

基于自定义阈值函数的小波去噪算法

李加升^{1,2}, 黄文清¹, 戴瑜兴¹

(1. 湖南大学电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410082; 2. 益阳职业技术学院, 湖南 益阳 413049)

摘要: 基于硬阈值函数和软阈值函数的小波去噪算法处理的信号分别存在偏差和方差过大的缺点, 为有效解决这一问题, 提出基于自定义阈值函数的小波去噪算法。研究给出了一种改进型的自定义阈值函数, 建立了该函数的数学模型, 对基于该函数的小波去噪算法的去噪效果进行了仿真, 并将该算法应用于实际的电能质量暂态信号检测之中。仿真和实验结果进一步表明了自定义阈值函数的优越性和基于自定义阈值函数小波去噪算法的有效性。

关键词: 小波; 去噪; 自定义阈值函数; 电能质量扰动

Wavelet-based power quality disturbances de-noising by customized thresholding

LI Jia-sheng^{1,2}, HUANG Wen-qing¹, DAI Yu-xing¹

(1. Hunan University, Changsha 410082, China; 2. Yiyang Professional Technology Institute, Yiyang 413049 China)

Abstract: Much of the wavelet-based denoising algorithms are based on hard or soft shrinkage function. It is showed that hard shrink tends to have bigger variance and the soft shrink tends to have bigger bias. To remedy these drawbacks, in this paper, a new denoising algorithm based on customized thresholding function is proposed. The proposed denoising algorithm has two thresholds, the lower threshold and the upper threshold. The upper threshold is fixed to the universal threshold proposed by Donoho, and the lower one can vary its value with the processed signal adaptively. The effectiveness of the proposed algorithm is ascertained using various PQ events, including simulated events and those recorded events at industrial sites.

This project is supported by National Natural Science Foundation of Hunan Province(No.05JJ40001).

Key words: wavelet; denoising; customized thresholding; power quality disturbances

中图分类号: TM732 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2008)19-0021-04

0 引言

在电能质量监测系统中, 采集到的电信号往往叠加上有噪声, 为了精确地反映被采集信号量的特征, 必须对其进行去噪处理。传统的去噪算法主要是基于维纳滤波(Wiener filtering)的线性方法, 该方法在滤去高频噪声的同时, 却也滤去了一些有用的高频故障诊断信息, 比如电能质量监测中的瞬态干扰信息等。基于小波变换的非线性去噪算法能够克服这个缺点, 从而得到了广泛的应用。小波去噪算法的主要思想是, 着眼于某类信号(比如干扰信号)的小波参数的统计模型, 选择一个最优的阈值, 对上述小波参数进行处理, 再对处理后的数据进行小波重构, 达到去噪的目的。

设在时间段[0,1]内, 观测到的信号

$$y = (y_1, \dots, y_n)'$$
$$y_i = f_i + \sigma z_i \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

其中: f_i 为真实信号, $z_i \sim^{iid} N(0,1)$ 为高斯白噪声, σ 为噪声信号的偏差。基于小波的去噪方法就是寻找从含噪信号空间到小波函数空间的最佳映射, 即找到 $f = (f_1, \dots, f_n)'$ 的估计值 \tilde{f} , 使得其均方误差(mean-square error) $R(\tilde{f}, f)$ 最小^[1]:

$$R(\tilde{f}, f) = n^{-1} \sum_{i=1}^n E(\tilde{f}_i - f_i)^2 \quad (2)$$

多分辨率理论^[2]认为, 在尺度 $2^J \leq 2^j \leq 2^L$ 上, $y \in L^2(\mathbb{R})$ 可分解成小波系数:

$$[\{d_j\}_{J \leq j \leq L}, a_L], \quad k \in z \quad (3)$$

小波去噪算法首先把含噪信号小波分解, 并设定一阈值, 低于该阈值的小波系数被认为是噪声产生

的,从而被清零,留下的有效系数经小波逆变换后得到被测信号的估计值^[1,3,4],大体流程可用式(4)表示。

$$y \xrightarrow{DWT} \{a_L, d_j\} \xrightarrow{Threshold} \{\tilde{a}_L, \tilde{d}_j\} \xrightarrow{IDWT} \tilde{f} \quad (4)$$

式中:Threshold 常用的有硬阈(HardThresh)去噪和软阈(SoftThresh)去噪两种方法。由于硬阈函数和软阈函数本身的特点,使得硬阈函数处理的信号较之原信号偏差较大,而软阈函数处理的信号方差过大,于是文献[5]构造了一个新的函数,称为 Firm thresholding function,能够有效地改进这些缺点。firm thresholding function 构造有两个阈值,上阈值和下阈值,这两个阈值的选择对算法的精度影响很大。本文针对电能质量暂态信号的特征,对 firm thresholding function 作出一些改进,提出一种自定义阈值函数(customized thresholding function),简称 CustThresh 函数,该函数的上阈值固定为 Donoho 提出的 Universal threshold,下阈值可以根据被测信号自动调节以寻求一个最佳值。本文对基于自定义域值函数的去噪算法的去噪效果与基于 HardThresh、SoftThresh 函数的算法进行了比较研究,表明了 CustThresh 函数的优越性。最后将基于 CustThresh 的算法应用到实际的电能质量暂态干扰信号去噪当中,取得了满意的结果。

1 自定义阈值函数的数学建模

1.1 自定义阈值函数的构建

传统的硬阈函数 $\eta_\lambda^H(\bullet)$ 只保留大于阈值 λ 的小波系数,对小于阈值 λ 的系数清零:

$$\eta_\lambda^H(d_j) = \begin{cases} 0, & \text{if } |d_j| \leq \lambda \\ d_j, & \text{if } |d_j| > \lambda \end{cases} \quad (5)$$

软阈函数 $\eta_\lambda^S(\bullet)$ 则有如下表达式:

$$\eta_\lambda^S(d_j) = \begin{cases} 0, & \text{if } |d_j| \leq \lambda \\ \text{Sign}(d_j)(|d_j| - \lambda), & \text{if } |d_j| > \lambda \end{cases} \quad (6)$$

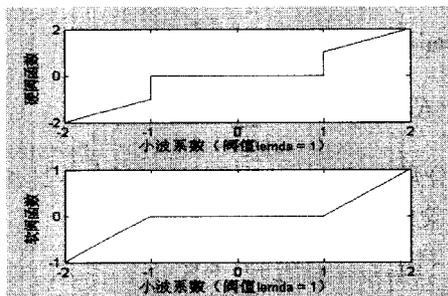


图1 硬阈函数和软阈函数(阈值(λ)设为1)

Fig.1 Hard thresholding function and soft thresholding function (threshold (λ) is set to 1)

从图1中注意到,在 $|d_{jk}| = \lambda$ 处,硬阈函数是不连续的,软阈函数也不光滑。于是, Gao 在文献[5]构造了 firm thresholding function 函数,波形见图2。

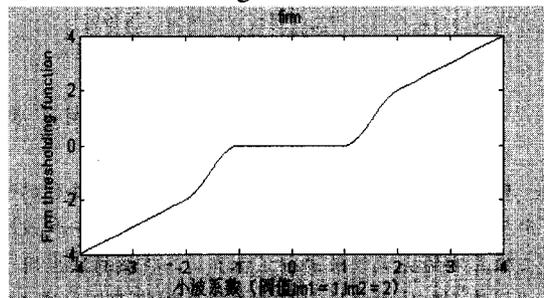


图2 Firm thresholding 函数

Fig.2 Firm thresholding function

$$\eta_{\lambda_1, \lambda_2}^F(x) = \begin{cases} x, & \text{if } |x| \geq \lambda_2 \\ 0, & \text{if } |x| \leq \lambda_1 \\ \text{sgn}(x) \frac{\lambda_2(|x| - \lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

该函数较之前面介绍的阈值函数有所改进,函数波形在阈值处连续而且光滑,只是其自适用性不强,为此,在 Firm thresholding function 基础上,本文构建了 CustThresh 函数,

$$\eta_{\lambda_1, \lambda_2}^C(x) = \begin{cases} x, & \text{if } |x| \geq \lambda_2 \\ 0, & \text{if } |x| \leq \lambda_1 \\ \text{sgn}(x) \frac{(2\lambda_2^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)|x|)(|x| - \lambda_1)^2}{(\lambda_2 - \lambda_1)^3}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

其中: λ_1 为下阈值, λ_2 为上阈值,为了使 CustThresh 函数更具适应性,定义下阈值 $\lambda_1 = a\lambda_2$, $0 < a < 1$, 这样,可以根据某一类具体被分析波形的特征来选择 a 值,从而获得更好的去噪效果,如图3所示。

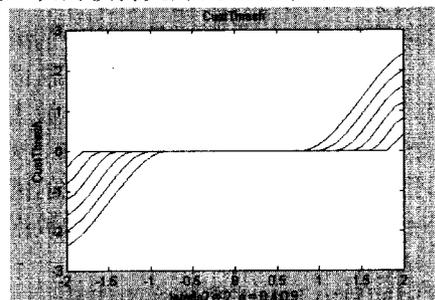


图3 下阈值可调的 CustThresh 函数

Fig.3 CustThresh function with changeable low threshold

1.2 阈值的选择

基于阈值的小波去噪算法, 阈值的选择是关键。理想的阈值应该是噪声强度的最大值, 对于噪声 $z_i \sim iid N(0, \sigma^2)$ 而言, 该值最有可能为^[1]

$$T = \sigma \sqrt{2 \log_e N} \quad (9)$$

式中: N 为信号的采样长度, 在实际信号去噪中, 不可能预先知道 σ 值, 于是有下面的估算:

$$\tilde{\sigma} = \frac{M_x}{0.6745} \quad (10)$$

M_x 为最小分辨率下所有小波系数 $\{ \langle y, \psi_{l,m} \rangle \}_{0 \leq m < N/2}$ 的中值。

基于此, 可定义上阈值 $\lambda_2 = T$, 则下阈值为

$$\lambda_1 = \alpha * T \quad (11)$$

2 基于自定义阈值函数的小波去噪算法的去噪效果比较研究

选择 Blocks、Bumps、HeavySine、Doppler 四种经典信号波形作为评估样本, 用式 (2) 计算的均方误差作为去噪效果的衡量指标, 得到估计误差与式 (11) α 值关系图 4。

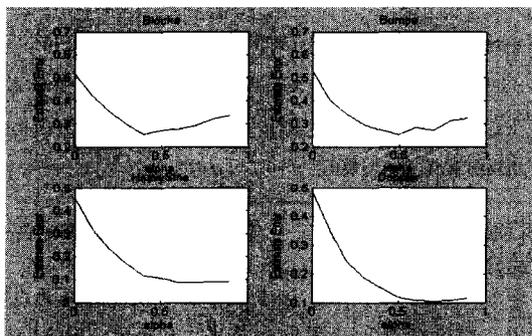


图 4 估计误差与 α 值关系

Fig.4 Average estimation error corresponding to different values α

从图中可知, 各种波形的最佳 α 值如表 1。

表 1 四种波形的最佳 α 值

Tab.1 Optimal value α corresponding to 4 kinds of waveforms

| Signal | 最佳 α 值 |
|-----------|---------------|
| Blocks | 0.4 |
| Bumps | 0.5 |
| HeavySine | 0.6、0.7 之间 |
| Doppler | 0.7 |

针对这四种波形, 每个波形采样 2048 点, 用

不同的随机种子 (random seeds) 产生的噪声叠加到样本值, 再分别用基于 HardThresh、SoftThresh、CustThresh 三种阈值函数的小波去噪算法处理, 用式 (2) 计算每次的误差, 累计 5 次产生一个平均值, 表示为图 5 的纵轴 (MSE), 各信号的信噪比初始值设为 7, 横轴数字表示为信噪比的倍数。不同信噪比下的去噪效果对比表明, 在 MSE 意义上, CustThresh 算法略优于 HardThresh 算法, 比 SoftThresh 算法均更有效。由于 CustThresh 算法的构造函数不同于 HardThresh 算法, 所以 CustThresh 算法在方差和偏差等方面优于 HardThresh 和 SoftThresh 算法。

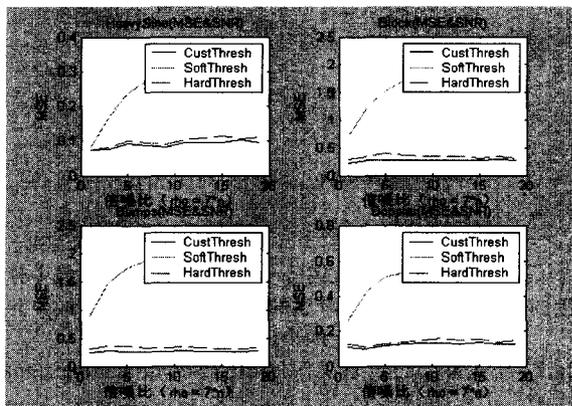


图 5 不同信噪比下去噪效果对比 (采样点 $N=2048$, 信噪比 $\rho=7*n$, 采用 sym4 小波)

Fig.5 Comparison results of denosing effect with different SNR

3 基于自定义阈值函数的小波去噪算法在电能质量暂态信号去噪中的应用

上节的仿真评估结果表明了 CustThresh 算法较之 HardThresh 和 SoftThresh 算法的优越性, 本节考察该算法在实际信号处理中的有效性问题。我们的实际信号取自 IEEE 1159.2 标准的电能质量暂态干扰信号 (waveforms), 每个信号有 1536 个采样点, 包含 6 个周期, 为了处理的方便, 我们截取其中包含有该信号特征的 1024 点作小波去噪处理。

Case1 图 6 (a) 看起来像一个没有任何干扰的纯正弦波信号, 经过小波分解发现, 该信号受到了加性噪声的干扰如图 6 (b), 经过 CustThresh 算法去噪, 加性噪声全部滤出如图 6 (d), 去噪后的波形如图 6 (c)。

Case2 图 7 (a) 是刚启动时的电机信号, 图 7 (b) 表明该信号也叠加有噪声, 去噪处理后, 图 7 (d) 留下反映信号真实干扰情况的小波系数, 去噪后的信号如图 7 (c)。

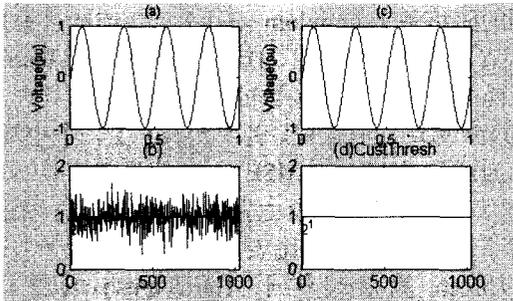


图6 (a) 纯正弦信号 (b) 信号(a)在最小分辨率上的小波系数 (c) 去噪后的信号 (d) 去噪后最小分辨率上的小波系数

Fig.6 The denoising effect of pure sinusoidal signal

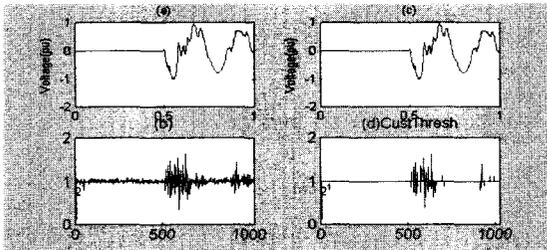


图7 (a) 刚启动时的电机信号 (b) 信号(a)在最小分辨率上的小波系数 (c) 去噪后的信号 (d) 去噪后最小分辨率上的小波系数

Fig.7 The denoising effect of electric machine starting signal

Case3 图8(a)是一个衰减信号,在0.1, 0.3, 0.5, 0.7处都有衰减,除第一点外,其它三点“淹没”在噪声中如图8(b),去噪后,这几处都清晰可辨如图8(d)。

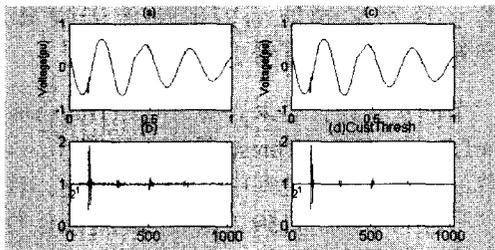


图8 (a) 电压衰减信号 (b) 信号(a)在最小分辨率上的小波系数 (c) 去噪后的信号 (d) 去噪后最小分辨率上的小波系数

Fig.8 The denoising effect of attenuated signal

(上接第20页 continued from page 20)

[2] 赵有铨, 赵曼勇, 贺春. 继电保护故障信息系统建设经验谈[J]. 继电器, 2006, 34(6):64-66.
ZHAO You-cheng, ZHAO Man-yong, HE Chun. Experience in the Project Construction of Fault Information System for Relay Protection[J]. Relay, 2006,34(6):64-66.

4 结论

自定义阈值函数结合了硬阈函数和软阈函数的优点,而且能够根据被测波形的特征而对下阈值进行调整,基于该阈值函数的小波去噪算法能够获得更小的测量误差,其方差和偏差均优于 HardThresh 算法和 SoftThresh 算法。仿真和实验结果进一步表明,基于自定义阈值函数的小波去噪算法在电能质量暂态信号检测中是有效的。

参考文献

[1] Donoho D L. De-noising by Soft-thresholding[J]. IEEE Trans on Info Theory, 1995, 5(41): 613-627.
[2] Mallat S G. A Theory of Multiresolution Signal Decomposition: the Wavelet Representation[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(7): 674-693.
[3] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81 (3): 425-455.
[4] Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage[J]. Journal of American Stat Assoc, 1995, 99(432): 1200-1244.
[5] Gao H Y, Bruce A G. Waveshrink with Firm Shrinkage[R]. Technical Report 39, StatSci Division of MathSoft, Inc. 1996.

收稿日期: 2007-12-20; 修回日期: 2008-03-13

作者简介:

李加升(1965-),男,副教授,主要研究方向为电能质量检测、信号处理、应用电子技术; E-mail: lijia shenga@163.com

黄文清(1968-),男,博士生,主要研究方向为电能质量监测,小波变换理论和神经网络理论及其在电力系统中的应用;

戴瑜兴(1956-),男,教授,博士生导师,目前主要研究领域为数字化与智能化系统理论设计及应用。

作者简介:

刘 华(1955-),男,高级工程师,从事电力系统继电保护管理工作; E-mail:jdbhzzhn@sina.com

田 芳(1973-),女,高级工程师,从事电力系统继电保护管理工作;

白义传(1969-),男,高级工程师,从事调度自动化及故障信息系统等方面的研究工作。