

基于 DFT 梯形积分修正法的谐波测量算法

李学太, 张沛超

(上海交通大学电气工程系, 上海 200240)

摘要: 非同步采样是造成频谱泄漏和影响谐波测量精度的重要因素。为提高非同步采样的测量精度, 提出一种在固定采样频率条件下的谐波测量算法。该算法基于 DFT 的梯形积分原理, 在系统频率发生偏移时将一个周期内的采样点数分为整数点和分数点, 利用分数点的积分结果去修正谐波测量结果。为求取分数点对应的采样值, 采用了线性插值算法。所提出的算法无需硬件频率跟踪电路, 数据窗长度仅为一个周波, 特别适合于保护、测控、故障录波等多功能一体化智能电子装置。仿真计算及实际装置运行均表明, 当系统频率在 45~55 Hz 之间变化时, 此修正算法均可以有效地提高基波和谐波的测量精度。

关键词: 非同步采样; 离散傅里叶变换; 谐波测量; 线性插值

A harmonic measurement algorithm based on a correction method for DFT trapezoidal integration

LI Xue-tai, ZHANG Pei-chao

(Department of Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Asynchronous sampling is one of the main factors that cause spectrum leakage and harmonic measurement inaccuracy. In order to improve the measurement accuracy of the asynchronous sampling, this paper proposes a harmonics measurement algorithm assuming the fixed sampling rate. The proposed algorithm, which is based on the DFT trapezoidal integration principle, divides the sampling points in a cycle into integer points and fraction points. The integration of the fraction points is then used to compensate for the measurement result. The linear interpolation method is adopted to calculate the sampling value of the fraction point. When using the proposed algorithm, a frequency-tracking circuit is needless, and the length of the data window is just one fundamental cycle. As a result, the algorithm is most suitable for the multi-functional IEDs which integrate such functions as protection, measurement, control and disturbance recording. Both the simulation results and the practical operation of the device demonstrate that the proposed algorithm can improve the accuracy of the harmonic measurement effectively when the system frequency drifts between 45 Hz and 50 Hz.

Key words: asynchronous sampling; DFT; harmonic measurement; linear interpolation

中图分类号: TM744 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2010)19-0065-05

0 引言

离散傅里叶变换(DFT)获得精确计算结果的前提之一是采样频率和系统频率同步, 否则, 就会因频率泄漏而导致较大的计算误差。但事实上, 电网频率总会在工频(50 Hz)附近波动, 所以实际采样是非同步采样^[1]。克服非同步采样误差的方法可分为硬件和软件两种。前者是采用硬件频率跟踪电路^[2-4], 后者是在时域或频域通过插值进行数据修正^[5-9]。随着智能电子装置处理能力的不断增强以及数字化电气量测系统的广泛采用, 在保护装置中集成测控、录波甚至 PMU 等功能就成为必然趋势。为此, 就要求上述多种功能可以共用软、硬件平台。

在这种情况下, 若平台采用硬件频率跟踪方法会导致硬件复杂、成本太高。而采用软件方法则又有数据窗长(一般为 3~10 个周波)、计算量大, 或者精度不够等问题。对于保护而言, 过长的数据窗还会严重影响保护动作速度。

本文提出一种固定采样频率条件下的基波及谐波计算修正算法。该算法基于 DFT 的梯形积分原理, 将系统频率偏移时一个周期内的采样点数分为整数点和分数点两部分, 并利用后者的计算结果实施对前者的修正。该算法仅需软件测频, 无需硬件频率跟踪电路; 算法简单直观, 数据窗仅为一个工频周期, 计算量小、延时短。仿真结果及实际装置运行均表明, 在系统频率发生大范围变化时, 本算

法能获得精确的测量结果。

1 算法原理

设 $x(t)$ 是周期为 T 的连续信号, $f = 1/T$ 。若 $x(t)$ 满足 Dirichlet 条件, 则其傅里叶变换为:

$$X(k\Omega) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)e^{-jk\Omega t} dt \quad (1)$$

其中, $\Omega = 2\pi f$ 。

由式 (1) 可见, 傅里叶变换在几何上可视为曲线 $x(t)e^{-jk\Omega t}$ 在一个周期内的面积。对于离散信号序列 $x(n)$, 当系统频率 f 波动导致基波周期发生 ΔT 变化、而采样频率 f_s 固定不变时, 一个周期内的采样点数为:

$$N = \frac{T + \Delta T}{T_s} \quad (2)$$

对 N 取整得到整数采样点为:

$$N_s = \left\lfloor \frac{T + \Delta T}{T_s} \right\rfloor \quad (3)$$

其中, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示下取整。

此时分数采样点为:

$$\Delta N = N - N_s \quad (4)$$

例如, 设采样频率 f_s 为 2 kHz。当系统频率 f 由 50 Hz 偏移到 49.2 Hz 时, 可得 $N_s = 40$, $\Delta N = 0.65$ 。

式 (1) 的几何含义启发我们: 可以将 N 分为整数采样点 N_s 和分数采样点 ΔN , 利用梯形积分分别计算其面积, 然后用分数点面积补偿整数点面积, 从而提高基波和各次谐波的测量精度。

对于整数采样点 N_s , 利用梯形积分法求得 DFT 的余弦、正弦分量分别为:

$$a_{ns} = \frac{1}{N} [i(0) + 2 \sum_{k=1}^{N_s-1} i(k) \cos nk \frac{2\pi}{N} + i(N_s)] \quad (5)$$

$$b_{ns} = \frac{1}{N} [2 \sum_{k=1}^{N_s-1} i(k) \sin nk \frac{2\pi}{N}]$$

分数采样点 ΔN 的面积计算如图 1 所示。图中曲线 1 为工频波形, 曲线 2 为频率偏移时的波形。线段 AN_s 、 $N_s N$ 和曲线 AN 所包围的面积即为分数点面积。为计算此面积, 需要首先获取 N 处采样值 $i(N)$ 。该值可以利用线性插值得得, 计算公式如式 (6)、式 (7):

$$i(k) \cos nk \frac{2\pi}{N} \Big|_{k=N} = i(N_s) \cos nN_s \frac{2\pi}{N} + \Delta N \left[i(N_s + 1) \cos n(N_s + 1) \frac{2\pi}{N} - i(N_s) \cos nN_s \frac{2\pi}{N} \right] \quad (6)$$

$$i(k) \sin nk \frac{2\pi}{N} \Big|_{k=N} = i(N_s) \sin nN_s \frac{2\pi}{N} + \Delta N \left[i(N_s + 1) \sin n(N_s + 1) \frac{2\pi}{N} - i(N_s) \sin nN_s \frac{2\pi}{N} \right] \quad (7)$$

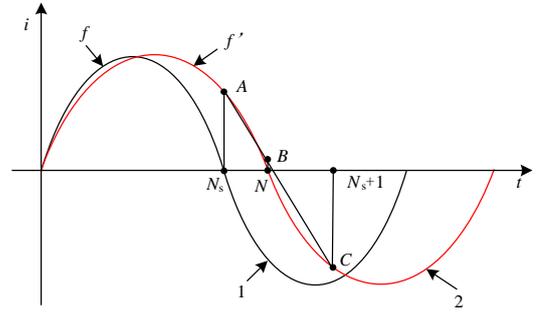


图 1 梯形积分补偿算法

Fig.1 Compensation algorithm for the trapezoidal integration

利用梯形积分法, 求得分数采样点对应的余弦、正弦分量分别为:

$$\tilde{a}_n = \frac{\Delta N}{N} [2i(N_s) \cos nN_s \frac{2\pi}{N} + \Delta N [i(N_s + 1) \cos n(N_s + 1) \frac{2\pi}{N} - i(N_s) \cos nN_s \frac{2\pi}{N}]] \quad (8)$$

$$\tilde{b}_n = \frac{\Delta N}{N} [2i(N_s) \sin nN_s \frac{2\pi}{N} + \Delta N [i(N_s + 1) \sin n(N_s + 1) \frac{2\pi}{N} - i(N_s) \sin nN_s \frac{2\pi}{N}]] \quad (9)$$

补偿后的余弦、正弦分量为:

$$\begin{aligned} a_n &= a_{ns} + \tilde{a}_n \\ b_n &= b_{ns} + \tilde{b}_n \end{aligned} \quad (10)$$

最后得到基波及各次谐波的幅值和相角计算公式为:

$$\begin{aligned} I_m(n) &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\ \varphi_n &= \tan^{-1} \left(\frac{b_n}{a_n} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

2 算法仿真与误差分析

1) 设输入信号中只含有基波。基波幅值为 10 A, 初相角为 30° , 采样频率为 2 kHz, 系统频率在 [45, 55] Hz 范围内大幅度变化。按传统 DFT 梯形积分计算, 幅值最大误差为 0.07%, 相位最大误差 0.24° , 如图 2 和图 3 所示。

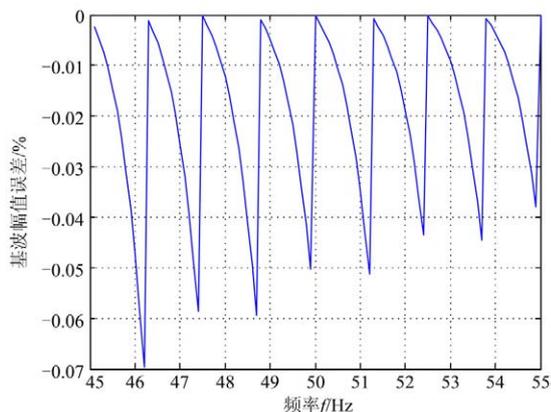


图 2 传统 DFT 基波幅值误差

Fig.2 Amplitude error of fundamental wave using traditional DFT

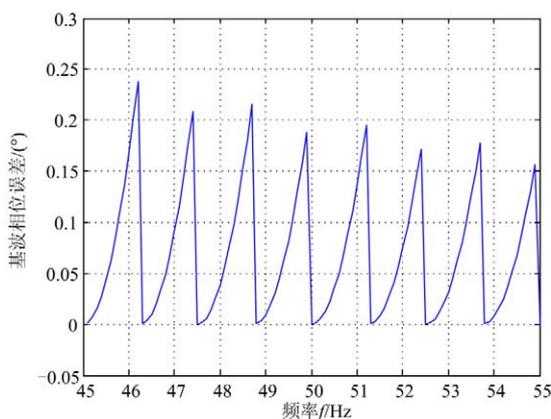


图 3 传统 DFT 基波相位误差

Fig.3 Phase error of fundamental wave using traditional DFT

采用本算法得到的基波幅值和相位误差如图 4、图 5 所示。由图可知, 在相同条件下基波最大幅值误差小于 0.003%, 相位误差小于 0.0005° , 计算精度得到显著提高。

由于存在频谱泄漏^[10], 会出现“假频”现象。图 6 给出了此时各次谐波幅值测量值, 从下至上依次为二至十次谐波。谐波最大幅值小于 0.007 A, 为基波幅值的 0.07%。

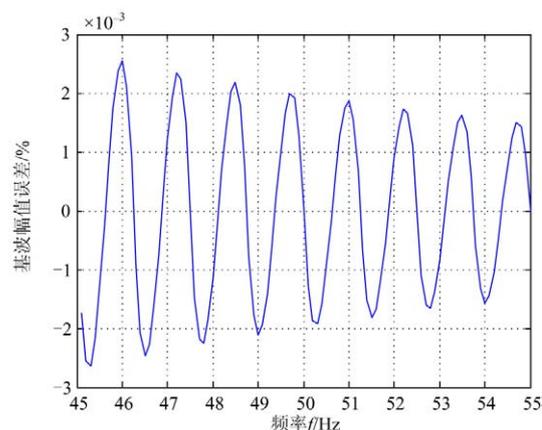


图 4 改进后基波幅值误差

Fig.4 Amplitude error of fundamental wave using improved algorithm

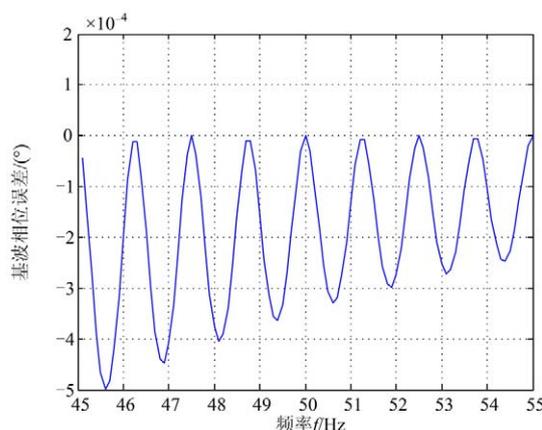


图 5 改进后基波相位误差

Fig.5 Phase error of fundamental wave using improved algorithm

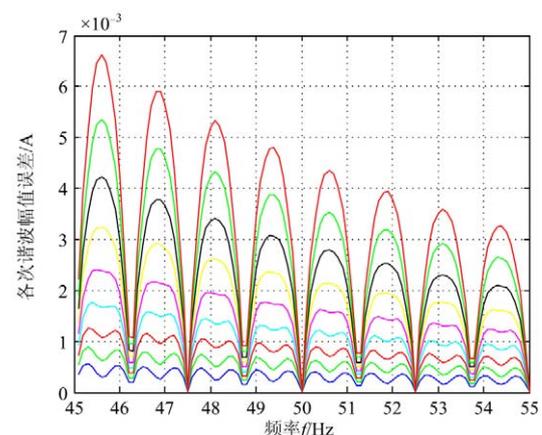


图 6 各次假频谐波幅值

Fig.6 Amplitudes of phantom harmonics

2) 设输入信号中同时含有基波和各次谐波, 幅值依次为 $\text{Amp} = [10, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$ A, 初相

角依次为 $\text{Ang} = [0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ]$ 。采样频率为 2 kHz，系统频率在 [45,55]Hz 范围内变化。按传统 DFT 梯形积分计算，基波最大误差为 0.12%，最大相位误差为 0.7° 。谐波误差随谐波次数的增大而增大。其中，十次谐波的幅值误差达到 17%，如图 7~图 9 所示。

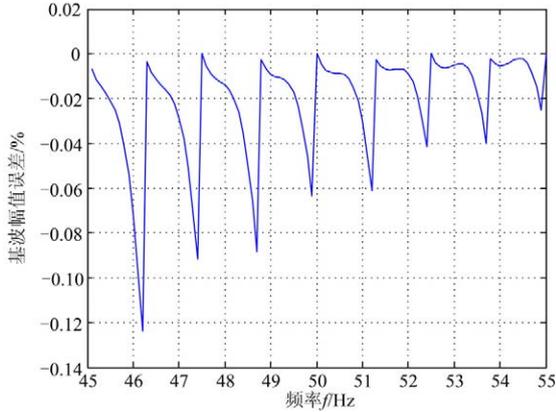


图 7 传统 DFT 基波幅值误差

Fig.7 Amplitude error of fundamental wave using traditional DFT

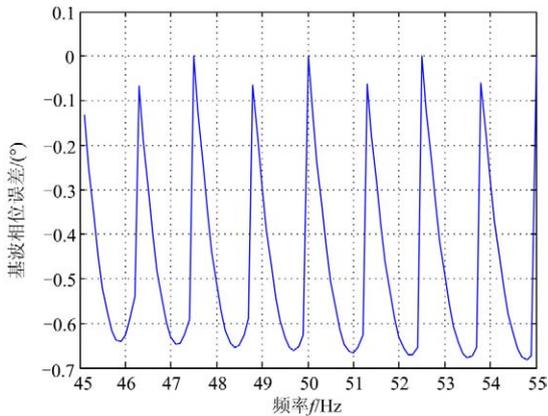


图 8 传统 DFT 基波相位误差

Fig.8 Phase error of fundamental wave using traditional DFT

采用本算法后，基波幅值和相位误差如图 10、11 所示。由图可见，在相同条件下基波最大幅值误差小于 0.03%，最大相位误差小于 0.04° ，精度有明显提高。各次谐波的幅值测量误差见图 12，图中从上至下依次为二至十次谐波。从图中可知十次谐波的最大幅值误差小于 3.5%。

上述计算精度已能满足保护、测控、录波等功能的要求。如需进一步提高谐波的计算精度，可采用的方法有：在式 (6)、(7) 中利用二次插值代替线性插值^[11]；加长数据窗；提高采样频率。分析计

算表明，上述措施皆能取得明显效果。

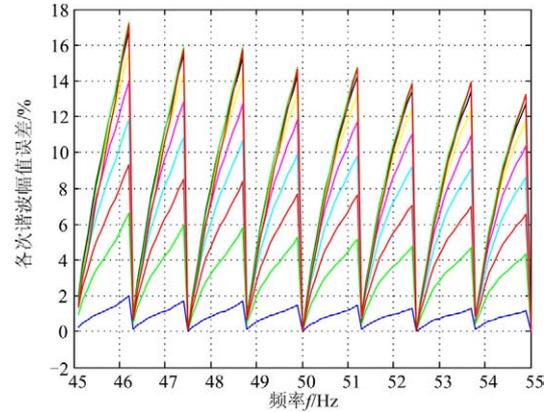


图 9 传统 DFT 各次谐波幅值误差

Fig.9 Amplitude errors of harmonics using traditional DFT

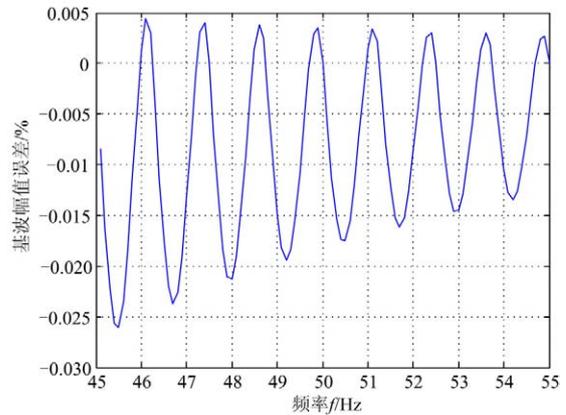


图 10 改进后基波幅值误差

Fig.10 Amplitude error of fundamental wave using improved algorithm

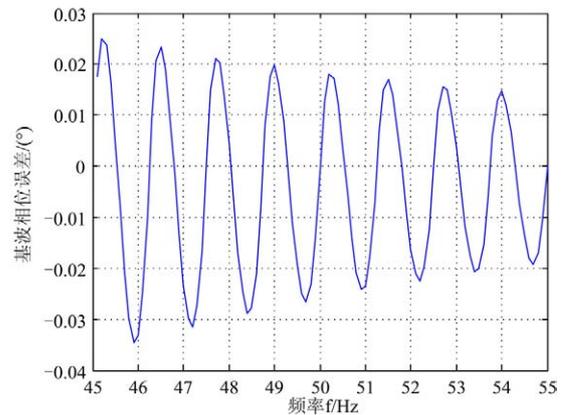


图 11 改进后基波相位误差

Fig.11 Phase error of fundamental wave using improved algorithm

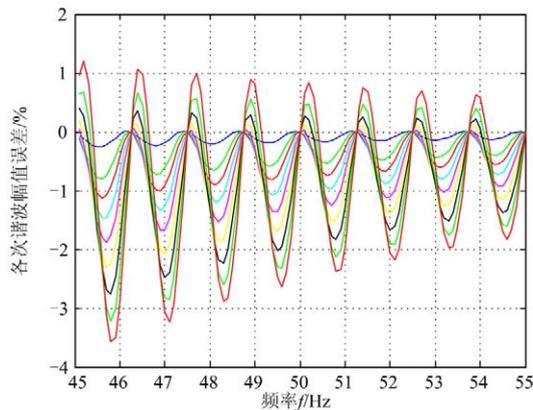


图 12 改进后各次谐波幅值误差

Fig.12 Amplitude errors of harmonics using improved algorithm

3 结论

本文提出一种基于 DFT 梯形积分修正方法的谐波测量算法。当系统频率偏移时,利用线性插值计算分数采样点,并利用分数采样点积分结果来修正谐波测量结果。算法无需硬件频率跟踪电路,所需数据窗仅为一个工频周期,计算量小。这些特性使其非常适合于保护、测控、录波等多功能一体化装置。本算法已成功应用某装置中,并已投入试运行。

参考文献

- [1] 邱海峰,周浩.非同步采样下电网谐波分析方法的探讨[J].继电器,2008,36(1):57-62.
QIU Hai-feng, ZHOU Hao. Study on the approaches of electrical analysis for asynchronous sampling[J]. Relay, 2008, 36(1): 57-62.
- [2] 门长有,王荣华,谭年熊.一种用于谐波测量的全数字同步采样算法[J].电力系统自动化,2008,32(22):83-86.
MEN Chang-you, WANG Rong-hua, TAN Nian-xiong. An entire digital synchronous sampling algorithm for harmonic measurements[J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(22): 83-86.
- [3] 黄纯,何怡刚,江亚群,等.交流采样同步方法的分析与改进[J].中国电机工程学报,2002,22(9):38-42.
HUANG Chun, HE Yi-gang, JIANG Ya-qun, et al. Analysis and improvement of synchronization technique for AC sampling[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(9): 38-42.
- [4] 蔡菲娜,左伍衡.改进的双速率同步采样法及其傅里叶变换[J].浙江大学学报:工学版,2005,39(3):414-417.
CAI Fei-na, ZUO Wu-heng. Improved double-speed synchronous sampling method and fourier transform[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2005, 39(3): 414-417.
- [5] 张伏生,耿中行,葛耀中.电力系统谐波分析的高精度FFT算法[J].中国电机工程学报,1999,19(3):63-66.
ZHANG Fu-sheng, GENG Zhong-xing, GE Yao-zhong. FFT algorithm with high accuracy for harmonic analysis in power system[J]. Proceedings of the CSEE, 1999, 19(3): 63-66.
- [6] 黄纯,江亚群.谐波分析的加窗插值改进算法[J].中国电机工程学报,2005,25(15):26-32.
HUANG Chun, JIANG Ya-qun. Improved window and interpolation algorithm for analysis of power system harmonic[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(15): 26-32.
- [7] 祁才君,陈隆道,王小海.应用插值FFT算法精确估计电网谐波参数[J].浙江大学学报:工学版,2003,37(1):112-116.
QI Cai-jun, CHEN Long-dao, WANG Xiao-hai. High accuracy estimation of electrical harmonic parameters by using the interpolated FFT algorithm[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2003, 37(1): 112-116.
- [8] JIANG Hui-lan, YANG Wei, XU Jian-qian, et al. Improved fourier algorithm for correcting power system frequency deviation[J]. Transaction of Tianjin University, 2001, 7(3), 192-196.
- [9] XI Jiang-tao, Chicharo J F. A new algorithm for improving the accuracy of the periodic signal analysis[J]. IEEE Transactions on Instrument and Measurement, 1996, 45(4): 827-830.
- [10] 忻黎敏,许维胜,余有灵.基于递推离散傅里叶变换和同步采样的谐波电流实时检测方法[J].电网技术,2008,32(6):14-18.
XIN Li-min, XU Wei-sheng, YU You-ling. A real-time harmonic current detection method based on recursive discrete fourier transform and synchronous sampling[J]. Power System Technology, 2008, 32(6): 14-18.
- [11] 乔洪新,黄少锋,刘勇.基于二次插值理论的电子式互感器数据同步的研究[J].电力系统保护与控制,2009,37(15):48-52.
QIAO Hong-xin, HUANG Shao-feng, LIU Yong. Discussion on data synchronization of electronic current transducer based on quadratic interpolation[J]. Power System Protection and Control, 2009, 37(15): 48-52.

收稿日期:2009-10-20; 修回日期:2009-12-27

作者简介:

李学太(1984-),男,研究生,主要研究方向为继电保护以及数字化仿真;E-mail:liulangdecao@sju.edu.cn

张沛超(1970-),男,博士,副教授,主要研究方向为全数字化保护,电网调度自动化以及人工智能。E-mail:pczhang@sju.edu.cn