第36卷 第17期 电力系统保护与控制 Vol.36 No.17
2008年9月1日 Power System Protection and Control Sep. 1, 2008

一种新的保留二阶项的配电网快速潮流算法

汪芳宗，叶 婧，何一帆

（三峡大学电气信息学院，湖北 宜昌 443002）

摘要：在直角坐标系中，潮流方程是一个典型的多变量非线性二次型式的代数方程组。利用此特征并充分结合配电网的特点，提出了一种新的快速配电网潮流计算方法。该方法首先对二次型式的潮流方程进行严格的 Taylor 级数展开，然后利用 Maclaurin-Newton 方法，将上述非线性矩阵方程变换成常见的线性矩阵方程，从而最终求出配电网的潮流。利用 IEEE 33 节点、145 节点配电系统，对导出的算法进行了验算和相关对比测试。结果表明，所提出的算法比已有的保留二阶项类算法具有更好的收敛特性，因而是一种较好的配电网潮流计算方法。

关键词：配电网；潮流计算；Taylor 展开；Maclaurin-Newton 方法

A new fast load flow method including second order terms for distribution system

WANG Fang-zong, YE Jing, HE Yi-fan

(College of Electrical Engineering & Information Technology，China Three Georges University，Yichang 443002，China)

Abstract: This paper presents a new load flow algorithm for distribution systems. Making use of the fact that the load flow equations are a set of quadratic algebraic one when expressed by rectangular coordinates, the derived algorithm uses first the Taylor series expansion to transform the load flow equations to a quadratic matrix equation. Then, the Maclaurin-Newton method is adopted to transform approximately the quadratic matrix equation to a linear matrix equation, which can be easily resolved by any conventional approach, and which yields finally the load flow solution of distribution systems. The derived algorithm has been tested on IEEE 33-bus and 145-node distribution systems. The results show that the proposed algorithm has better convergence compared with other developed algorithms using second order term technique.

Key words: distribution system； load flow solution； Taylor series expansion； Maclaurin-Newton method

中图分类号： TM712 文献标识码： A 文章编号： 1674-3415(2008)17-0005-03

0 引言

牛顿类算法在输变电网潮流计算中一直占据主导地位，但在配电网潮流计算中一直没有体现出任何优势。牛顿法是只保留一阶导数项、忽略二阶及以上偏导项的一种近似 Taylor 级数展开方法。众所周知，在直角坐标系中，潮流方程是一个只含自变量二次型的代数方程组。将 Taylor 级数展开方法应用于此类多变量二次型代数方程组时，具有一些重要的特点：对自变量的二阶偏导是常数，而对二阶及以上的偏导为零。利用这一性质可以改进传统的牛顿法的性能。最早研究二阶偏导项并将其用于潮流计算的是文献[1，2]和文献[3]。此后，文献[4]将文献[3]的方法应用于配电网潮流计算。此类算法通常被称为保留二阶项潮流算法。此类算法的主要优点是在迭代过程中能够保持雅可比矩阵为常系数矩阵。但是，上述方法普遍存在收敛性不好[5]、或较之传统的牛顿类方法例如定雅可比方法没有明显的优势等问题。

本文提出了一种新的快速配电网潮流计算方法。该方法首先对二次型潮流方程进行严格的 Taylor 级数展开，将潮流方程变换成含自变量校正量的二阶非线性矩阵方程。然后，利用 Maclaurin-Newton 方法，将上述非线性矩阵方程变换成常见的线性矩阵方程，从而最终求出配电网的潮流。该方法充分利用了配电网的特点，其最终求解形式与文献[3]及文献[4]所导出的算法完全不同，而且具有更好的收敛特性。

基金项目：三峡大学省级重点学科建设专项经费资助项目（00497）

1 配电网快速潮流计算方法

1.1 潮流方程的精确 Taylor 展开形式

在采用直角坐标系同时不考虑 PV 节点的情况下，潮流计算可由下列方程描述：

$$p_i^s = e_i \sum_{j=1}^{n}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + f_i \sum_{j=1}^{n}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) \quad (1)$$

$$q_i^s = f_i \sum_{j=1}^{n}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - e_i \sum_{j=1}^{n}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) \quad (2)$$

上述表达式中，p_i^s 和 q_i^s 为节点纯注入有功和无功功率，是已知量。很明显，上述潮流方程中不含自变量的一次项、只含自变量的二次项。为简化推导，将上述潮流方程用矢量形式示意表示为

$$\boldsymbol{y}^s = \boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}) \quad (3)$$

给定 $\boldsymbol{x}$ 的一组初值 $\boldsymbol{x}_0$，对方程(3)的右端进行 Taylor 级数展开有以下结果：

$$\boldsymbol{y}^s = \boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}_0) + \boldsymbol{J}_0\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{R}(\Delta\boldsymbol{x}) \quad (4)$$

式（4）中 $\boldsymbol{R}(\Delta\boldsymbol{x})$ 是关于 $\Delta\boldsymbol{x}$ 的二阶及以上的残项。由于 $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x})$ 是不包含 $\boldsymbol{x}$ 的一次项的二次函数，因此，$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x})$ 对 $\boldsymbol{x}$ 的二阶偏导是常数，而对 $\boldsymbol{x}$ 的二阶以上偏导为零，即 $\boldsymbol{R}(\Delta\boldsymbol{x})$ 中不包含 $\Delta\boldsymbol{x}$ 的高于二阶的项。此外，残项 $\boldsymbol{R}(\Delta\boldsymbol{x})$ 和 $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x})$ 形式完全相同，只是 $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x})$ 中的 $\boldsymbol{x}$ 在 $\boldsymbol{R}(\Delta\boldsymbol{x})$ 中换成 $\Delta\boldsymbol{x}$，即

$$\boldsymbol{R}(\Delta\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{y}(\Delta\boldsymbol{x}) \quad (5)$$

定义

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{y}^s - \boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}_0), \boldsymbol{c} \in R^{2n\times1}$$

$$\Delta\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{f}\\ \Delta\boldsymbol{e}\end{bmatrix}, \Delta\boldsymbol{x} \in R^{2n\times1}$$

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{B} & -\boldsymbol{G}\\ \boldsymbol{G} & \boldsymbol{B}\end{bmatrix}, \boldsymbol{J} \in R^{2n\times2n}$$

$$\Delta\tilde{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix}\Delta\tilde{\boldsymbol{e}} & -\Delta\tilde{\boldsymbol{f}}\\ \Delta\tilde{\boldsymbol{f}} & \Delta\tilde{\boldsymbol{e}}\end{bmatrix}, \Delta\tilde{\boldsymbol{x}} \in R^{2n\times2n}$$

$$\Delta\tilde{\boldsymbol{e}} = \mathrm{Diag}[\Delta e_i], \Delta\tilde{\boldsymbol{f}} = \mathrm{Diag}[\Delta f_i]$$

则可以推导出下列方程

$$\boldsymbol{R}(\Delta\boldsymbol{x}) = -\Delta\tilde{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{x} \quad (6)$$

因此, Taylor 展开方程(4)可以写成

$$\boldsymbol{J}_0\Delta\boldsymbol{x} - \Delta\tilde{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{x} = \boldsymbol{c} \quad (7)$$

方程(7)是一个精确的表达式，它与任何牛顿类方法不同，没有任何近似，而且对任意一组初值 $\boldsymbol{x}_0$ 均是成立的。

考虑选用潮流计算常用的平启动初值，即 $\tilde{\boldsymbol{e}}_0 = \boldsymbol{I}, \tilde{\boldsymbol{f}}_0 = \boldsymbol{0}$。在此情况下可以推出

$$\boldsymbol{J}_0 = -\boldsymbol{J}$$

由于在配电网中一般有

$$\sum_{j=1}^{n} G_{ij} = 0, \sum_{j=1}^{n} B_{ij} = 0 \quad (8)$$

因此有

$$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}_0) = 0,\ \boldsymbol{c} = \boldsymbol{y}^S = -\begin{bmatrix}\boldsymbol{p}_l\\ \boldsymbol{q}_l\end{bmatrix} \equiv -\boldsymbol{S}$$

上式中 $\boldsymbol{p}_l$ 和 $\boldsymbol{q}_l$ 分别是由各个节点的有功负荷和无功负荷所组成的向量，是常系数矩阵(恒功率负荷)。这样，方程(7)最终可以写成为

$$\boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{x} + \Delta\tilde{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{x} = \boldsymbol{S} \quad (9)$$

上述方程是一个关于自变量校正量的二次非线性矩阵方程，很难对其直接求解。现有的保留二阶项的潮流计算方法，可以写成下列形式：

$$\Delta\boldsymbol{x}^{k+1} = \boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{S} - \Delta\tilde{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{J}^{-1}[\boldsymbol{S} + \boldsymbol{R}(\Delta\boldsymbol{x}^k)] \quad (10)$$

1.2 配电网快速潮流计算方法

方程(9)可以改写成为

$$(\boldsymbol{I} + \Delta\tilde{\boldsymbol{x}})\boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{x} = \boldsymbol{S} \quad (11)$$

即

$$\boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{I} + \Delta\tilde{\boldsymbol{x}})^{-1}\boldsymbol{S} \quad (12)$$

在潮流计算中，一般情况下有

$$\rho(\Delta\tilde{\boldsymbol{e}}) < 1, \rho(\Delta\tilde{\boldsymbol{f}}) < 1$$

上式中的 $\rho(*)$ 表示矩阵的谱半径。因此，一般情况下有

$$\rho(\Delta\tilde{\boldsymbol{x}}) < 1 \quad (13)$$

在上述情况下，可以对方程(12)应用 Maclaurin-Newton 方法，即

$$\boldsymbol{J}\Delta\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{I} + \Delta\tilde{\boldsymbol{x}})^{-1}\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{I} - \Delta\tilde{\boldsymbol{x}} + \Delta\tilde{\boldsymbol{x}}^2 - \Delta\tilde{\boldsymbol{x}}^3 + \cdots]\boldsymbol{S} \quad (14)$$

由于有下列等式方程：

$$\Delta\tilde{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix}-\tilde{\boldsymbol{q}}_l & \tilde{\boldsymbol{p}}_l\\ \tilde{\boldsymbol{p}}_l & \tilde{\boldsymbol{q}}_l\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{f}\\ \Delta\boldsymbol{e}\end{bmatrix} = \tilde{\boldsymbol{S}}\Delta\boldsymbol{x} \quad (15)$$

因此，方程(14)经简单整理可以简化为

$$(\boldsymbol{J} + \tilde{\boldsymbol{S}})\Delta\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{I} + \Delta\tilde{\boldsymbol{x}}^2 - \Delta\tilde{\boldsymbol{x}}^3 + \cdots]\boldsymbol{S} \quad (16)$$

忽略 $\Delta\tilde{\boldsymbol{x}}$ 的高次项，同时将方程(16)写成迭代形式，最终可以得出：

$$(\boldsymbol{J} + \tilde{\boldsymbol{S}})\Delta\boldsymbol{x}^{k+1} \approx [\boldsymbol{I} + \Delta\tilde{\boldsymbol{x}}_k^2 - \Delta\tilde{\boldsymbol{x}}_k^3]\boldsymbol{S} \quad (17)$$

方程(17)易于求解，而且 $\boldsymbol{J} + \tilde{\boldsymbol{S}}$ 为一常系数矩阵，经一次性三角分解后可保持不变；对 $\boldsymbol{J} + \tilde{\boldsymbol{S}}$ 也可以采用分块矩阵求逆的方法[4]。至此，本文导出了配电网潮流计算的求解算法。

从上述推导过程及其最终结果可以看出，本文

所导出的算法与牛顿法以及传统的保留二阶项的潮流计算方法（方程(10)）有较大的不同。

2 算例检验结果

算例分析的主要目的是检验本文所提算法的收敛性，并将该算法与经典牛顿法以及传统的保留二阶项的潮流计算方法进行性能测试对比。为此，算例系统首先选用了 IEEE 33 节点系统[6]。该系统含 37 条支路，其中包含 5 个环网，是一个典型的含环网配电系统。计算中收敛精度设定为 $\varepsilon=\max(|\Delta p_i|,|\Delta q_i|)=10^{-5}$，基准值设为 $S_{\mathrm{B}}=600\ \mathrm{kVA}, V_{\mathrm{B}}=12.66\ \mathrm{kV}$。图 1 是本文算法与牛顿法以及传统的保留二阶项的潮流算法进行对比的收敛曲线。

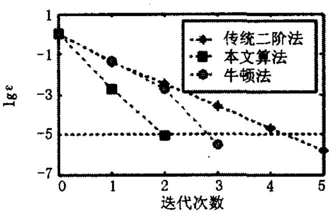

图 1　33 节点系统对比收敛曲线

Fig. 1 Convergence trajectories for IEEE 33-bus system

从图 1 可以看出，本文所提方法比牛顿法以及传统的保留二阶项的潮流算法具有更好的收敛特性。

为进一步检验上述事实或结论，又选用了一个由 6 条馈线所形成的 145 节点实际配网系统[7]，该系统包括 7 个环网。图 2 是本文算法与牛顿法以及传统的保留二阶项的潮流算法对比的收敛曲线。

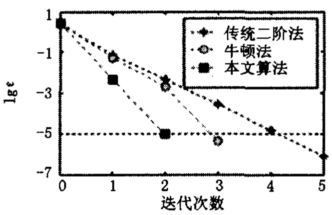

图 2　145 节点系统对比收敛曲线

Fig. 2 Convergence trajectories for a practical 145-bus system

从上述结果可以看出：本文所提算法在收敛性方面是远优于传统的保留二阶项潮流算法的。与传统的保留二阶项的潮流算法一样，本文算法亦只需一次性的雅可比矩阵分解，因此，本文算法比传统的保留二阶项潮流算法更快。

3 结论

利用潮流方程在直角坐标系下具有二次型式这一重要特点，同时结合配电网本身的特点，导出了一种新的基于 Maclaurin-Newton 方法或级数展开方法的配电网潮流算法。

算例检验及对比测试结果表明，本文所提方法比传统的保留二阶项的潮流算法具有更好的收敛特性，因而具有更快的计算速度。

参考文献

[1] Sachdev M S, Medicherla T K P. A Second Order Load Flow Technique[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1977, 96(1): 189-197.

[2] Iwamoto S, Tamura Y. A Fast Load Flow Method Retaining Nonlinearity[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1978, 97(5): 1586-1599.

[3] Nagandra Rao P S, Prakasa Rao K S, Nanda J. A Exact Fast Load Flow Method Including Second Order Terms in Rectangular Coordinates[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1982, 101(9): 3261-3268.

[4] 张荣，王秀和，付大金，等. 改进的带二阶项配电网快速潮流算法[J]. 电工技术学报，2004，19(7)：59-64.
ZHANG Rong, WANG Xiu-he, FU Da-jin, et al. Improved Algorithm for Fast Distribution Power Flow Calculation Including Second Order Term[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2004, 19(7): 59-64.

[5] 宋文南，李树鸿，张尧. 电力系统潮流计算[M]. 天津：天津大学出版社，1990.
SONG Wen-nan, LI Shu-hong, ZHANG Yao. Load Flow Calculation of Power Systems[M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1990.

[6] Baran M E, Wu F F. Network Reconfiguration in Distribution Systems for Loss Reduction and Load Balancing[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1989, 4(2): 1401-1407.

[7] 车仁飞. 配电网潮流计算及重构算法的研究[D]. 济南：山东大学，2003.
CHE Ren-fei. Studies on Power Flow and Network Reconfiguration for Distribution Systems[D]. Jinan: Shandong University, 2003.

收稿日期：2007-11-26

作者简介：
汪芳宗（1966-），男，博士，教授，研究方向为电网一体化计算及并行分布式处理；E-mail: fzwang@ctgu.edu.cn
叶　婧（1986-），女，硕士，研究方向为配电系统自动化；
何一帆（1984-），男，硕士，研究方向为配电系统自动化。