

# 加8项余弦窗插值FFT算法

许珉, 刘玮

(郑州大学电气工程学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 采用加8项余弦窗函数插值FFT算法的谐波分析方法可以进一步提高电力系统谐波的测量精度。为了引入加8项余弦窗函数的插值FFT算法, 首先比较分析了5到8项余弦窗的频谱特性, 然后推导了8项余弦窗函数插值FFT算法的计算公式, 并采用三次样条插值函数计算频率修正系数和复振幅的修正系数, 减少了计算量。仿真计算结果表明, 相比其他加余弦窗插值FFT算法, 加8项余弦窗函数插值FFT算法具有更高的精度, 从而验证了该算法的有效性与实用性。

**关键词:** 电力系统谐波; 8项余弦窗; 插值FFT算法; 频谱泄漏; 三次样条函数

## An interpolation FFT algorithm based on 8-term cosine window

XU Min, LIU Wei

(School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** An approach for power harmonic analysis based on 8-term cosine window interpolation FFT algorithm can further improve the precision of harmonics measurement, and the paper provides a new interpolation FFT algorithm based on 8-term cosine window. It firstly analyzes the spectrum characteristics of 5 to 8-term cosine window and then deduces the interpolation algorithm on 8-term cosine window in detail, the cubic spline function is adopted to calculate the frequency and the harmonic amplitude modification coefficient, and calculating burden is reduced. The results show that, compared to other cosine window interpolation FFT algorithm, the interpolation FFT algorithm based on 8-term cosine window has higher accuracy, and the results verify the effectiveness and practicality of the proposed algorithm.

**Key words:** power system harmonics; 8-term cosine window; interpolation FFT algorithm; spectrum leakage; cubic spline function

中图分类号: TM930.1

文献标识码: A

文章编号: 1674-3415(2015)11-0027-06

## 0 引言

加窗插值算法可以有效地提高FFT算法的计算精度, 较好地解决非同步采样情况下, FFT算法存在的误差<sup>[1-16]</sup>。比较常见的加窗插值算法有加Hanning(汉宁)窗插值算法<sup>[7]</sup>、加Blackman-Harris(布莱克曼-哈里斯)窗插值算法<sup>[8-9]</sup>、加4项余弦窗Nuttall(纳托儿)窗的插值算法<sup>[10]</sup>、加4项余弦窗Rife-Vincent (III)(莱夫-文森特)窗插值FFT算法<sup>[11]</sup>、加5项余弦窗Rife-Vincent (I)(莱夫-文森特)窗插值FFT算法<sup>[12-13]</sup>、加Kaiser(凯塞)窗插值FFT算法<sup>[14]</sup>等。

频率偏移量的求取方法有两谱线比值法<sup>[7]</sup>、双谱线法<sup>[10]</sup>和三谱线法<sup>[15]</sup>等, 这些方法中只有采用两谱线比值法的加Hanning窗和加4项Nuttall窗的频率偏移量具有显示表达式, 其余无法用显示表达式表

示, 比值为频率偏移量的高次方程。为了求解频率偏移量, 常用多项式拟合逼近<sup>[12]</sup>, 拉格朗日插值<sup>[17]</sup>、埃米尔特插值<sup>[17]</sup>和三次样条插值<sup>[11,17]</sup>计算频率偏移量。在上述加窗FFT算法中, 加5项余弦窗Rife - Vincent (I) (莱夫-文森特)窗插值FFT算法精度最高。频率偏移量的求取方法中精度最高的是三谱线法, 根据文献[15]中加4项最大旁瓣衰减窗的双谱线法和三谱线法计算结果来看, 9个谐波分量中有3个精度基本相同, 其余的三谱线法略微高于双谱线法, 但三谱线法的计算精度无法达到5项余弦窗的计算精度(可对比本文表2), 且三谱线法提高计算精度的物理意义不太明确。因此, 不改善窗函数的特性, 进一步提高加窗FFT算法的计算精度是很困难的。本文在分析了5~8项余弦窗的特性后, 研究了加8项余弦窗插值FFT算法和降低加窗FFT算法运算量的方法。

### 1 余弦窗函数及特性分析

用FFT计算电力系统谐波时需要将被测信号截断(短), 这样就会产生截断效应<sup>[18]</sup>, 即产生频谱泄漏, 信号的基波和高次谐波谱线向附近展宽, 形成主瓣和旁瓣。泄漏的频谱主瓣可能淹没主谱附近的谐波分量, 影响是短范围的。旁瓣的影响是长范围(谱间干扰)的, 它对相邻的基波和高次谐波分量影响较大。当采样频率是信号基波频率的整倍数时, 可以得到精确的计算结果, 但是当采样频率不是信号频率的整倍数时, 由于栅栏效应, 只能测得泄漏的频谱, 计算产生误差。加窗插值FFT算法可以计算出信号的频率偏移量, 再对测得的泄漏频谱进行修正, 从而得到实际信号的频谱。实际信号的频谱的计算精度取决于所加窗函数的特性, 选择主瓣窄的窗函数可以减小短范围的影响; 选择旁瓣峰值小、衰减速度快的窗函数, 可以减小长范围的影响。一个理想的窗函数应具有主瓣宽度窄、最大旁瓣峰值小和旁瓣衰减速度快的特点。但最大旁瓣峰值小且旁瓣衰减速度快的窗函数, 其主瓣较宽, 因此, 要寻找主瓣窄且旁瓣峰值又小的窗函数是很困难的<sup>[19]</sup>。泄漏频谱主瓣的影响在实际应用中可以通过增加观测时间来消除, 但这又影响了算法的实时性。实际上, 观测的基波周期数就是相邻两频谱主谱线之间的谱线间隔数, 例如加汉宁窗截断的正弦信号的频谱泄漏主瓣的宽度为4个谱线间隔, 要分辨出相邻的谐波(消除主瓣的影响), 加汉宁窗插值FFT算法至少需要两个基波周期的采样点<sup>[20]</sup>(相邻两频谱主谱线间隔两个谱线间隔); 加Blackman-harris窗截断的正弦信号的频谱泄漏主瓣的宽度为8个谱线间隔, 要分辨出相邻谐波(消除主瓣的影响), 加Blackman-harris窗插值FFT算法至少需要4个基波周期的采样点(相邻两频谱主谱线间隔4个谱线间隔)。对旁瓣峰值高且衰减快的窗函数可再适当增加观测时间(采样的基波周期数)来消除临近主瓣的峰值较高的几个旁瓣对相邻谐波的影响<sup>[21]</sup>, 例如加汉宁窗插值FFT算法采用4个基波周期的采样点进行FFT变换还能提高计算精度。对旁瓣峰值不衰减的窗函数即使增加再多的观测时间(采样的基波周期数)也无法消除旁瓣对相邻谐波计算精度的影响。

余弦窗的一般表达式为

$$w_i(n) = \sum_{i=0}^K (-1)^i a_i \cos\left(\frac{2\pi}{N} in\right) \quad n=0,1,\dots,N-1 \quad (1)$$

式中:  $K$ 为余弦窗的项数;  $a_k$ 为余弦窗函数的系数, 其具体值见表1所示。

5~8项余弦窗的频谱如图1所示。

表 1 5~8项余弦窗函数系数

余弦窗的项数	余弦窗函数的系数	
5	$a_0=1$	$a_1=8/5$
	$a_2=4/5$	$a_3=8/35$
	$a_4=1/35$	
	$a_0=0.246\ 093\ 75$	$a_1=0.410\ 156\ 25$
6 <sup>[22]</sup>	$a_2=0.234\ 375$	$a_3=0.087\ 890\ 625$
	$a_4=0.019\ 531\ 25$	$a_5=0.001\ 953\ 125$
	$a_0=0.225\ 585\ 937\ 5$	$a_1=0.386\ 718\ 75$
	$a_2=0.241\ 699\ 218\ 74$	$a_3=0.107\ 421\ 874\ 99$
7	$a_4=0.032\ 226\ 562\ 49$	$a_5=0.005\ 859\ 375$
	$a_6=0.000\ 488\ 281\ 25$	
	$a_0=0.209\ 472\ 656\ 25$	$a_1=0.366\ 577\ 148\ 43$
	$a_2=0.244\ 384\ 765\ 62$	$a_3=0.122\ 192\ 382\ 81$
8	$a_4=0.044\ 433\ 593\ 74$	$a_5=0.011\ 108\ 398\ 43$
	$a_6=0.001\ 708\ 984\ 37$	$a_7=0.000\ 122\ 070\ 31$

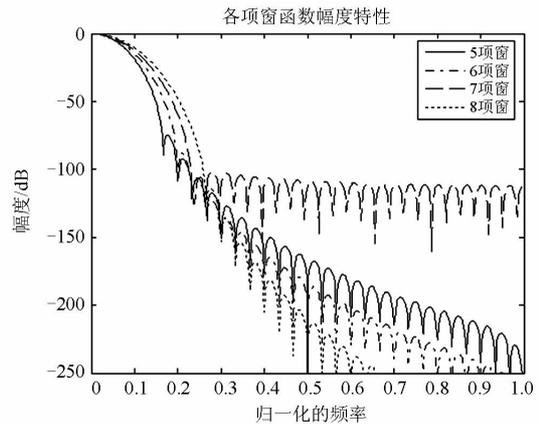


图 1 5~8 项余弦窗频谱

Fig. 1 Frequency response of the 5 ~ 8 cosine window

5 项余弦窗主瓣宽  $10\pi/N$ , 6 项余弦窗主瓣宽  $12\pi/N$ , 7 项余弦窗主瓣宽  $14\pi/N$ , 8 项余弦窗主瓣宽  $16\pi/N$ 。5 项余弦窗最大旁瓣峰值-89.69 dB, 6、7、8 项余弦窗最大旁瓣峰值依次减小。从旁瓣衰减速度来看, 7 项余弦窗旁瓣衰减速度很慢, 5、6、7 项余弦窗旁瓣衰减依次加快, 8 项余弦窗旁瓣衰减速度最快, 频率为 0.5 时旁瓣峰值下降到-220 dB 以下。7 项余弦窗旁瓣基本不衰减, 故加 7 项余弦窗插值 FFT 算法计算精度通过增加观测时间不能有效提高, 精度甚至低于加 5、6 项余弦窗插值 FFT 算法。根据图 1 中的频谱特性可以看出, 8 项余弦窗主瓣虽宽, 但最大旁瓣峰值最小, 旁瓣衰减速度最快, 考虑到泄漏频谱主瓣的影响可以通过增加观测时间来消除, 加 8 项余弦窗插值 FFT 算法在这 4 种加余弦窗插值 FFT 算法中具有最高的计算精度。考虑到余弦窗项数越多, 加余弦窗 FFT 算法计算量越

大, 本文没有选择项数更多的余弦窗, 而是选择了加 8 项余弦窗插值 FFT 算法进行了研究。

## 2 加 8 项余弦窗插值 FFT 算法

下面以单频率信号为例进行分析, 设

$$x(t) = A_m e^{j2\pi f_r t} \quad (2)$$

复振幅  $A_m$  一般为复数, 反映了初相角, 实际频率  $f_r = (l+r)F$ , 它在频率  $l \times F$  和  $(l+1) \times F$  之间,  $l$  为整数, 其中频率分辨率  $F=1/(NT_s)$ ,  $T_s$  为采样时间间隔,  $r$  为频率偏移量,  $0 < r < 1$ 。  $x(t)$  的离散形式为

$$x(n) = A_m e^{j2\pi f_r n T_s} R_N(n) = A_m e^{j2\pi(l+r)n/N} R_N(n) \quad (3)$$

其 DFT 为

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_m e^{-j\frac{2\pi}{N}(k-l-r)n} = A_m \frac{\sin[(k-l-r)\pi]}{N \sin[\frac{(k-l-r)\pi}{N}]} e^{-j(k-l-r)\pi \frac{N-1}{N}} \quad (4)$$

离散信号加余弦窗函数后的 DFT 为

$$X_i(k) = \text{DFT}[x(n)w_i[n]] = \frac{A_m}{2} \sum_{i=0}^K (-1)^i a_i \left\{ \frac{\sin[(k-l-r+i)\pi]}{N \sin[\frac{(k-l-r+i)\pi}{N}]} e^{-j(k-l-r+i)\pi \frac{N-1}{N}} + \frac{\sin[(k-l-r-i)\pi]}{N \sin[\frac{(k-l-r-i)\pi}{N}]} e^{-j(k-l-r-i)\pi \frac{N-1}{N}} \right\} \quad (5)$$

当  $k=l$  时有

$$X_i(l) = \frac{A_m}{2} \sum_{i=0}^K (-1)^i a_i \left\{ \frac{\sin[(-r+i)\pi]}{N \sin[\frac{(-r+i)\pi}{N}]} e^{-j(-r+i)\pi \frac{N-1}{N}} + \frac{\sin[(-r-i)\pi]}{N \sin[\frac{(-r-i)\pi}{N}]} e^{-j(-r-i)\pi \frac{N-1}{N}} \right\} \quad (6)$$

当  $N \gg 1$  时, 以下近似关系成立:

$$\frac{N-1}{N} \approx 1 \quad \text{和} \quad \sin \frac{\theta}{N} \approx \frac{\theta}{N} \quad (7)$$

并考虑到  $e^{\pm j\pi} = -1$ ,  $e^{\pm j2\pi} = 1$ , 当  $k=l$  时, 有

$$X_H(l) = A_m \frac{\sin(r\pi)}{\pi} e^{jr\pi} \left( \frac{a_0}{r} - \frac{a_1/2}{r+1} - \frac{a_1/2}{r-1} + \frac{a_2/2}{r+2} + \frac{a_2/2}{r-2} - \frac{a_3/2}{r-3} - \frac{a_3/2}{r+3} + \frac{a_4/2}{r+4} + \frac{a_4/2}{r-4} - \frac{a_5/2}{r+5} - \frac{a_5/2}{r-5} + \frac{a_6/2}{r-6} + \frac{a_6/2}{r+6} - \frac{a_7/2}{r+7} - \frac{a_7/2}{r-7} \right) \quad (8)$$

同理, 当  $k=l+1$  时, 有

$$X_H(l+1) = A_m \frac{\sin(r\pi)}{\pi} e^{jr\pi} \left( \frac{a_0}{r-1} - \frac{a_1/2}{r} - \frac{a_1/2}{r-2} + \frac{a_2/2}{r-3} + \frac{a_2/2}{r+1} - \frac{a_3/2}{r-4} - \frac{a_3/2}{r+2} + \frac{a_4/2}{r-5} + \frac{a_4/2}{r+3} - \frac{a_5/2}{r-6} - \frac{a_5/2}{r+4} + \frac{a_6/2}{r-7} + \frac{a_6/2}{r+5} - \frac{a_7/2}{r-8} - \frac{a_7/2}{r+6} \right) \quad (9)$$

将表 1 中 8 项余弦窗的系数代入上两式, 可得

$$X_H(l) = A_m \frac{\sin(r\pi)}{\pi} e^{jr\pi} \cdot \left( \frac{1}{r(r^2-1)(r^2-4)(r^2-9)(r^2-16)(r^2-25)(r^2-36)(r^2-49)} \times \right. \\ \left. 1.202792206111969r^{14}/10^{14} - 1.4896698866419r^{12}/10^{12} + \right. \\ \left. 6.158451526516728r^{10}/10^{11} - 8.186020750144962r^8/10^{10} - \right. \\ \left. 6.225604920473415r^6/10^9 + 2.063407009700313r^4/10^7 - \right. \\ \left. 5.437518666440155r^2/10^7 - 5320940.625001092 \right) \quad (10)$$

幅值比为

$$\alpha = \frac{|X_H(l+1)|}{|X_H(l)|} = (1.202792206111969r^{14}/10^{14} - 1.679420491562667r^{13}/10^{13} - 3.939557013943329r^{12}/10^{13} + 1.346489586495636r^{11}/10^{11} - 2.431743695296973r^{10}/10^{11} - 3.148503679994974r^9/10^{10} + 1.252004722118727r^8/10^9 + 3.167031081829919r^7/10^{10} - 1.769308255461510r^6/10^8 - 6.909499461471569r^5/10^8 + 6.74363036523573r^4/10^8 - 6.598738764296286r^3/10^7 - 5.793090167571791r^2/10^7 + 3.06703441310674r/10^7 - 5320940.625001437) \times (r+7)/[(r-8) \times (1.202792206111969r^{14}/10^{14} - 1.489669886642r^{12}/10^{12} + 6.158451526516728r^{10}/10^{11} - 8.186020750144962r^8/10^{10} - 6.225604920473415r^6/10^9 + 2.063407009700313r^4/10^7 - 5.437518666440155r^2/10^7 - 5320940.625001092)] \quad (11)$$

由于频率偏移量  $r$  的变化范围为  $0 \sim 1$ , 故幅值比  $\alpha$  的变化范围为  $0.875 \sim 1.1428$ 。

由式(11)可解出  $r$ , 将  $r$  代入式(10)即可得到修正的复振幅  $A_m$ 。第  $l$  根谱峰对应的谐波分量的相位按式(12)计算。

$$\varphi_m = \text{angle}[X_H(l)] - r\pi \quad (12)$$

利用 FFT 插值算法还可以计算频率, 由  $r$  可以得到第  $l$  根谱峰对应的谐波分量的频率为

$$f_r = (l+r)F \quad (13)$$

## 3 仿真计算分析

本文提出的插值算法的幅值比  $\alpha$  的分子和分母都是频率偏移量  $r$  的 14 次多项式, 根据幅值比  $\alpha$  求  $r$ , 需要解高次方程, 不容易实现, 这将限制该算法的应用。由于该方程只有一个实根位于  $[0, 1]$  区间,

为了减小计算量, 本文利用 Matlab 的三次样条插值函数 spline 计算频率偏移量  $r$ , 不需要解高次方程, 减小了计算量, 降低了计算的复杂程度。用三次样条插值函数计算频率偏移量的优势是无论窗函数为几项, 插值算法的幅值比  $\alpha$  的分子和分母频率偏移量是多少次多项式, 计算量都是相同的, 当采用文献[23]给出的三次样条插值嵌套算法时<sup>[11]</sup>, 每次计算量只有 3 次乘法和 4 次加减法, 计算量很小。如果复振幅  $A_m$  的计算也采用三次样条插值嵌套算法来计算, 就可以较好地解决加 8(更多)项余弦窗插值 FFT 算法频率偏移量和复振幅  $A_m$  公式复杂、计算量大的缺点, 可以满足实际测量的需要。

为了验证本算法, 采用如式(14)形式的信号模型进行谐波仿真计算分析。

$$\begin{aligned}
 u(k) = & 380 \times \cos(2\pi f/1600 \times k + 5 \times \pi/180) + \\
 & 20 \times \cos(2\pi \times 2f/1600 \times k + 10 \times \pi/180) + \\
 & 60 \times \cos(2\pi \times 3f/1600 \times k - 15 \times \pi/180) + \\
 & 15 \times \cos(2\pi \times 4f/1600 \times k + 20 \times \pi/180) + \quad (14) \\
 & 30 \times \cos(2\pi \times 5f/1600 \times k + 25 \times \pi/180) + \\
 & 20 \times \cos(2\pi \times 7f/1600 \times k + 35 \times \pi/180) + \\
 & 5 \times \cos(2\pi \times 97f/1600 \times k - 65 \times \pi/180)
 \end{aligned}$$

仿真计算以固定不变的采样频率 3 200 Hz 对含有高次谐波的信号模型进行采样, 每基波周期采样点数为 64 点。加 5 项余弦窗算法和加 8 项余弦窗算法都截断 16 个基波周期, 采样点数为 1 024 点。利用仿真采样数据, 分别用加 5 项余弦窗和 8 项余弦窗插值 FFT 算法对信号模型进行计算, 得到的幅值及相位计算结果列于表 2~表 5。

表 2 加 5 项余弦窗插值 FFT 算法幅值计算结果  
Table 2 The calculated result of 5-term cosine window amplitudes

谐波	频率	50.1 Hz
	计算值	50.099 999 993 636 44
基波	幅值	380.000 000 010 481 6
	相对误差/%	$-2.75 \times 10^{-9}$
2 次谐波	幅值	19.999 999 935 651 91
	相对误差/%	$1.83 \times 10^{-7}$
3 次谐波	幅值	59.999 999 998 666 65
	相对误差/%	$2.22 \times 10^{-9}$
4 次谐波	幅值	14.999 999 989 608 26
	相对误差/%	$6.92 \times 10^{-8}$
5 次谐波	幅值	29.999 999 986 149 65
	相对误差/%	$4.61 \times 10^{-8}$
7 次谐波	幅值	1.999 999 999 995 494
	相对误差/%	$2.25 \times 10^{-10}$
9 次谐波	幅值	4.999 999 999 999 031
	相对误差/%	$1.93 \times 10^{-11}$

表 3 加 8 项余弦窗插值 FFT 算法幅值计算结果  
Table 3 The calculated result of 8-term cosine window amplitudes

谐波	频率	50.1 Hz
	计算值	50.100 000 000 006 04
基波	幅值	379.999 999 999 960 0
	相对误差/%	$1.05 \times 10^{-11}$
2 次谐波	幅值	20.000 000 000 303 14
	相对误差/%	$-1.52 \times 10^{-9}$
3 次谐波	幅值	60.000 000 000 014 20
	相对误差/%	$-2.37 \times 10^{-11}$
4 次谐波	幅值	15.000 000 000 082 05
	相对误差/%	$-5.47 \times 10^{-10}$
5 次谐波	幅值	30.000 000 000 064 51
	相对误差/%	$-2.15 \times 10^{-10}$
7 次谐波	幅值	19.999 999 999 999 95
	相对误差/%	$2.66 \times 10^{-13}$
9 次谐波	幅值	49.999 999 999 999 81
	相对误差/%	$3.73 \times 10^{-13}$

表 4 加 5 项余弦窗插值 FFT 算法相位计算结果  
Table 4 The calculated result of 5-term cosine window phases

谐波	频率	50.1 Hz
	计算值	50.099 999 993 636 44
基波	相位	5.000 000 039 758 527
	相对误差/%	$-7.9 \times 10^{-7}$
2 次谐波	相位	9.999 999 190 095 792
	相对误差/%	$8.1 \times 10^{-6}$
3 次谐波	相位	-14.999 999 864 431 1
	相对误差/%	$9.03 \times 10^{-7}$
4 次谐波	相位	20.000 001 520 974 15
	相对误差/%	$-7.6 \times 10^{-6}$
5 次谐波	相位	24.999 999 588 330 80
	相对误差/%	$1.64 \times 10^{-6}$
7 次谐波	相位	34.999 999 997 171 72
	相对误差/%	$1.07 \times 10^{-9}$
9 次谐波	相位	-65.000 000 001 171 1
	相对误差/%	$-1.8 \times 10^{-9}$

表 5 加 8 项余弦窗插值 FFT 算法相位计算结果  
Table 5 The calculated result of 8-term cosine window phases

谐波	频率	50.1 Hz
	计算值	50.100 000 000 006 04
基波	相位	4.999 999 999 650 772
	相对误差/%	$6.98 \times 10^{-9}$
2 次谐波	相位	9.999 999 996 012 649
	相对误差/%	$3.99 \times 10^{-8}$
3 次谐波	相位	-15.000 000 001 521 0
	相对误差/%	$-1.01 \times 10^{-8}$
4 次谐波	相位	19.999 999 982 863 08
	相对误差/%	$8.57 \times 10^{-8}$
5 次谐波	相位	25.000 000 002 603 77
	相对误差/%	$-1.04 \times 10^{-8}$
7 次谐波	相位	35.000 000 000 005 32
	相对误差/%	$-1.52 \times 10^{-11}$
9 次谐波	相位	-64.999 999 999 986 2
	相对误差/%	$2.12 \times 10^{-11}$

对加 5 项余弦窗与加 8 项余弦窗插值 FFT 算法的计算结果进行比较, 由计算结果可以知道, 加 8 项余弦窗插值 FFT 算法计算精度有了很大的提高, 幅值精度提高了 2 个数量级, 相位精度提高了 1~2 个数量级, 加 5 项余弦窗 FFT 算法的幅值相对误差范围为  $10^{-7} \sim 10^{-11}$ , 加 8 项余弦窗 FFT 算法的幅值相对误差范围为  $10^{-9} \sim 10^{-13}$ , 具有很高的计算精度。这表明加 8 项余弦窗插值 FFT 算法能很好地减小频谱泄漏及栅栏效应引起的电力系统谐波检测误差, 适用于电力系统谐波的高精度测量。结果也说明: 由于加 8 项余弦窗旁瓣衰减速度远大于加 5 项余弦窗, 因此, 靠增加采样基波周期数, 加 5 项余弦窗 FFT 算法计算精度无法超过加 8 项余弦窗插值 FFT 算法。

#### 4 结语

本文分析了 5~8 项余弦型窗函数的特性及其对加窗插值 FFT 算法精度的影响, 推导出了 8 项余弦窗函数的系数和加 8 项余弦窗插值 FFT 算法的计算公式。仿真计算表明, 加 8 项余弦窗插值 FFT 算法具有较高的计算精度; 证明了利用三次样条插值函数计算频率偏移量是可行有效的, 较好地解决了加 8 项余弦窗插值 FFT 算法计算公式复杂, 计算量大的缺点, 有利于加 8 项余弦窗插值 FFT 算法的应用。但如何从理论上进行误差分析是今后需要研究的问题。

#### 参考文献

- [1] 严晓丹, 王军, 方春恩, 等. 一种改进的 Flat-top 窗电力系统谐波分析算法[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(8): 49-56.  
YAN Xiaodan, WANG Jun, FANG Chunen, et al. An improved algorithm for harmonic analysis of power system based on the Flat-top window[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(8): 49-56.
- [2] 庞浩, 李东霞, 俎云霄, 等. 应用 FFT 进行电力系统谐波分析的改进算法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(6): 50-54.  
PANG Hao, LI Dongxia, ZU Yunxiao, et al. An improved algorithm for harmonic analysis of power system using FFT technique[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(6): 50-54.
- [3] 黄纯, 江亚群. 谐波分析的加窗插值改进算法[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(15): 26-31.  
HUANG Chun, JIANG Yaqun. Improved window and interpolation algorithm for analysis of power system harmonics[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(15): 26-31.
- [4] 吴静, 赵伟. 一种用于分析电网谐波的多谱线插值算法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(8): 55-60.  
WU Jing, ZHAO Wei. An algorithm of MICA for analyzing harmonics in power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(8): 55-60.
- [5] 薛蕙, 杨仁刚. 基于 FFT 的高精度谐波检测算法[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(12): 106-110.  
XUE Hui, YANG Rengang. Precise algorithms for harmonic analysis based on FFT algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(12): 106-110.
- [6] 祁才君, 王小海. 基于插值 FFT 算法的间谐波参数估计[J]. 电工技术学报, 2003, 18(1): 92-95.  
QI Caijun, WANG Xiaohai. Inter harmonics estimation based on interpolation FFT algorithm[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2003, 18(1): 92-95.
- [7] 张伏生, 耿中行, 葛耀中. 电力系统谐波分析的高精度 FFT 算法[J]. 中国电机工程学报, 1999, 19(3): 63-66.  
ZHANG Fusheng, GENG Zhongxing, GE Yaozhong. FFT algorithm with high accuracy for harmonic analysis in power system[J]. Proceedings of the CSEE, 1999, 19(3): 63-66.
- [8] 刘传林, 刘安培. 基于新型变步长算法的自适应三相电路谐波检测[J]. 电力系统保护与控制, 2013, 41(7): 123-128.  
LIU Chuanlin, LIU Anpei. Adaptive harmonic detection of 3-phase circuits based on a novel variable step-size algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2013, 41(7): 123-128.
- [9] 赵文春, 马伟明, 胡安. 电机测试中谐波分析的高精度 FFT 算法[J]. 中国电机工程报, 2001, 21(12): 83-87.  
ZHAO Wenchun, MA Weiming, HU An. FFT algorithm with high accuracy for harmonic analysis in the electric machine[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(12): 83-87.
- [10] 卿柏元, 滕召胜, 高云鹏, 等. 基于 Nuttall 窗双谱线插值 FFT 的电力谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(25): 153-158.  
QING Baiyuan, TENG Zhaosheng, GAO Yunpeng, et al. An approach for electrical harmonic analysis based on Nuttall window double-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(25): 153-158.
- [11] 张文强, 杨耀民, 许珉. 基于三次样条函数的加 Rife—Vincent(III)窗 FFT 插值算法[J]. 电力系统保护与控制, 2009, 37(12): 36-39.  
ZHANG Wenqiang, YANG Yaomin, XU Min. The Rife—Vincent (III) window interpolation FFT algorithm by using cubic spline function[J]. Power System Protection and Control, 2009, 37(12): 36-39.
- [12] 曾博, 滕召胜, 温和, 等. 莱夫-文森特窗插值 FFT 谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(10):

- 115-120.  
ZENG Bo, TENG Zhaosheng, WEN He, et al. An approach for harmonic analysis based on Rife-Vincent window interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(10): 115-120.
- [13] 曾博, 滕召胜, 高云鹏, 等. 基于 Rife-Vincent 窗的高准确度电力谐波相量计算方法[J]. 电工技术学报, 2009, 24(8): 154-158.  
ZENG Bo, TENG Zhaosheng, GAO Yunpeng, et al. An accurate approach for power harmonic phasor calculation based on Rife-Vincent window[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, 24(8): 154-158.
- [14] 高云鹏, 滕召胜, 卿伯元. 基于 Kaiser 窗双谱线插值 FFT 的谐波分析方法[J]. 仪器仪表, 2010, 31(2): 287-292.  
GAO Yunpeng, TENG Zhaosheng, QING Baiyuan. Harmonic analysis based on Kaiser window double spectrum line interpolation FFT[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(2): 287-292.
- [15] 牛胜锁, 梁志瑞, 张建华, 等. 基于三谱线插值 FFT 的电力谐波分析算法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(16): 130-136.  
NIU Shengsuo, LIANG Zhirui, ZHANG Jianhua, et al. An algorithm for electrical harmonic analysis based on triple-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(16): 130-136.
- [16] 黄冬梅, 龚仁喜, 焦凤昌, 等. 莱夫-文森特窗三谱线插值的电力谐波分析[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(2): 28-34.  
HUANG Dongmei, GONG Renxi, JIAO Fengchang, et al. Power harmonic analysis based on Rife-Vincent window and triple-spectral-line interpolation[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(2): 28-34.
- [17] 曾瑞江, 杨震斌, 柳慧超. 基于小波变换的电力系统谐波检修方法研究[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(15): 35-39.  
ZENG Ruijiang, YANG Zhenbin, LIU Huichao. A method of power system harmonic detection based on wavelet transform[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(15): 35-39.
- [18] 周福林, 李群湛, 解绍峰, 等. 无锁相环单相无功谐波电流实时检测方法[J]. 电工技术学报, 2010, 25(1): 178-182.  
ZHOU Fulin, LI Qunzhan, XIE Shaofeng, et al. Method for single-phase reactive and harmonics currents detection without PLL[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(1): 178-182.
- [19] 方少麟, 李建华, 黄莹, 等. 变压器谐波模型的研究与评价[J]. 电力系统及其自动化学报, 2013, 25(2): 103-108.  
FANG Shaolin, LI Jianhua, HUANG Ying, et al. Reserach and evaluation of the transformer harmonic model[J]. Proceedings of the CSU-EPSSA, 2013, 25(2): 103-108.
- [20] 胡婷, 刘观起, 韩笑, 等. 基于 APF 的电动汽车充电站谐波治理措施研究[J]. 电网与清洁能源, 2013, 29(7): 99-104.  
HU Ting, LIU Guanqi, HAN Xiao, et al. Study on harmonic elimination of electric vehicle charging station based on APF[J]. Power System and Clean Energy, 2013, 29(7): 99-104.
- [21] 李猛, 王志刚, 王寅, 等. 无谐波检测环节的并联型有源电力滤波器研究[J]. 高压电器, 2014, 50(10): 73-77.  
LI Meng, WANG Zhigang, WANG Yin, et al. Shunt active power filter based on non-harmonic detection technology[J]. High Voltage Apparatus, 2014, 50(10): 73-77.
- [22] 黄深喜, 樊晓平, 刘少强, 等. 用于谐波分析的最大旁瓣衰落速度优化组合余弦窗函数[J]. 信息与控制, 2010, 39(4): 435-440.  
HUANG Shenxi, FAN Xiaoping, LIU Shaoqiang, et al. Optimized combined cosine window functions with maximum side lobe decay speed for harmonic analysis[J]. Information and Control, 2010, 39(4): 435-440.
- [23] 许珉, 杨阳, 章梦哲, 等. 一种加三项余弦窗的加窗插值 FFT 算法[J]. 电力系统保护与控制, 2010, 38(17): 11-15.  
XU Min, YANG Yang, ZHANG Mengzhe, et al. An interpolation FFT algorithm based on 3-term cosine window[J]. Power System Protection and Control, 2010, 38(17): 11-15.

收稿日期: 2014-09-02; 修回日期: 2014-12-09

作者简介:

许珉(1956-), 男, 教授, 从事电气设备故障诊断及信号处理在电气工程中的应用研究; E-mail: xumin@zzu.edu.cn

刘玮(1989-), 女, 硕士, 从事高压与绝缘技术方面的研究。E-mail: cici0203cici@163.com

(编辑 魏小丽)