

基于强势买电期权的大供电商风险管理模型

王 访¹, 邹锐标¹, 周晓阳²

(1. 湖南农业大学东方科技学院, 湖南 长沙 410128; 2. 华中科技大学数学系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 为有效规避市场风险, 基于期权思想为供电商建立了一个风险管理模型. 供电商以约定的价格与发电商签订一个包含若干买方期权的合同. 先利用无套利原理计算得到合同敲定价格, 再以供电商期望收益最大化建模, 得到其应购买的买方期权最优数量的解析解. 理论研究和算例分析的结果表明这种合同模型比普通单边差价合同更具实用性; 并说明供电商通过该模型能规避风险的同时增加收益.

关键词: 电力市场; 强势买电期权; 风险管理; 最优决策

Large power supplier risk management model based on power call options

WANG Fang¹, ZOU Rui-biao¹, ZHOU Xiao-yang²

(1. Orient Science and Technology College, Hunan Agriculture University, Changsha 410128, China;
2. Department of Mathematics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: In order to avoid the market risks effectively, this paper presents a risk management model for power supplier based on option theory. The power supplier signs the contract containing a number of call options with the generator at a fixed price. The contract's strike price is calculated on the basis of no arbitrage principle, and the optimal quantity of call options that the power supplier should purchase is calculated by modeling the maximum expected revenue. The theoretical studies and the result of numerical analysis show that the contract containing call options is of more practicality than general unilateral forward contract and the power supplier can avoid risks as well as get more benefit through the model.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China(No. 60773195), the Education Department of Hunan Province(No. 09C510), and Youth Fund of Hunan Agricultural University(No. 08QN12).

Key words: power market; power call options; risk management; optimal decision-making

中图分类号: TM73; F123.9

文献标识码: A

文章编号: 1674-3415(2010)03-0072-05

0 引言

近百年来, 电力行业在各国都是传统的垄断性行业, 电力市场的目的是打破垄断, 促进竞争. 然而电能不能储存, 供应和需求应随时保持平衡, 需求弹性很小, 投资规模大, 运行费用高, 资金回收慢, 存在天然的市场进入壁垒. 这些特征都使现阶段所形成的电力市场是一个不完全竞争的寡头垄断市场^[1]. 在寡头垄断市场中, 占据大量市场份额的一方, 通常可以利用强大的市场势力^[2]获得远远高于边际成本的垄断利润. 文献[3]研究垄断环境下的大发电商和大供电商是市场价格的制造者, 拥有较大的市场势力. 但随着近年来电力改革的不断深入, “厂网分开、竞价上网”已不再是口号, 传统电力工业垄断运营的模式正在改变.

供电商作为发电侧与需求侧联系的纽带, 一方面在实时电力市场(spot market)中向发电商购电, 面对实时电价的急剧变化; 另一方面在电力零售市场(retail market)中以现对固定的价格满足用户的电力需求, 从而发电侧与需求侧的价格差异给供电商带来很大的市场风险. 因此关于供电商的风险管理成为研究的热点^[4-7]. 期权作为一种风险管理强有力的工具不仅受到金融界的青睐, 更广泛应用于不同的领域. 文献[8]基于断电期权对电网公司购电价格风险管理进行了研究, 得到了其购买断电期权最优数量解析解. 文献[9]引进金融领域常见的范围远期合同构造了一个电力范围远期合同, 并利用期权思想对其定价, 推广了普通差价合同. 文献[10-11]基于期权思想设计了单边可选择电力远期合同, 文献[12-13]研究了双边可中断的远期合同, 兼顾了市场双方的公平, 利用激励理论给出了期权中断价的均衡选择. 文献[14-16]利用期权思想对不同市场对

基金项目: 国家自然科学基金资助(60773195); 湖南省教育厅资助(09C510); 湖南农业大学青年基金资助(08QN12)

象的风险管理进行了研究。

本文研究对象是区域买方垄断市场中的供电商（本文称为大供电商）的风险管理机制。本文设计了一种新的合同方式——强势买电期权合同，该合同与传统的单边买电方差价合同相比，同样能使大供电商回避实时电价上涨的风险，不同的是它比差价合同更能与发电商达成一致从而促进合同的签订，提高合同市场的效率。并建立了最优强势买电期权数量的模型，对模型求解出大供电商所购买强势卖电期权的最优数量的解析解。通过算例分析，说明该合同模型可以在一定程度上减少电力实时市场购电价格过高带来的风险，为大供电商增加收益。

1 大供电商风险管理模型

在实时电力市场中，电价受这各种因素而实时波动，这样大供电商面临着巨大的风险，为规避电价波动的风险，大供电商与发电商就某时刻 T 的售电量签订一个强势买电期权合同。假设：（1）市场双方基于市场发布的远期公开信息或合同双方认可的市场协调或仲裁人的信息，对将来时刻 T 的电力现货价格 p 的概率密度函数 $f(x)$ 和概率累加函数 $F(x)$ 有相同的估计， \bar{p} 为电价均值。（2）交易双方都是风险中性的，可认为他们对风险的偏好相同。（3）在 T 时刻的用户对电力的需求 D 也是公共信息，且与实时电价 p 相互独立，设需求 D 的概率密度函数为 $g(D)$ 、概率累加函数为 $G(D)$ ， \bar{D} 为需求均值。（4）大供电商在时刻 T 的单位电量效益为 v ，作为一个外生变量由电力零售市场决定，不会影响用户电力需求 D 。

1.1 强势买电期权合同简介

与普通单边差价合同中的买电方差价合同相比，强势买电期权合同有着与之类似的规避风险的能力。二者都能使买电方完全回避市场电价上涨的风险，同时保留了从市场跌价中获利的机会。不同的是普通买电方差价合同的远期交易敲定价格一般定为实时电价的均值点，这在不完全的买方垄断市场（寡头垄断市场）中往往难以与发电商达成一致；而强势买电期权合同所选取的远期交易的敲定价格定在大于均值点的某一点上，为发电商让出了一定的利润空间，这样更有效撮成了合同的达成，促进了合同市场高效运作。

对于单位电量，某大供电商与发电商签订的强势买电期权合同规定：若时刻 T 实时电价 $p > f$ ，则市场双方按价格 p 进行交易，但发电商把 p 与 f 的差价补偿给大供电商，也就相当于他们以 f 进行

成交；若时刻 T 实时电价 $p \leq f$ ，则市场双方仍按价格 p 进行交易，但此时大供电商不需要把 f 与 p 的差价支付给发电商。

通过合同规则的说明，可知强势买电期权合同给予了大供电商在高现货电价时以相对较低的价格 f 购买电力的权利。按照期权理论，这相当于大供电商向发电商购买一个买方期权 s （敲定价格为 f ），当实时电价上涨时可以进行保值。图1为市场双方的权利和义务。

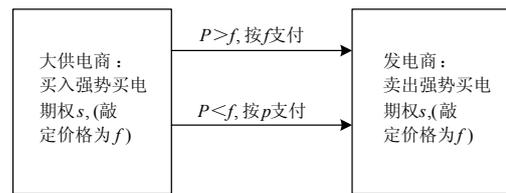


图1 强势买电期权合同双方的权利和义务

Fig.1 Contractual obligations and payments in power call options contracts

合同敲定价格 f 的确定：当时刻 T 实时电价 $p > f$ 时，大供电商仍然以 f 购买电力，这是因为它向电网公司购买了强势买电期权，因此必须为持有这个权力付出代价 s 。故大供电商在此时执行权利所产生的单位电量价值为 $(p - f)^+$ 的期望值，应附加在合同电价中（由于 p 为预测的合同交货时的现货市场价格，因而买方期权的时间价值在此也无需考虑）。

$$f = E[\text{公共市场信息下的实时电价 } p] + E[\text{公共市场信息下强势买电期权的内在价值 } (0, p - f)^+]$$

即

$$f = \bar{p} + s = \int_0^{+\infty} pf(p)dp + \int_f^{+\infty} (p - f)f(p)dp \quad (1)$$

$$s = \int_f^{+\infty} (p - f)f(p)dp \quad (2)$$

记 $W(f) = f - \bar{p} - \int_f^{+\infty} (p - f)f(p)dp$ ， $\frac{dW}{df} = F(f) > 0$ ， $W(f)$ 关于 f 严格递增，且 $W(0) = -2\bar{p} < 0$ ； $W(+\infty) = \lim_{f \rightarrow +\infty} (f - \bar{p}) > 0$ ，故 $W(f)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有唯一解。本文利用收敛速度较快的牛顿迭代法（ $f^{(k+1)} = f^{(k)} - \frac{W(f)}{W'(f)}$ ， k 为迭代次数）求解 f 的值，并得到强势买电期权 s 的价格。

1.2 最优强势卖权数量模型

在实时市场中，发电商与大供电商的决策过程

如下:

(1) 在时刻0, 发电商与大供电商签订在将来时刻 T 的电力范围远期合同, 合同规定大发电商向发电商购买 Q 个强势买电期权。大供电商具有将来时刻 T 当实时电价 $p > f$ 时可以 f 买电的权利, 不失一般性, 假设单位期权代表单位电量; 当将来时刻 T 实时电价 $p < f$ 时, 双方以 p 成交。

(2) 在 T 时刻, 大供电商根据实时电价 p 与 f 的关系来决定是否执行强势买电期权的数量。

由上述假设条件及决策过程, 大供电商的利润函数为:

$$\pi_b = D_b(v - p) - sQ + q(s + v - f) \quad (3)$$

式中: D_b 表示大供电商满足用户需求的电量, 一般地, $D_b \leq D$, 大供电商为使自己利润最大化而在实时市场中购买部分缺额电力以满足用户需求。 s 分别表示购买强势买电期权的费用, 可以通过式(2)求解; q 为时刻 T 大供电商执行强势买电的数量。

在将来时刻 T 用户需求 D 及实时电价 p 实现后: 若 $p > f$, 大供电商执行强势买电期权, 发电商将 q 个单位的期权费补偿给大供电商, 同时大供电商具有 q 个以价格 f 买电的权利, 对于用户缺额电量(没有购买强势买电期权的部分)以价格 p 向实时市场购入。通过以上分析得到 D_b 及 q 分别为:

$$D_b = \begin{cases} D & p < f \\ (D - Q)^+ & p \geq f \end{cases} \quad (4)$$

$$q = \min(D, Q)\lambda \quad (5)$$

其中: $\lambda = \begin{cases} 0 & p \leq f \\ 1 & p > f \end{cases}$ 。从而大供电商的期望收益可表示为:

$$E(\pi_b) = E(D_b(v - p)) - sQ + (s + v - f)E(q) \quad (6)$$

定理 1: 为使大供电商的期望收益 $E(\pi_b)$ 达到最大值, 其在时刻 0 应购买的最优强势买电期权数量为:

$$Q^* = G^{-1} \left[1 - \frac{1}{2 - F(f)} \right] \quad (7)$$

证明: 为使大供电商的期望收益最大, 大供电商应向发电商购买最优数量 Q^* 的强势买电期权。对式(6)左边进行如下处理:

$$\begin{aligned} ED_b(v - p) &= \int_0^{+\infty} (D - Q_2)^+ g(D) dD \cdot \\ &\int_f^{+\infty} (v - p) f(p) dp + \\ &\int_0^{+\infty} Dg(D) dD \cdot \\ &\int_0^f (v - p) f(p) dp = \\ &\int_Q^{+\infty} [1 - G(D)] dD \cdot \\ &\int_f^{+\infty} (v - p) f(p) dp + \\ &\bar{D} \cdot \int_0^f (v - p) f(p) dp \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} Eq &= E[\min(D, Q)\lambda] = E_D[\min(D, Q)] \cdot E_p(\lambda) = \\ &\left[\int_0^Q Dg(D) dD + \int_Q^{+\infty} Qg(D) dD \right] \cdot \int_f^0 f(p) dp = \\ &[1 - F(f)] \cdot \int_0^Q [1 - G(D)] dD \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(\pi_b)}{\partial Q} &= [G(Q) - 1] \cdot \int_f^{+\infty} (v - p) f(p) dp - s + \\ &(s + v - f)[1 - F(f)][1 - G(Q)] = \\ &[G(Q) - 1] \cdot \left[\int_f^{+\infty} (v - p) f(p) dp - \right. \\ &\left. (s + v - f)[1 - F(f)] \right] - s = \\ &[G(Q) - 1] \cdot (-s)[2 - F(f)] - s \end{aligned} \quad (10)$$

$\frac{\partial^2 E(\pi_b)}{\partial Q^2} = g(Q)(-s)[2 - F(f)] < 0$, 从而式(10)是决策变量 Q 的凹函数, 可由式(6)的一阶条件得到大供电商购买的最优买电期权数量 Q_2^* 。令 $\frac{\partial E(\pi_b)}{\partial Q} = 0$,

$$\text{得到 } Q^* = G^{-1} \left[1 - \frac{1}{2 - F(f)} \right]。$$

对于不同单位效益的大供电商, $E(\pi_b)$ 为 Q 的凹函数, 利用式(7)得到的 Q^* 为 $[0, +\infty)$ 上唯一的最优解。因此有 $E(\pi_b(Q^*)) \geq E(\pi_b(Q))|_{Q=0}$, 即大供电商通过购买强势买电期权的期望收益要优于不购买期权时的期望收益。

由定理 1 可看出不同单位电量效益的大供电商的购买强势买电期权的决策是相同的。即期权数量与单位效益 v 无关, 因此由上述模型得到的最优买电数量具有普适性, 可适用于不同类型的大供电商。

2 算例分析

设电力市场需求 D 服从均值 \bar{D} 为 1 000 MWh, 标准差为 300 MWh 的正态分布; 电力实时市场价格服从均值 \bar{p} 为 500 元/MWh, 标准差为 σ 的对数正态分布, 两者相互独立。由式(1)、(2)、(7)可计算得

到 σ 分别取 100 元/MWh 和 120 元/MWh 时的强势买电期权合同敲定价格及强势买电期权价格和数量, 如表 1 所示。

表 1 强势买电期权与最优数量及合同价格

Tab.1 Price of the contracts and power call options and its optimal quantity

σ 元/ (MW·h) ⁻¹	f 元/ (MW·h) ⁻¹	s 元/ (MW·h) ⁻¹	Q 元/ (MWh) ⁻¹
100	528.05	28.05	808.32
120	533.67	33.67	804.73

从表1可以看出: 合同电价 f 随着时刻 T 的实时电价 p 波动的增大而增大, 强势买电期权 s 也随着变大; 这表明随着时刻 T 实时电价 p 的波动变大市场大供电商面临的风险变大, 为规避风险而应付出的代价也增多。最优强势买电期权 Q^* 却随着实时电价 p 波动的增大而减少, 这说明 Q^* 电价服从对数正态分布且有较大波动时大供电商可以减少强势买电期权的购买量。

对不同单位电量效益的大供电商, 它们的期望收益和在时刻 0 没有购买强势买电期权时的期望收益如表 2 及图 2 所示。

表 2 不同单位效益的大供电商的期望收益

Tab.2 Expected benefit of large power supplier with different unit benefit

单位效益 v / (元/MWh)	期望收益 $E(\pi_b)$ / 元	
	$\sigma = 100$	$\sigma = 120$
500	6 222	7 289
510	16 222	17 289
520	26 222	27 289
530	36 222	37 289
540	46 223	47 289
550	56 223	57 289
560	66 223	67 289
570	76 223	77 289
580	86 223	87 290
590	96 223	97 289
600	106 223	107 289

从表 2 及图 2 可以看出: 随着实时电价波动的增大, 他们的期望收益也增大, 这符合市场高风险高回报的原则; 对于不同单位效益的大供电商, 他们通过购买强势买电期权所获得的期望收益比没有购买期权所获得的期望收益都要大, 所以说明通过签订强势买电期权合同确实能提高大供电商的效益。

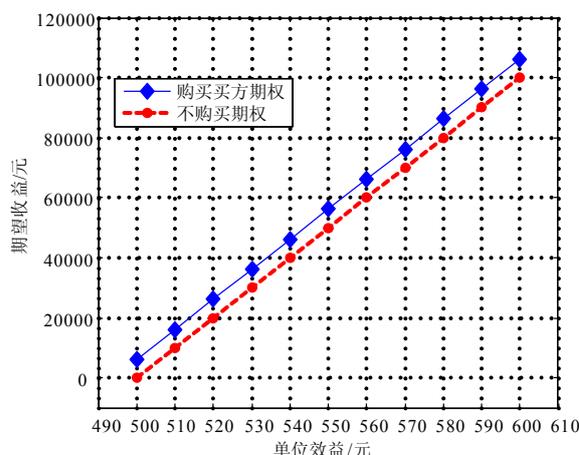


图 2 大供电商的决策与预期收益 ($\sigma = 100$ 元/MWh)

Fig.2 Strategy and expected benefit of large power supplier ($\sigma = 100$ ¥/MWh)

设现有一单位电量效用 $v = 550$ 元/MWh 的大供电商。当实时电价标准差 $\sigma = 100$ 元/MWh 时, 在时刻 0 与发电商签订强势期权合同, 向其购买 $Q = 808.32$ MWh 的强势买电期权。由式(6)可计算得到大供电商的期望收益 $E(\pi_b) = 5.62$ 万元, 若在时刻 0 大供电商不购买任何期权, 即 $Q = 0$, 则 $E(\pi_b) = 5$ 万元, 明显小于购买期权时的期望收益, 从而说明大供电商通过购买强势买电期权合同, 不但能为其规避电价剧烈波动的风险, 而且还能提高其期望收益。

下面仍以单位效用 $v = 550$ 元/MWh 的大供电商为例讨论他在时刻 T 的决策:

a. 若时刻 T 用户的电量需求 $D = 1\ 200$ MWh, 实时电价 $p = 520$ 元/(MWh), 由于 $p < f$, 大供电商网公司也不执行强势买电期权, 按照合同规定的实时价格 520 元/(MWh) 成交电量 1 200 MWh。

b. 若时刻 T 用户的电量需求 $D = 1\ 200$ MWh, 实时电价 $p = 540$ 元/MWh, 由于 $p > f$, 所以大供电商执行强势买电期权, 执行期权数量 $q = \min(D, Q) = 808.32$ MWh, 从而在时刻 T 大供电商向发电商以价格 f 购买 808.32 MWh 电量, 在实时市场购买 391.68 MWh 缺额电量满足用户需求, 此时大供电商的利润 $\pi_b = 2.17$ 万元; 如果大供电商在时刻 0 不购买期权, 那么其利润 $\pi_b = 1.2$ 万元, 因此大供电商通过购买强势买电期权可以多得利润 0.97 万元。

若时刻 T 电量需求 $D = 800$ MWh, 实时电价 $p = 540$ 元/MWh, 大供电商仍执行强势买电期权, 执行数量 $q = \min(D, Q) = 800$ MWh, 即在时刻 T 大

供电商向大供电商以价格 f 购买全部 800 MWh 电量, 大供电商的利润 $\pi_b = 1.73$ 万元; 如果大供电商在时刻 0 不购买期权, 那么其利润 $\pi_b = 0.8$ 万元, 因此大供电商通过购买强势买电期权可以多得利润 0.93 万元。所以通过上述分析可知, 大供电商通过购买强势买电期权合同可以在一定程度上减少电力实时市场购电价格过高带来的风险, 为其增加收益。

3 结论

随着电力市场化进程的深入, 区域性买方垄断也将逐渐减弱, 供电商的风险管理的作用日益明显。本文提出的强势买电期权合同比单边买方差价合同更具有实用性。为不同类型的供电商提供了风险管理的新思路。

参考文献

- [1] 王锡凡, 王秀丽, 等. 电力市场基础[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2003.
WANG Xi-fan, WANG Xiu-li, et al. Principle of Power Market[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2003.
- [2] 马歆, 蒋传文, 侯志俭. 电力市场中的市场势力[J]. 水电能源科学. 2002, 20(3): 68-71.
MA Xin, JIANG Chuan-wen, HOU Zhi-jian. Market Power in Electric Power Market[J]. Water Resources and Power, 2002, 20(3): 68-71.
- [3] Schuler R E. Analytic and Experimentally Derived Estimates of Market Power in Deregulated Electricity Systems: Policy Implications for the Management and Institutional Evolution of the Industry[J]. Decision Support Systems, 2001, (30): 341-355.
- [4] 郭金, 江伟, 谭忠富. 风险条件下供电公司最优购电问题研究[J]. 电网技术, 2004, 28(11): 18-22.
GUO Jin, JIANG Wei, TAN Zhong-fu. Research on Optimized Power Purchasing of Power Suppliers under Risk Condition[J]. Power System Technology, 2004, 28(11): 18-22.
- [5] 王壬, 尚金成, 周晓阳, 等. 基于条件风险价值的购电组合优化及风险管理[J]. 电网技术, 2006, 30(20): 72-76.
WANG Ren, SHANG Jin-cheng, ZHOU Xiao-yang, et al. Conditional Value at Risk Based Optimization of Power Purchasing Portfolio in Multiple Electricity Markets and Risk Management[J]. Power System Technology, 2006, 30(20): 72-76.
- [6] 周明, 李庚银, 严正, 等. 考虑备用需求和风险的供电企业最优购电计划[J]. 电网技术, 2005, 29(3): 33-38.
ZHOU Ming, LI Geng-yin, YAN Zheng, et al. Optimal Electricity Procurement Schedule for Load Service Entities Incorporating with Reserve and Risks[J]. Power System Technology, 2005, 29(3): 33-38(in Chinese).
- [7] 刘亚安, 管晓宏. 电力市场中购电商的市场分配问题研究[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(10): 20-30.
LIU Ya-an, GUAN Xiao-hong. Market Allocation Problem for Energy Demander in Power Market[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(10): 20-30(in Chinese).
- [8] 盛方正, 季建华. 基于断电期权的供电公司购电价格风险管理方法[J]. 电力系统自动化, 2007, 31(18): 30-33.
SHENG Fang-zheng, JI Jian-hua. Method of Managing Power Supplier's Price Risk of Purchasing Electricity Based on Interruptible Options[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31(18): 30-33.
- [9] 王访, 王壬, 周晓阳. 电力范围远期合同的定价分析及仿真研究[J]. 水电能源科学, 2006, 24(5): 33-36.
WANG Fang, WANG Ren, ZHOU Xiao-yang. The Pricing Analysis and Emulational Research for Electricity Range Forward Contracts[J]. Water Resources and Power, 2006, 24(5): 33-36.
- [10] Gedra T W, Varaiya P P. Markets and Pricing for Interruptible Electric Power[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1993, 8(1): 122-128.
- [11] Gedra T W. Optional Forward Contracts for Electric Power Markets[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1994, 9(4): 1766-1773.
- [12] 肖涛, 张少华. 独立发电商与电力公司之间的激励性中断供电合同模型[J]. 电网技术, 2006, 30(4): 69-73.
XIAO Tao, ZHANG Shao-hua. A Model Incentive between Interruptible Power Supply Contracts between Independent Power Generation Companies and Utility[J]. Power System Technology, 2006, 30(4): 69-73.
- [13] Kamat R, Oren S S. Exotic Options for Interruptible Electricity Supply Contracts[J]. Operations Research, 2002, 50(5): 835-850.
- [14] Michael Denton, Adrian Palmer, Ralph Masiello, et al. Managing Market Risk in Energy[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2003, 18(2): 494-502.
- [15] Oren S S. Integrating Real and Financial Options in Demand-Side Electricity Contracts[J]. Decision Support Systems, 2001, 30(3): 279-288.
- [16] Jacob Lemming. Financial Risks for Green Electricity Investors and Producers in a Tradable Green Certificate Market[J]. Energy Policy, 2003, 31(1): 21-32.

收稿日期: 2009-02-20; 修回日期: 2009-06-09

作者简介:

王访(1981-), 男, 硕士, 讲师, 从事复杂系统建模、电力市场风险管理研究工作; E-mail: topwang619@163.com

邹锐标(1965-), 男, 硕士, 副教授, 硕士研究生导师, 从事复杂系统建模工作;

周晓阳(1957-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模研究工作。