

# 基于支路等值注入功率模型的外部网络等值修正方法

刘志文, 刘明波

(华南理工大学电力学院, 广东省绿色能源技术重点实验室, 广东 广州 510640)

**摘要:** 在基于外部网络等值的最优潮流计算中, 不断对外部网络等值导纳矩阵进行重新计算导致计算效率下降。针对 Ward 等值和 REI 等值, 通过采用支路等值注入功率模型消去变动支路对节点导纳矩阵的影响, 获得与变动支路无关的外部等值导纳矩阵, 只需修正变动支路的等值注入功率, 并把支路注入功率归并到边界点, 即可对外部网络等值进行修正。以 IEEE 39 节点系统作为试验系统, 通过对外部网络等值修正效果进行评估, 验证了所提方法的正确性和有效性。

**关键词:** 最优潮流; 外部网络等值; Ward 等值; REI 等值; 支路等值注入功率模型

## A corrected external equivalent approach using branch equivalent injection power model

LIU Zhi-wen, LIU Ming-bo

(School of Electric Power, South China University of Technology, Guangdong Key Laboratory of Clean Energy Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** During optimal power flow computing based on external network equivalent, the equivalent admittance matrices of external networks need to be recalculated repeatedly and hence computational efficiency is reduced. According to Ward equivalent and REI equivalent, this paper presents the method which replaces the changed branches by means of branch equivalent injection power model to eliminate the influence of changed branches on bus admittance matrices and gain the equivalent admittance matrices which are not associated with changes of branches. The correction of external network equivalent is implemented only through modifying branch equivalent injection power and merging equivalent injection power into boundary buses. Furthermore, results on IEEE 39-bus systems validate the correctness and effectiveness of the proposed method.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (NSFC) (No.50777021).

**Key words:** optimal power flow; external network equivalent; Ward equivalent; REI equivalent; branch equivalent injection power model

中图分类号: TM74 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2010)21-0219-08

## 0 引言

随着电力系统规模不断增大, 网络结构越来越复杂, 电力系统计算问题的规模成倍增长, 以典型最优潮流计算问题为例, 由于数据采集量急速膨胀, 常规最优潮流算法暴露出诸多问题, 如主机内存不足、计算速度慢、网络通信阻塞等弊病, 难以满足在线分析和实时控制的要求<sup>[1-8]</sup>。大规模电力系统分解协调优化算法能将大规模优化问题分解为多个子问题, 缩小了问题规模, 减少了数据通信量, 能够较好地解决大规模电网实时计算的难题。

近年来, 在最优潮流分解协调优化算法的研究

中, 以 Ward 等值和 REI 等值为基础的分解协调思想较多地应用在多区域最优潮流计算领域<sup>[9-16]</sup>。基于外部等值的分解协调算法无疑能有效缩小问题规模, 但每一轮各分区独立等值优化后, 对于某一分区而言, 对应的外部网络拓扑必然产生变化, 如变压器变比调节使支路导纳变化等。因此为了保证等值精度, 在各分区等值优化过程中, 相应的外部等值导纳矩阵也必须不断重新计算, 但由于外部网络往往规模庞大, 若在优化迭代过程中不断重新计算其外部等值导纳矩阵, 特别是其中需要不断对大规模矩阵进行求逆计算, 将会大大降低优化的时间效益。因此, 许多基于外部等值的分解协调算法往往采用固定外部等值导纳的处理方式, 如文献[15-16]只在优化初始时计算外部等值导纳值, 而在优化过

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50777021)

程中不再更新计算外部等值导纳, 这样虽然提高了优化计算时间效益, 但接下来优化迭代过程中, 外部等值将不再准确, 将对优化的收敛性和优化结果的准确性产生不良影响。

本文针对上述存在问题, 提出一种基于支路等值注入功率模型的外部等值修正方法。该方法通过采用支路等值注入功率模型, 等价替换外部网络中导纳发生变化的支路, 消去相应支路对外部网络节点导纳矩阵的影响, 把导纳变动的的影响转移到支路等值注入功率变化上去。在等值分区优化过程中, 当每次外部网络拓扑变化时, 只需修正相应变化支路的等值注入功率并归并到边界点, 即可实现对外部网络等值的修正, 这避免了每次重新计算外部等值导纳矩阵, 从而大大提高计算效率。

### 1 支路等值注入功率模型

变压器作为电力系统主要调节元件之一, 其变比经常发生变化, 例如在电力系统优化计算过程中, 变压器变比将配合其他控制变量不断变化以实现全网优化, 其变压器支路的理想模型如图 1 所示。

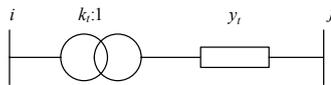


图 1 变压器模型

Fig.1 Transformer model

图 1 中  $k_t$  为变压器变比,  $y_t$  为变压器支路导纳,  $\pi$  型等值电路<sup>[13]</sup>如图 2 所示。

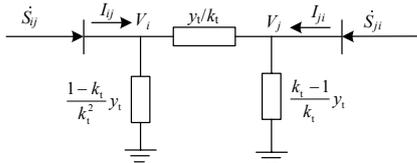


图 2 变压器  $\pi$  型等值电路

Fig.2  $\pi$ -type equivalent circuit of transformer

图 2 中,  $\dot{S}_{ij}$  和  $\dot{S}_{ji}$  分别为节点  $i$  和  $j$  的等值注入功率, 若消去图 2 中节点  $i$  和  $j$  之间的变压器等值导纳, 可得如图 3 所示的变压器支路的等值注入功率模型。



图 3 变压器支路等值注入功率/电流模型

Fig.3 Branch power/current injection model of transformer

根据图 2 所示  $\pi$  型等值电路, 若令  $\dot{S}_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij}$ ,  $\dot{S}_{ji} = P_{ji} + jQ_{ji}$ ,  $\dot{V}_i = V_i(\cos\theta_i + j\sin\theta_i)$ ,  $\dot{V}_j = V_j(\cos\theta_j + j\sin\theta_j)$ ,  $y_t = g_t + jb_t$ ,  $y_{i0} = \frac{1-k_t}{k_t^2} y_t$ ,  $y_{j0} = \frac{k_t-1}{k_t} y_t$ ,  $y_{ij} = y_t/k_t$ , 则由支路功率计算公式可得:

$$\begin{cases} \dot{S}_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = \dot{V}_i^* I_{ij} = V_i^2 y_{i0} + \dot{V}_i^* (V_j - V_i) y_{ij} \\ \dot{S}_{ji} = P_{ji} + jQ_{ji} = \dot{V}_j^* I_{ji} = V_j^2 y_{j0} + \dot{V}_j^* (V_j - V_i) y_{ij} \end{cases} \quad (1)$$

由公式 (1) 展开可得:

$$\begin{cases} P_{ij} = G_{ff} V_i + V_i V_j (G_{ff} \cos\theta_{ij} + B_{ff} \sin\theta_{ij}) \\ Q_{ij} = -B_{ff} V_i^2 + V_i V_j (G_{ff} \sin\theta_{ij} - B_{ff} \cos\theta_{ij}) \\ P_{ji} = G_{tt} V_j^2 + V_i V_j (G_{tt} \cos\theta_{ij} - B_{tt} \sin\theta_{ij}) \\ Q_{ji} = -B_{tt} V_j^2 - V_i V_j (G_{tt} \sin\theta_{ij} - B_{tt} \cos\theta_{ij}) \end{cases} \quad (2)$$

若令支路等值注入电流  $\dot{I}_{ij} = I_{ijx} + jI_{ijy}$ ,

$\dot{I}_{ji} = I_{jix} + jI_{jiy}$ , 则有:

$$\begin{cases} I_{ijx} = G_{ff} V_i \cos\theta_i + G_{ff} V_j \cos\theta_j - B_{ff} V_i \sin\theta_i - B_{ff} V_j \sin\theta_j \\ I_{ijy} = G_{ff} V_i \sin\theta_i + G_{ff} V_j \sin\theta_j + B_{ff} V_i \cos\theta_i + B_{ff} V_j \cos\theta_j \\ I_{jix} = G_{tt} V_i \cos\theta_i + G_{tt} V_j \cos\theta_j - B_{tt} V_i \sin\theta_i - B_{tt} V_j \sin\theta_j \\ I_{jiy} = G_{tt} V_i \sin\theta_i + G_{tt} V_j \sin\theta_j + B_{tt} V_i \cos\theta_i + B_{tt} V_j \cos\theta_j \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $G_{ff} = g_t/k_t^2$ ;  $B_{ff} = b_t/k_t^2$ ;  $G_{tt} = g_t$ ;  $B_{tt} = b_t$ ;  $G_{ff} = G_{tt} = -g_t/k_t^2$ ;  $B_{ff} = B_{tt} = -b_t/k_t^2$ 。若令  $k_t = 1$ , 则图 1 中变压器支路不具备变压功能, 即为普通导纳支路, 且公式 (2)、(3) 同样成立, 图 3 所示模型即为通用支路等值注入功率/电流模型。

### 2 外部等值网络变换

在分区等值最优潮流计算过程中, 若采用支路等值注入功率模型, 将外部网络中变比或导纳变化的支路消去, 再在支路两端节点处分别添加注入功率或注入电流, 经过上述处理后, 外部网络拓扑结构将发生变化, 相对应的节点网络方程也将改变。假设有  $N \times N$  阶外部网络, 节点  $i$  和  $j$  之间为变压器支路 (如图 1 所示), 通过采用支路等值注入功率模型替换该支路后, 外部网络节点网络方程如下:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1j} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2i} & \cdots & Y_{2j} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & Y'_{ii} & \cdots & Y'_{ij} & \cdots & Y_{iN} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{j1} & Y_{j2} & \cdots & Y'_{ji} & \cdots & Y'_{jj} & \cdots & Y_{jN} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{Ni} & \cdots & Y_{Nj} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_i \\ \vdots \\ \dot{U}_j \\ \vdots \\ \dot{U}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}'_i \\ \vdots \\ \dot{I}'_j \\ \vdots \\ \dot{I}_N \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(4)中, 由于节点*i*和*j*之间为变压器支路被消去, 变换前的外部网络节点导纳矩阵 $\mathbf{Y}_{EE}$ 与变换后的节点导纳矩阵 $\mathbf{Y}'_{EE}$ 不相等。在变换前后, 外部网络节点导纳矩阵中与节点*i*和*j*对应的导纳元素发生了变化。如图1所示, 节点*i*为非标准变比例,  $Y_{ii}$ 与 $Y_{jj}$ 分别为变换前节点*i*和*j*的自导纳, 则采用支路等值注入功率变换外部网络变压器支路后, 与节点*i*和*j*对应的导纳元素计算如下:

$$\begin{cases} Y'_{ii} = Y_{ii} - y_t / k_t^2 \\ Y'_{jj} = Y_{jj} - y_t \\ Y'_{ij} = Y_{ij} + y_t / k_t \\ Y'_{ji} = Y_{ji} + y_t / k_t \end{cases} \quad (5)$$

同样, 变换前的节点注入电流列向量 $\mathbf{I}_{EE}$ 与变换后的节点注入电流列向量为 $\mathbf{I}'_{EE}$ 不相等, 网络变换后节点*i*和*j*的注入电流发生变化, 如变换前节点*i*和*j*的注入电流分别为 $\dot{I}_i$ 和 $\dot{I}_j$ , 则变换后节点*i*和*j*的注入电流为:

$$\begin{cases} \dot{I}'_i = \dot{I}_i + \dot{I}_{ij} \\ \dot{I}'_j = \dot{I}_j + \dot{I}_{ji} \end{cases} \quad (6)$$

对于上述 $N \times N$ 阶外部电力网络, 将所有变压器支路消去, 然后用式(2)和式(3)计算的支路注入功率/电流替换, 按式(4)~(6)计算形成新的外部网络节点网络方程, 则新形成的导纳矩阵 $\mathbf{Y}'_{EE}$ 与变压器支路导纳无关。在分区等值优化过程中, 当外部网络支路变压器变比变动时, 其变动影响等效转化为相应支路节点注入功率/电流变化, 而 $\mathbf{Y}'_{EE}$ 将保持不变, 故由 $\mathbf{Y}'_{EE}$ 归并或消去得到的外部等值导纳矩阵也不需要再重新计算。

### 3 外部等值归并方法

外部等值包括两部分计算: 外部等值导纳和等值注入功率<sup>[17]</sup>。基于支路等值注入功率模型的外部网络变换, 使外部网络拓扑发生变动时, 外部节点导纳矩阵保持固定不变, 而对应节点注入功率/电流改变以应对变动影响。外部等值时需将外部网络导纳和各节点注入功率向边界点归并, 外部等值修正时只需将局部修改后的节点注入功率向边界点归并, 下面以最常用的Ward等值和REI等值为例, 对两种等值方法的等值导纳和等值注入功率归并方法进行分析说明。

#### 3.1 Ward等值归并方法

Ward等值从数学角度来讲是线性代数方程的高斯消去, 从物理角度讲则是对网络的星网变换。

如图4(a)所示, 全系统依照Ward等值分区划分为三部分: 内部网络*I*, 边界网络*B*和外部网络*E*。

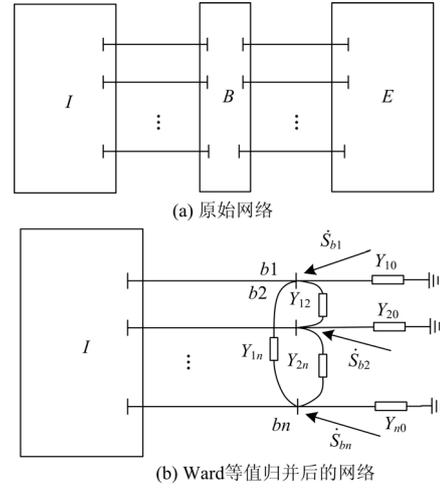


图4 Ward等值网络简化过程

Fig.4 Network reduction process of Ward equivalent

可以按照上述划分方式写出三者的网络方程:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{EE} & \mathbf{Y}_{EB} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Y}_{BE} & \mathbf{Y}_{BB} & \mathbf{Y}_{BI} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_{IB} & \mathbf{Y}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_E \\ \dot{\mathbf{U}}_B \\ \dot{\mathbf{U}}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_E \\ \dot{\mathbf{I}}_B \\ \dot{\mathbf{I}}_I \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{Y}_{EE}$ 和 $\dot{\mathbf{I}}_E$ 为外部网络的导纳矩阵和节点注入电流向量, 采用高斯消去法, 消去外部节点电压 $\dot{\mathbf{U}}_E$ 有:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Y}}_{BB} & \mathbf{Y}_{BI} \\ \mathbf{Y}_{IB} & \mathbf{Y}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_B \\ \dot{\mathbf{U}}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_B \\ \dot{\mathbf{I}}_I \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:

$$\tilde{\mathbf{Y}}_{BB} = \mathbf{Y}_{BB} - \mathbf{Y}_{BE} \mathbf{Y}_{EE}^{-1} \mathbf{Y}_{EB} \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_B = \dot{\mathbf{I}}_B - \mathbf{Y}_{BE} \mathbf{Y}_{EE}^{-1} \dot{\mathbf{I}}_E \quad (10)$$

其中:  $\tilde{\mathbf{Y}}_{BB}$ 为外部等值导纳矩阵;  $\tilde{\mathbf{I}}_B$ 为边界点等值注入电流, 是由外部网络所有节点注入电流向边界节点的归并, 对应的等值注入功率为 $\tilde{\mathbf{S}}_B = \dot{\mathbf{V}}_B \mathbf{e} \tilde{\mathbf{I}}_B^*$ ,  $\mathbf{e}$ 为单位行向量。

图4(b)为Ward等值归并后的网络, 边界节点之间的等值支路导纳和边界节点的等值对地导纳组成外部等值导纳矩阵 $\tilde{\mathbf{Y}}_{BB}$ , 各边界节点的等值注入功率组成边界等值注入功率列向量 $\tilde{\mathbf{S}}_B$ 。若对外部网络采用支路等值注入功率模型进行外部网络变换, 假设对所有变压器支路进行替换, 由公式(5)和(6)分别计算出新的外部网络导纳矩阵 $\mathbf{Y}'_{EE}$ 和节点注入电流 $\dot{\mathbf{I}}'_E$ , 则 $\mathbf{Y}'_{EE}$ 和由公式(9)计算得到的 $\tilde{\mathbf{Y}}_{BB}$

均与变压器支路导纳无关,当外部网络出现扰动时,变压器变比发生变化,则无需重新计算  $\tilde{Y}'_{BB}$ , 只需更新列向量  $\dot{I}'_E$  中部分元素,再由式(10)归并即可精确对外网进行等值。

### 3.2 REI 等值归并方法

REI 等值把外部网中的节点注入电流/功率加以归并,移到外部的一个或少数几个节点上,原来的外部网络就变成了无源网络,然后再对外部的无源网络进行等值。如图 5 (a) 所示原始网络,经过把外部系统所有有源节点功率用 REI 网络代替,如图 5 (b) 所示。

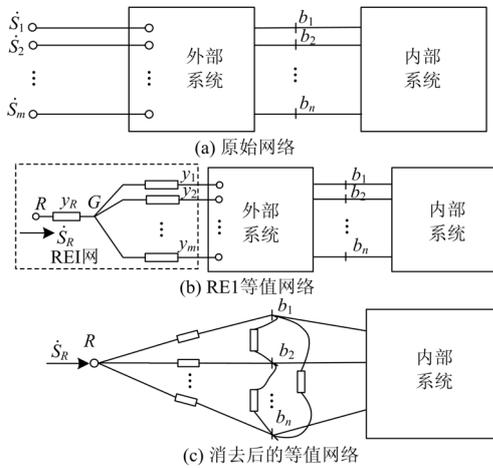


图 5 REI 等值网络简化过程

Fig.5 Network reduction process of REI equivalent

图 5 (b) 中所示 REI 网为无损失网络,其中  $\dot{S}_R = \dot{S}_1 + \dot{S}_2 + \dots + \dot{S}_m$ , 且流过支路  $y_1, y_2, \dots, y_m$  上的功率分别为  $\dot{S}_1, \dot{S}_2, \dots, \dot{S}_m$ ,  $y_i (i=1, 2, \dots, m)$  与  $y_R$  的导纳值随对应支路功率变化而变化,当外部系统扰动时,不仅外部系统中的变压器变比将变动,部分有源节点的注入功率也会发生变化,则 REI 网络中相关支路和外部系统中变压器支路都将发生变化。

与 Ward 等值相比, REI 等值在进行网络化简时,除了要保留边界节点外,还需要保留 REI 节点,因此不能直接用式(7)~(10)实现消去归并,这里采用局部节点等值方程进行处理。以图 5 (b) 和图 5 (c) 为例,把图 5 (b) 所示系统的节点分为保留节点 M 和消去节点 C,保留节点 M 包括内部系统节点 I、边界节点 B 和 REI 节点 R,在化简时,先对保留节点编号,再对消去节点编号,用集合 G 表示边界节点 B 和 REI 节点 R 的集合,这样外部网络的节点导纳方程将按保留节点和消去节点进行分块,则有:

$$\begin{bmatrix} Y_{MM} & Y_{MC} \\ Y_{CM} & Y_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_M \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_M \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\text{其中 } Y_{MM} = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GI} \\ Y_{IG} & Y_{II} \end{bmatrix}, Y_{MC} = \begin{bmatrix} Y_{GC} \\ Y_{IC} \end{bmatrix},$$

$$Y_{CM} = [Y_{CG} \ Y_{CI}], Y_{CC} = Y_{CI} = 0, \dot{U}_M = [\dot{U}_G \ \dot{U}_I]^T$$

$\dot{I}_M = [\dot{I}_G \ \dot{I}_I]^T$ , 则式(13)可写成:

$$\begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GI} & Y_{GC} \\ Y_{IG} & Y_{II} & 0 \\ Y_{CG} & 0 & Y_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_G \\ \dot{U}_I \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_G \\ \dot{I}_I \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} \quad (12)$$

对方程组进行初等变换,式(14)可转变为如下形式:

$$\begin{bmatrix} Y_{CC} & Y_{CG} & 0 \\ Y_{GC} & Y_{GG} & Y_{GI} \\ 0 & Y_{IG} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_C \\ \dot{U}_G \\ \dot{U}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_C \\ \dot{I}_G \\ \dot{I}_I \end{bmatrix} \quad (13)$$

式(13)可与式(7)类似,同样采用高斯消去法消去节点电压  $\dot{U}_C$  有:

$$\begin{bmatrix} \tilde{Y}_{GG} & Y_{GI} \\ Y_{IG} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_G \\ \dot{U}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_G \\ \dot{I}_I \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\text{式中: } \tilde{Y}_{GG} = Y_{GG} - Y_{GC} Y_{CC}^{-1} Y_{CG} \quad (15)$$

$$\tilde{I}_G = \dot{I}_G - Y_{GC} Y_{CC}^{-1} \dot{I}_C \quad (16)$$

其中:  $\tilde{Y}_{GG}$  为外部等值导纳矩阵;  $\tilde{I}_G$  为边界节点和 REI 节点的等值注入电流,对应注入功率为

$$\tilde{S}_G = \dot{V}_G e \tilde{I}_G^*, e \text{ 为单位行向量。}$$

图 5 (c) 为 REI 等值归并后的网络,网络变换前除 REI 节点外,其他边界节点注入电流或功率为 0。若同样采用支路注入功率模型取代 5 (b) 所示外部网络和 REI 网中导纳易变动的支路,对 REI 网和外部系统进行网络变换,则变换后边界节点注入电流或功率不为 0,且 REI 等值后的外部等值导纳矩阵  $\tilde{Y}_{GG}$  将与局部导纳易变动支路无关,即  $\tilde{Y}_{GG}$  为固定值,当外部网络对应支路导纳发生变动,无需重新计算  $\tilde{Y}_{GG}$  值,局部支路导纳变化的影响将转移到保留节点的注入功率/电流变化上,将变化电流由式(16)进行归并以实现等值修正。

## 4 算例分析

### 4.1 测试系统

本文以 IEEE 39 节点系统作为测试系统,采用 Ward 等值和 REI 等值归并方法,对本文所提基于支路等值注入功率的外部网络等值修正方法进行有效性验证。将 IEEE 39 节点系统分为 2 个区域,其分

区如图 6 所示。

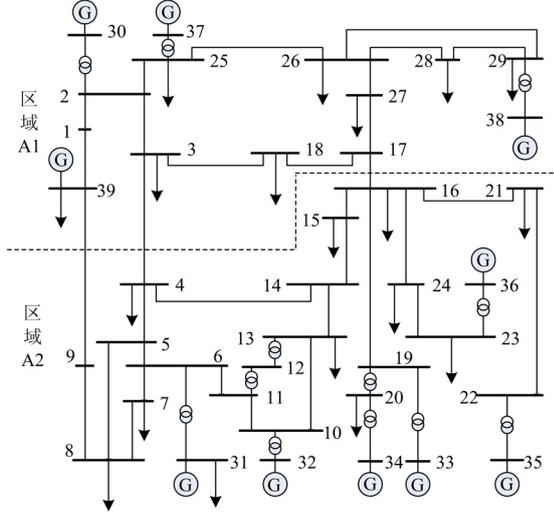


图 6 IEEE 39 节点系统 2 分区示意图

Fig.6 Schematic diagram of 2 areas in 39-bus system

图 6 中虚线以上部分为区域 A1, 虚线以下部分为区域 A2, 区域 A1 和区域 A2 的节点数分别为 14 和 25, 两分区的基本信息如表 1 所示。

表 1 IEEE 39 节点系统 2 分区基本数据

Tab.1 Basic data of two areas in IEEE 39-bus system

区域	节点	发电机	变压器	联络线
A1	14	4	3	3
A2	25	6	9	3

#### 4.2 外部等值测试

将图 6 中所示区域 A1 作为内部网络, 区域 A2 作为外部网络, 将节点 3、17 和 39 定义为区域 A1 的内边界节点, 将属于区域 A2 的边界节点 4、9 和 16 定义为区域 A1 的外边界节点。通过对 IEEE 39 节点系统进行基本潮流计算, 可以得到区域 A1 的内外边界电压  $\dot{U}_{BI}^{(0)}$  和  $\dot{U}_{BE}^{(0)}$ :

$$\begin{aligned} \dot{U}_{BI}^{(0)} &= [\dot{U}_3^{(0)}, \dot{U}_{17}^{(0)}, \dot{U}_{39}^{(0)}]^T = \\ & [0.9287 - j0.1739, 0.9259 - j0.1504, 1.0000 - j0.2020]^T \\ \dot{U}_{BE}^{(0)} &= [\dot{U}_4^{(0)}, \dot{U}_9^{(0)}, \dot{U}_{16}^{(0)}]^T = \\ & [0.8963 - j0.1902, 0.9687 - j0.2053, 0.9202 - j0.1281]^T \end{aligned}$$

采用支路等值注入功率模型将区域 A2 中所有变压器支路进行替换, 对区域 A2 进行网络变换, 然后在区域 A1 的外边界节点处对区域 A2 进行 Ward 等值。由公式 (5) 可计算得到新的外部网络导纳矩阵  $\mathbf{Y}'_{A2}$ , 由公式 (6) 可计算得到新的外部网络节点注入功率列向量  $\mathbf{I}'_{A2}$ , 并由公式 (9) 可计算获得区域 A2 的 Ward 等值导纳矩阵  $\tilde{\mathbf{Y}}_{BB(A2)}$ :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{Y}}_{BB(A2)} &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Y}}_{44} & \tilde{\mathbf{Y}}_{49} & \tilde{\mathbf{Y}}_{416} \\ \tilde{\mathbf{Y}}_{94} & \tilde{\mathbf{Y}}_{99} & \tilde{\mathbf{Y}}_{916} \\ \tilde{\mathbf{Y}}_{164} & \tilde{\mathbf{Y}}_{169} & \tilde{\mathbf{Y}}_{1616} \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 7.08 - j121.28 & -0.87 + j10.86 & -1.47 + j17.21 \\ -0.87 + j10.86 & 2.89 - j59.73 & -0.08 + j0.52 \\ -1.47 + j17.21 & -0.08 + j0.52 & 15.19 + j212.31 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由公式 (10) 可计算获得边界节点的等值注入电流  $\tilde{\mathbf{I}}_{B(A2)}^{(1)}$ :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{I}}_{B(A2)}^{(1)} &= [\tilde{\mathbf{I}}_4^{(1)}, \tilde{\mathbf{I}}_9^{(1)}, \tilde{\mathbf{I}}_{16}^{(1)}]^T = \\ & [12.0036 - j38.4268, 2.4167 - j7.6190, 11.4730 - j75.7140]^T \end{aligned}$$

将  $\tilde{\mathbf{Y}}_{BB(A2)}$  和  $\tilde{\mathbf{I}}_{B(A2)}^{(1)}$  代入式 (8), 解方程组可获得 Ward 等值后的区域 A1 内边界节点电压值  $\dot{U}_{BI}^{(1)}$  和外边界节点电压值  $\dot{U}_{BE}^{(1)}$ :

$$\begin{aligned} \dot{U}_{BI}^{(1)} &= [\dot{U}_3^{(1)}, \dot{U}_{17}^{(1)}, \dot{U}_{39}^{(1)}]^T = \\ & [0.9286 - j0.1739, 0.9259 - j0.1503, 1.0000 - j0.2021]^T \\ \dot{U}_{BE}^{(1)} &= [\dot{U}_4^{(1)}, \dot{U}_9^{(1)}, \dot{U}_{16}^{(1)}]^T = \\ & [0.8964 - j0.1901, 0.9687 - j0.2054, 0.9202 - j0.1282]^T \end{aligned}$$

同样以区域 A1 作为内部网络, 区域 A2 作为外部网络, 内外边界点定义与上述一致, 对外部区域 A2 进行 REI 等值。首先将外部网络的节点注入电流 (功率) 移到外部的 REI 节点 40 上, 形成区域 A2 的 REI 网络, 则区域 A2 与其 REI 网络组成新的外部网络。对系统节点重新编号, 形成外部消去节点导纳矩阵  $\mathbf{Y}_{C(A2)}$ , 采用等值支路注入功率模型对区域 A2 的变压器支路和 REI 网络中易变动支路进行变换, 由公式 (5) 得到新的外部消去节点导纳矩阵  $\mathbf{Y}'_{C(A2)}$ , 由公式 (6) 可计算得到新的外部消去节点注入电流列向量  $\mathbf{I}'_{C(A2)}$ , 由式 (15) 得到外部网络保留节点的等值导纳矩阵  $\tilde{\mathbf{Y}}_{GG(A2)}$ :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{Y}}_{GG(A2)} &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Y}}_{44} & \tilde{\mathbf{Y}}_{49} & \tilde{\mathbf{Y}}_{416} & \tilde{\mathbf{Y}}_{440} \\ \tilde{\mathbf{Y}}_{94} & \tilde{\mathbf{Y}}_{99} & \tilde{\mathbf{Y}}_{916} & \tilde{\mathbf{Y}}_{940} \\ \tilde{\mathbf{Y}}_{164} & \tilde{\mathbf{Y}}_{169} & \tilde{\mathbf{Y}}_{1616} & \tilde{\mathbf{Y}}_{1640} \\ \tilde{\mathbf{Y}}_{404} & \tilde{\mathbf{Y}}_{409} & \tilde{\mathbf{Y}}_{4016} & \tilde{\mathbf{Y}}_{4040} \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 8.52 - j95.31 & -2.91 + j9.83 & -3.57 + j15.18 & -0.35 + j0.67 \\ -2.91 + j9.83 & 10.5 - j69.8 & -2.36 + j6.89 & -5.42 + j13.25 \\ -3.57 + j15.18 & -2.36 + j6.89 & 16.3 + j221.28 & -0.28 + j1.36 \\ -0.35 + j0.67 & -5.42 + j13.25 & -0.28 + j1.36 & 12.5 - j153.28 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由公式 (16) 可计算获得边界节点的等值注入电流  $\tilde{\mathbf{I}}_{G(A2)}^{(1)}$ :

$\tilde{\mathbf{I}}_{G(A2)}^{(1)} = [\tilde{\mathbf{I}}_4^{(1)}, \tilde{\mathbf{I}}_9^{(1)}, \tilde{\mathbf{I}}_{16}^{(1)}, \tilde{\mathbf{I}}_{40}^{(1)}]^T = [7.324 - j15.652, 1.425 - j8.365, 5.542 - j26.876, 14.358 - j67.637]^T$   
 将  $\tilde{\mathbf{Y}}_{GG(A2)}$  和  $\tilde{\mathbf{I}}_{G(A2)}^{(1)}$  代入式 (14), 解方程组可获得 REI 等值后的区域 A1 内边界节点电压值  $\dot{\mathbf{U}}_{BI(R)}^{(1)}$  和外边界节点电压值  $\dot{\mathbf{U}}_{BE(R)}^{(1)}$ :

$$\dot{\mathbf{U}}_{BI(R)}^{(1)} = [\dot{\mathbf{U}}_3^{(1)}, \dot{\mathbf{U}}_{17}^{(1)}, \dot{\mathbf{U}}_{39}^{(1)}]^T = [0.9283 - j0.1737, 0.9255 - j0.1504, 1.0001 - j0.2023]^T$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{BE(R)}^{(1)} = [\dot{\mathbf{U}}_4^{(1)}, \dot{\mathbf{U}}_9^{(1)}, \dot{\mathbf{U}}_{16}^{(1)}]^T = [0.8965 - j0.1903, 0.9688 - j0.2057, 0.9201 - j0.1283]^T$$

在进行外部等值时, 必须确保所有内部节点和保留的外边界节点在等值前后的电压不变, 这里只

表 2 区域 A2 扰动前后变压器变比比较

Tab.2 Comparison of transformer ratio before and after disturbed in regional A2

	$T_{12-11}$	$T_{12-13}$	$T_{6-31}$	$T_{10-32}$	$T_{19-33}$	$T_{20-34}$	$T_{22-35}$	$T_{23-36}$	$T_{19-20}$
扰动前	1.006	1.006	1.07	1.07	1.07	1.009	1.025	1.0	1.06
扰动后	1.009	1.07	1.05	1.05	1.025	1.006	1.06	1.05	1.07

由于已采用基于支路等值注入功率模型对 A2 区域进行网络变换, Ward 等值导纳矩阵  $\tilde{\mathbf{Y}}_{BB(A2)}$  与变比支路导纳无关, 不用重新计算, 只需由公式 (3) 和 (6) 根据变化后的变比修正外部网络节点注入电流列向量  $\mathbf{I}_{A2}$  的部分元素, 再由公式 (10) 可重新计算  $\tilde{\mathbf{I}}_{B(A2)}^{(2)}$ :

$$\tilde{\mathbf{I}}_{B(A2)}^{(2)} = [\tilde{\mathbf{I}}_4^{(2)}, \tilde{\mathbf{I}}_9^{(2)}, \tilde{\mathbf{I}}_{16}^{(2)}]^T = [12.0156 - j39.2554, 2.4057 - j7.7647, 11.6584 - j76.5333]^T$$

同样将  $\tilde{\mathbf{Y}}_{BB(A2)}$  和  $\tilde{\mathbf{I}}_{B(A2)}^{(2)}$  代入式 (8), 解方程组可得到外部等值修正后的内外边界电压:

$$\dot{\mathbf{U}}_{BI(W)}^{(2)} = [\dot{\mathbf{U}}_3^{(2)}, \dot{\mathbf{U}}_{17}^{(2)}, \dot{\mathbf{U}}_{39}^{(2)}]^T = [0.9354 - j0.1735, 0.9334 - j0.1503, 1.0000 - j0.2010]^T$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{BE(W)}^{(2)} = [\dot{\mathbf{U}}_4^{(2)}, \dot{\mathbf{U}}_9^{(2)}, \dot{\mathbf{U}}_{16}^{(2)}]^T = [0.9074 - j0.1899, 0.9734 - j0.2044, 0.9289 - j0.1286]^T$$

仍然通过全网基本潮流计算, 可得到变比变动

表 3 区域 A2 扰动前后发电机出力比较

Tab.3 Comparison of generator output before and after disturbed in regional A2

	$G_{31}$	$G_{32}$	$G_{33}$	$G_{34}$	$G_{35}$	$G_{36}$
变动前	5.728+j2.070 3	6.5+j2.057 3	6.32+j1.089 3	5.08+j1.669 8	6.5+j2.11	5.6+j 1.004
变动后	7.23+j3.57	5.62+j2.36	5.41+j1.589	6.82+j2.04	7.6+j1.452	4.86+j1.53

在进行等值修正时, 同样不需重新计算  $\tilde{\mathbf{Y}}_{GG(A2)}$ ,

需考虑等值前后内外边界节点电压是否保持不变即可。由上述计算可知, 在存在计算精度误差情况下,  $\dot{\mathbf{U}}_{BI(R)}^{(1)}$  和  $\dot{\mathbf{U}}_{BI(W)}^{(1)}$  的值分别与  $\dot{\mathbf{U}}_{BI}^{(0)}$  非常接近,  $\dot{\mathbf{U}}_{BE(R)}^{(1)}$  和  $\dot{\mathbf{U}}_{BE(W)}^{(1)}$  分别与  $\dot{\mathbf{U}}_{BE}^{(0)}$  非常接近, 即采用本文等值方法后的内外边界点电压与全网潮流计算得到的电压值基本相等。由此可知, 采用本文所提支路等值注入功率模型进行网络变换后, 外部等值的效果与常规等值效果一致。

#### 4.3 Ward 等值修正测试

对上述的分区等值测试系统, 假设区域 A1 等值优化过程中, 外部区域 A2 中变压器变比发生如表 2 所示变化, 那么由 4.2 所计算的外部等值将不再准确, 需要重新予以修正。

后的内外边界节点电压:

$$\dot{\mathbf{U}}_{BI}^{(20)} = [\dot{\mathbf{U}}_3^{(20)}, \dot{\mathbf{U}}_{17}^{(20)}, \dot{\mathbf{U}}_{39}^{(20)}]^T = [0.9353 - j0.1735, 0.9333 - j0.1504, 1.0000 - j0.2011]^T$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{BE}^{(20)} = [\dot{\mathbf{U}}_4^{(20)}, \dot{\mathbf{U}}_9^{(20)}, \dot{\mathbf{U}}_{16}^{(20)}]^T = [0.9073 - j0.1898, 0.9732 - j0.2044, 0.9289 - j0.1287]^T$$

由上述计算可知,  $\dot{\mathbf{U}}_{BI(W)}^{(2)}$  与  $\dot{\mathbf{U}}_{BE(W)}^{(2)}$  分别与  $\dot{\mathbf{U}}_{BI}^{(20)}$ 、 $\dot{\mathbf{U}}_{BE}^{(20)}$  基本相等, 即修正后的 A1 区域内外边界节点电压仍然与扰动后全网潮流计算得到的 A1 区域内外边界节点电压基本一致, 这说明当外部网络拓扑发生变动时, 采用所提方法能正确地对外部 Ward 等值进行修正。

#### 4.4 REI 等值修正测试

假设区域 A1 等值优化过程中, 外部区域 A2 中变压器变比发生如表 2 所示变动, 同时区域 A2 中的发电机出力发生如表 3 所示变化, 则区域 A2 中变压器支路和 REI 网中支路均会发生变动。

只需由公式 (3) 和 (6) 根据变化后的导纳修正外

部消去节点注入电流列向量  $I_{C(A2)}'$  的部分元素, 再由

公式 (10) 可重新计算  $\tilde{I}_{G(A2)}^{(2)}$  :

$$\tilde{I}_{G(A2)}^{(2)} = [\tilde{I}_4^{(2)}, \tilde{I}_9^{(2)}, \tilde{I}_{16}^{(2)}, \tilde{I}_{40}^{(2)}]^T = [12.573 - j34.533, 6.267 - j27.412, 6.134 - j28.767, 4.266 - j27.93]^T$$

同样将  $\tilde{Y}_{GG(A2)}$  和  $\tilde{I}_{G(A2)}^{(2)}$  代入式 (14), 解方程组可获得系统变动后区域 A1 内边界节点电压值  $\dot{U}_{BI(R)}^{(3)}$  和外边界节点电压值  $\dot{U}_{BE(R)}^{(3)}$  :

$$\dot{U}_{BI(R)}^{(2)} = [\dot{U}_3^{(2)}, \dot{U}_{17}^{(2)}, \dot{U}_{39}^{(2)}]^T = [0.9303 - j0.1494, 0.9243 - j0.1157, 1.0003 - j0.1854]^T$$

$$\dot{U}_{BE(R)}^{(2)} = [\dot{U}_4^{(2)}, \dot{U}_9^{(2)}, \dot{U}_{16}^{(2)}]^T = [0.9036 - j0.1753, 0.9727 - j0.1913, 0.9167 - j0.0876]^T$$

通过全网基本潮流计算, 可得到系统变动后的内外边界节点电压:

$$\dot{U}_{BI}^{(30)} = [\dot{U}_3^{(30)}, \dot{U}_{17}^{(30)}, \dot{U}_{39}^{(30)}]^T = [0.9302 - j0.1492, 0.9240 - j0.1156, 1.0000 - j0.1850]^T$$

$$\dot{U}_{BE}^{(30)} = [\dot{U}_4^{(30)}, \dot{U}_9^{(30)}, \dot{U}_{16}^{(30)}]^T = [0.9038 - j0.1754, 0.9726 - j0.1912, 0.9166 - j0.0878]^T$$

由上述计算可知,  $\dot{U}_{BI(R)}^{(2)}$  与  $\dot{U}_{BE(R)}^{(2)}$  分别与  $\dot{U}_{BI}^{(30)}$ 、 $\dot{U}_{BE}^{(30)}$  基本相等, 即本文所提方法仍然能正确的对 REI 等值进行修正。

对于大规模电力系统而言, 在分区等值最优潮流计算过程中, 外部网络规模庞大, 但对应外部网络中导纳易变动支路往往相对较少。在优化过程中进行外部等值修正时, 与每次重新计算庞大外部网络节点导纳矩阵及其求逆相比, 采用本文所提方法无疑计算量很小, 能大大提高计算速度。

## 5 结论

本文提出一种基于支路等值注入功率模型的外部静态等值修正方法, 对常用的 Ward 等值和 REI 等值均适用, 具有良好的通用性和适应性。通过仿真表明, 该方法等值效果与常规方法一致, 在对外部等值进行修正时具有独特的优势, 能避免重新计算外部等值导纳, 可提高外部等值修正的计算效率。将该修正方法应用到基于外部等值的最优潮流分解协调优化计算领域, 在全网优化过程中当外部网络发生扰动时, 该方法将在确保外部等值精确的同时, 极大地提高等值优化计算的时间效益, 对实现实时在线优化运算具有重要作用。

## 参考文献

[1] 赵维兴, 刘明波. 基于近似牛顿方向的多区域电力系

统无功优化计算[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27 (25): 18-24.

ZHAO Wei-xing, LIU Ming-bo. A decomposition algorithm applied to mutil-area reactive-power optimization based on approximation Newton directions[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27 (25): 18-24.

[2] Nogales F J, Prieto F J. A decomposition methodology applied to the mutil-area optimal power flow problem[J]. Annals of Operations Research, 2003, 120(1-4): 99-116.

[3] 陈颖, 沈沉, 梅生伟, 等. 基于改进 Jacobian Free Newton GMRES (m) 的电力系统分布式潮流计算[J]. 电力系统自动化, 2006, 30 (9): 528.

CHEN Ying, SHEN Chen, MEI Sheng-wei, et al. Distributed power flow calculation based on an improved Jacobian Free Newton GMRES (m) method[J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30 (9): 528.

[4] 程新功, 厉吉文, 曹立霞, 等. 基于电网分区的多目标分布式并行无功优化研究[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23 (10): 109-113.

CHENG Xin-gong, LI Ji-wen, CAO Li-xia, et al. Multi-objective distributed parallel reactive power optimization based on subarea division of the power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23 (10): 109-113.

[5] 刘科研, 盛万兴, 李运华. 基于分布式最优潮流算法的跨区输电阻塞管理研究[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27 (19): 56-61.

LIU Ke-yan, SHENG Wan-xing, LI Yun-hua. Multi-region transmission congestion management based on distributed optimal power flow algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27 (19): 56-61.

[6] Wang X, Song Y H, Lu Q. Lagrangian decomposition approach to active power congestion management across interconnected regions[J]. IEE Proceedings-Gener, Transm and Distrib, 2001, 148 (5): 497-503.

[7] Dantzig G B, Wolfe P. Decomposition principle for linear programming[J]. Operations Research, 1960, 8:101-111.

[8] Deeb N, Shahidepour S M. Linear reactive power optimization in a large power network using the decomposition approach[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1990, 5 (2): 428-438.

[9] Benders J F, partitioning procedures for solving gmixed variables programming problems[J]. Numerische Mathe-matik, 1962, 4: 238-252.

[10] Iyer S R, Ramachandran K, Hariharan S. Optimal reactive power allocation for improved system performance[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1984, 103 (6): 1509-1515.

[11] 张伯明, 张海波. 多控制中心之间分解协调计算模式研究[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26 (22): 1-5.

- ZHANG Bo-ming, ZHANG Hai-bo. Research on decomposition and coordination calculation for control centers in electric power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26 (22) : 1-5.
- [12] 张海波, 张伯明, 孙宏斌. 基于异步迭代的多区域互联系统动态潮流分解协调计算[J]. 电力系统自动化, 2003, 27 (24) : 1-5.  
ZHANG Hai-bo, ZHANG Bo-ming, SUN Hong-bin. A decomposition and cooperation dynamic power flow calculation for multi-area interconnected system based on asynchronous iteration[J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27 (24) : 1-5.
- [13] 张海波, 张伯明, 孙宏斌. 分布式潮流计算异步迭代模式的补充和改进[J]. 电力系统自动化, 2007, 31 (2) : 12-16.  
ZHANG Hai-bo, ZHANG Bo-ming, SUN Hong-bin. Supplement and improvement of asynchronous iteration mode for distributed power flow between multi control centers[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31 (2) : 12-16.
- [14] 颜伟, 何宁. 基于Ward等值的分布式潮流计算[J]. 重庆大学学报:自然科学版, 2006, 29 (11) : 36-40.  
YAN Wei, HE Ning. Distributed power flow method based on Ward equivalent[J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition, 2006, 29 (11) : 36-40.
- [15] 赵维兴. 大型互联电力系统无功优化分解协调算法研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2008.  
ZHAO Wei-xing. Research on decomposition and coordination algorithm of reactive power optimization for large in connected power systems[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2008.
- [16] 赵维兴, 刘明波, 孙斌. 基于诺顿等值的多区域系统无功优化分解协调算法[J]. 电网技术, 2009, 33 (11) : 44-48.  
ZHAO Wei-xing, LIU Ming-bo, SUN Bin. A Norton equivalence based decomposition and coordination algorithm of reactive power optimization for multi-regional power grid[J]. Power System Technology, 2009, 33 (11) : 44-48.
- [17] 张伯明, 陈寿孙. 高等电力网络分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.

收稿日期: 2009-11-16; 修回日期: 2010-02-08

作者简介:

刘志文(1980-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为电力系统优化、运行与控制; E-mail: lzw32347@126.com

刘明波(1964-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电力系统优化、运行与控制。

(上接第 218 页 continued from page 218)

- [2] Hussein K H, Muta I, Hoshino T, et al. Maximum photovoltaic power tracking: an algorithm for rapidly changing atmospheric conditions[J]. IEEE Proc Generation, Transmission, and Distribution, 1995, 142 (1) : 59-64.
- [3] Brambilla A. New approach to photovoltaic arrays maximum power point tracking[C]. //Proc 30th IEEE Power Electron Specialists Conf. 1998: 632-637.
- [4] Hohm D P, Ropp M E. Comparative study of maximum power point tracking algorithm using an experimental, programmable, maximum power point tracking test bed[C]. // Proc 28th IEEE Photovoltaic Specialist Conf 2000: 1699-1702.
- [5] 王继东, 苏海滨, 王玲花. 基于虚拟磁链直接功率控制的光伏并网逆变器控制策略研究[J]. 电力系统保护与控制, 2009, 37 (11) : 70-73.  
WANG Ji-dong, SU Hai-bin, WANG Ling-hua. Study of grid-connected inverter used in PV generation system based on virtual flux-linkage direct power control[J]. Power System Protection and Control, 2009, 37 (11) : 70-73.
- [6] Hiyama T, Kitabayashi K. Neural network based estimation of maximum power generation from PV module using environment information[J]. IEEE Trans on Energy Conversion, 1997, 12 (3) : 36-40.
- [7] Hiyama T, Kouzuma S, Imakubo T, et al. Evaluation of neural network based real time maximum power tracking controller for PV system[J]. IEEE Trans on Energy Conversion, 1995, 10 (3) : 543-548.
- [8] Torres A M, Antunes FLM. An artificial neural network-based real time maximum power tracking controller for connecting a PV system to the grid[C]. //Proc IEEE Annu Conf Ind Electron Soc. 1998: 554-558.
- [9] Simoes M G, Franceschetti N N. Fuzzy optimisation based control of a solar array system[J]. IEEE Proc Electric Power Appl, 1999, 146 (5) : 552-558.
- [10] Mahmoud A M A, Mashaly H M, Kandil S A, et al. Fuzzy logic implementation for photovoltaic maximum power tracking[C]. //Proc 9th IEEE Int Workshop Robot Human Interactive Commun. 2000: 155-160.

收稿日期: 2010-04-20

作者简介:

苏海滨(1964-), 男, 博士, 教授, 研究方向为电力电子技术及智能控制; E-mail: suhaibin2000@yahoo.com.cn

王光政(1965-), 男, 教授级高工, 电力系统控制优化决策与仿真;

王继东(1969-), 男, 副教授, 硕士, 研究方向新能源发电并网技术。