氏算法的衍生算法,如半波傅氏算法,小矢量法等。

参考文献

- [1] MACII D, PETRI D, ZORAT A. Accuracy analysis and enhancement of DFT-based synchrophasor estimators in off-nominal conditions[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(10): 2653-2664.
- [2] 曾博, 滕召胜, 周毅波. 改进FFT非稳态电力谐波分析及应用[J]. 电工技术学报, 2012, 27(11): 256-262. ZENG Bo, TENG Zhaosheng, ZHOU Yibo. Power system harmonic analysis under nonstationary situations and its application based on improved FFT method[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2012, 27(11): 256-262.
- [3] 朱旻捷, 张君, 秦虹, 等. 一种基于实时数据误差补偿的傅立叶测频算法[J]. 电力系统保护与控制, 2009, 37(22): 44-48. ZHU Minjie, ZHANG Jun, QIN Hong, et al. An improved Fourier frequency measurement algorithm based on error compensation by real-time data model[J]. Power System Protection and Control, 2009, 37(22): 44-48.
- [4] 叶芳, 焦彦军, 周丹, 等. 一种基于傅立叶算法的高精度测频方法[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(8): 44-48. YE Fang, JIAO Yanjun, ZHOU Dan, et al. A high-accuracy algorithm of frequency measurement based on Fourier algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(8): 44-48.
- [5] 李一泉, 何奔腾. 一种基于傅氏算法的高精度测频方法[J]. 中国电机工程学报, 2005, 26(2): 78-81. LI Yiquan, HE Benteng. A high-accuracy algorithm for

- measuring frequency of power system based on Fourier filter[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 26(2): 78-81.
- [6] 磨少清, 李啸骢. 一种高精度的改进傅立叶测频方法[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(12): 48-54.
MO Shaoqing, LI Xiaocong. An improved high-accuracy algorithm for frequency measurement based on Fourier transform[J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(12): 48-54.
- [7] 温和, 滕召胜, 王永, 等. 改进加窗插值 FFT 动态谐波分析算法及应用[J]. 电工技术学报, 2012, 27(12): 270-277.
WEN He, TENG Zhaosheng, WANG Yong, et al. Improved windowed interpolation FFT algorithm and application for power harmonic analysis[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2012, 27(12): 270-277.
- [8] 唐建辉, 胡敏强, 吴在军, 等. 一种基于修正采样序列的电力系统频率测量方法[J]. 电力系统及其自动化学报, 2004, 16(6): 52-54.
TANG Jianhui, HU Minqiang, WU Zaijun, et al. Algorithm for measuring frequency of power system based on modified sampled sequence[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2004, 16(6): 52-54.
- [9] REN Jinfeng, KEZUNOVIC M. Real-time power system frequency and phasors estimation using recursive wavelet transform[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2011, 26(3): 1392-1402.
- [10] 周伟, 牟龙华. 一种基于 $\alpha\beta$ 与 dq 坐标变换的频率检测算法[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(1): 62-67.
ZHOU Wei, MU Longhua. A frequency detection algorithm based on $\alpha\beta$ and dq coordinate transformation[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(1): 62-67.
- [11] 赵仁德, 马帅, 李海舰, 等. 基于强跟踪滤波器的电力系统频率测量算法[J]. 电力系统保护与控制, 2013, 41(7): 54-59.
ZHAO Rende, MA Shuai, LI Hai-jian, et al. Strong tracking filter based frequency-measuring algorithm for power system[J]. Power System Protection and Control, 2013, 41(7): 54-59.
- [12] XU Qingqiang, SUONAN Jiale, GE Yaozhong. Real-time measurement of mean frequency in two-machine system during power swings[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2004, 19(3): 1018-1023.
- [13] REN Jinfeng, KEZUNOVIC M. A hybrid method for power system frequency estimation[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2012, 27(3): 1252-1259.
- [14] 刘亚栋, 杨洪耕, 马超, 等. 一种频率信号的自适应测量法[J]. 电工技术学报, 2012, 27(11): 263-270.
LIU Yadong, YANG Honggeng, MA Chao, et al. An adaptive measuring method for frequency signal[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2012, 27(11): 263-270.
- [15] 徐志钮, 律方成. 结合频率信息的相关函数法用于介质损耗的测量[J]. 电力系统保护与控制, 2010, 38(23): 60-63.
XU Zhiniu, LÜ Fangcheng. Application of correlation function method integrated with frequency information to measurement of dielectric loss[J]. Power System Protection and Control, 2010, 38(23): 60-63.
- [16] PHADKE A G. Synchronized phasor measurements in power systems[J]. IEEE Computer Applications in Power, 1993, 6(2): 10-15.

收稿日期: 2014-09-29; 修回日期: 2015-01-26

作者简介:

吴梓亮(1989-), 男, 硕士研究生, 研究方向为微机继电保护算法及电力系统暂态数据处理; E-mail: wu_ziliang@foxmail.com

李银红(1976-), 女, 博士, 副教授, 研究方向为继电保护整定与校核、电压稳定及电力系统信息化、电机系统及其控制。

(编辑 姜新丽)