

考虑物理期权的期权市场与现货市场联合均衡分析

王瑞庆, 李渝曾, 张少华

(上海大学自动化系电站自动化技术重点实验室, 上海 200072)

摘要: 期权是发电商进行策略性竞价和规避市场风险的重要金融工具, 目前的研究主要集中在期权的定价及其风险规避功能, 关于期权对电力市场均衡的影响研究甚少。建立了考虑物理期权的两阶段 Cournot 博弈模型, 给出了市场均衡的解析解, 结果表明物理期权的存在增强了电力市场竞争, 在一定程度上抑制了发电商的市场力滥用, 为保持较高的收益, 发电商有兴趣维持现货电价的高波动性。

关键词: 电力市场; 物理期权; Cournot 模型; Nash 均衡; 博弈论

Joint equilibrium analysis of option and spot markets considering physical option contracts

WANG Rui-qing, LI Yu-zeng, ZHANG Shao-hua

(Key Laboratory of Power Station Automation Technology, Automation Department of Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: Options are important financial instruments for generators developing strategic bidding and evading market risk. At present, investigation on options mainly focuses on its pricing and risk aversion behavior, yet there are a few literatures to investigate its effect on equilibrium of electricity markets. A two-stage Cournot equilibrium model considering physical options is developed and analytical formulas for market equilibrium are presented in this paper. The results show that the existence of physical options accelerates market competition and mitigates market power abuse of generators. In order to retain higher payoff, generators are interested in holding high volatility of spot price.

This project is supported by National Natural Science Foundation of China (No.50377023) and the Development Foundation of Shanghai Municipal Education Commission (No.05AZ28).

Key words: electricity markets; physical options; Cournot model; Nash equilibrium; game theory

中图分类号: TM73; F123.9

文献标识码: A

文章编号: 1003-4897(2007)14-0017-05

0 引言

电力工业的市场化使发电商面临着前所未有的价格波动风险, 为规避风险, 期货和期权等金融产品逐步引入了电力市场, 这些金融产品对电力市场效率和发电商竞价策略的影响是当前较为关注的问题之一。

电力期权是指标的物为电力的期权, 它赋予其持有者在某一确定的时间以某一确定的价格交易电力的权力。根据标的物的流向, 电力期权可分为看涨期权与看跌期权, 看涨期权的持有者有权在某一确定的时间以某一确定的价格购买标的物, 看跌期权的持有者则有权在某一确定的时间以某一确定的价格出售标的物。根据期权执行期的特点, 可分为

欧式期权和美式期权, 欧式期权只能在期权到期日执行, 而美式期权可在期权有效期内的任何时间执行。根据期权执行方式的不同, 可分为物理期权与金融期权, 物理期权执行时要进行标的物交割, 金融期权则采用现金方式结算, 与实际的电力交割无关。文献[1]指出了期权在电力市场中的应用前景及可能的研究领域, 文献[2~4]研究了电力期权的定价方法, 文献[5, 6]研究了电力期权的风险规避功能, 但关于期权对市场均衡和发电商策略行为影响的研究还不多见。文献[7]构造了考虑金融期权时发电商的最佳供应函数, 但该文提出的方法不能用来求解市场均衡。文献[8]指出可以利用间隙理论(gap theorem)来求解考虑金融期权时的电力市场均衡, 但并未给出具体的求解步骤。文献[9]研究了金融期权对电力市场均衡和发电商策略行为的影响。文献[10]基于发电商可自由进出期权市场、期权市场中

基金项目: 国家自然科学基金项目(50377023); 上海市教委科技发展基金项目(05AZ28)

存在各种可能敲定价格期权的假设,研究了发电商出售物理期权组合时的电力市场均衡,结果表明物理期权可在一定程度上提高市场效率、抑制发电商的市场力滥用,但由于电力期权市场的低流动性,为降低交易成本,实际上不可能存在各种敲定价格的电力期权。

考虑到 Cournot 模型较易求解,当发电商出售的合约电量占其发电出力的比例较大或考虑中长期行为时,发电商的策略行为更加接近于产量竞争^[11],因此本文基于两阶段 Cournot 博弈模型,在假设电力市场为 PoolCo(Pool Company)、发电商具有完全信息的基础上,研究了物理期权对电力市场效率及发电商竞价策略的影响。结果表明,发电商有激励进入期权市场,物理期权的存在降低了现货市场电价,但其对市场的作用要弱于远期合约。

1 基本假设

为简化分析,考虑一个仅由期权和现货市场组成、按 PoolCo 方式运作的电力市场,市场中存在 n 个发电商,各发电商的发电量不足以决定市场统一出清价,但对市场统一出清价具有相当的影响力。各发电商在现货和期权市场均无相互勾结行为。

模型的第一阶段为出售物理期权阶段,各发电商在期权市场以 Cournot 方式出售欧式看涨物理期权,即在假设竞争对手出售的期权电量给定的前提下各发电商同时决策自己的期权电量。模型的第二阶段为现货市场竞争阶段,各发电商在期权电量给定的前提下按 Cournot 方式同时决策自己的发电出力。在第二阶段开始前,各发电商可通过市场获悉其竞争对手出售的期权电量(即假设各发电商具有完全信息)。

设期权敲定价格 f 为外生变量,发电商 i 可在期权市场以期权价格 F 出售电量为 k_i 、敲定价格为 f 的欧式看涨物理期权。现货市场出清时,若现货市场电价 λ 高于期权敲定价格 f ,期权将被执行,合约持有者通知发电商生产合约规定的电量,若 λ 低于 f ,期权自动失效。因此在现货市场出清前,不能确定期权是否会被执行,发电商必须为期权的执行预留发电出力,结果使发电商只能用其可用发电出力中扣除预留发电出力的部分参与现货市场的竞争,而物理期权合约的持有者则相当于拥有了一个生产成本参数为期权敲定价格、发电量为合约规定电量的虚拟电厂^[9]。

设各发电商的发电量连续可调,不考虑其容量限制,发电成本为线性函数:

$$C_i(q_i) = c_i q_i \quad (1)$$

式中: q_i 为发电商 i 的发电出力, c_i 为发电成本系数,且 c_i 大于零。

设现货市场的需求不确定,市场逆需求函数具有线性形式,现货市场电价可以表示为市场逆需求函数加上一个随机波动^[12],即:

$$\lambda = r - sq + \varepsilon = r - s \sum_{i \in N} q_i + \varepsilon \quad (2)$$

式中: q 为各发电商的发电量之和, N 表示全体发电商的集合, r 和 s 均为大于零的常数, s 反映了用户对电价变化的需求弹性, ε 为均值为 0、方差为 σ^2 的随机变量,其累积分布函数和概率密度函数分别用 $\Phi_\varepsilon(x)$ 和 $\varphi_\varepsilon(x)$ 表示。

2 模型的求解方法

模型的求解采用文献[9,12]中给出的反向推导方法:第一步先求解现货市场的 Nash 均衡,即各发电商在期权电量给定的前提下,在现货市场按 Cournot 方式同时确定其发电量,各发电商的均衡发电量可以表示为所有发电商出售期权电量的函数;第二步是求解期权市场的 Nash 均衡,即在完全套利的假设条件下,各发电商利用第一步求出的现货市场均衡电量同时按 Cournot 方式决定其出售的物理期权电量。然后联立现货市场和期权市场的求解结果,可构成一组非线性方程组,求解该非线性方程组,即可决定市场的均衡解。图 1 给出了反向推导方法的求解思路。

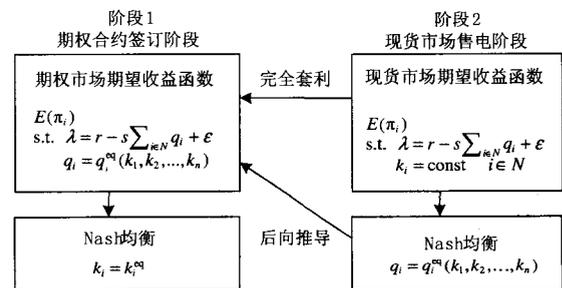


图1 考虑期权的两阶段Cournot模型及其反向求解方法
Fig 1. Two-stage Cournot model with options contracts and backward induction method

3 发电商现货市场决策模型

若发电商现货市场的决策电量为 q_{gi} ,则发电商 i 在现货市场中的发电量 q_i 可表示为:

$$q_i = q_{gi} + q_{vi} \quad (3)$$

式中: q_{vi} 表示发电商 i 为物理期权的执行而预留的

发电出力, 由下式给出:

$$q_{vi} = k_i \int_{f-\bar{\lambda}}^{\infty} \varphi_{\varepsilon}(x) dx = k_i (1 - \Phi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda})) \quad (4)$$

式中: $\bar{\lambda}$ 表示现货市场电价的期望值, 可由式(2)求出:

$$\bar{\lambda} = r - s \sum_{j \in N} (q_{gj} + q_{vj}) \quad (5)$$

若忽略期权金的时间价值, 则发电商 i 出售物理期权获得的收益 y_i 可表示为:

$$y_i = k_i F + q_{vi} f \quad (6)$$

由于市场需求的不确定性, 发电商 i 在现货市场的目标是追求期望收益最大化, 其在现货市场的优化问题可根据式(1)~(6)表示为:

$$\begin{aligned} \max_{q_{gi}} E(\pi_i) \\ \text{s.t. } \pi_i = \lambda q_{gi} + y_i - C_i(q_{gi} + q_{vi}) \end{aligned}$$

式中: E 表示期望运算, π_i 表示发电商 i 的收益。利用该优化问题的 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 条件可得发电商 i 在现货市场的决策变量为:

$$q_{gi} = \frac{(\bar{\lambda} - f)k_i \varphi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda}) + (\bar{\lambda} - c_i)/s + (\bar{\lambda} - c_i) \varphi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda}) \sum_{j \in N, j \neq i} k_j}{(\bar{\lambda} - c_i) \varphi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda}) \sum_{j \in N, j \neq i} k_j} \quad (7)$$

由式(7)可见, 发电商 i 在现货市场的决策电量不仅与其出售的物理期权电量 k_i 相关, 而且也与其它发电商出售的物理期权电量相关。由于 $\varphi_{\varepsilon}(x)$ 为随机变量 ε 的概率密度函数, 因此当期权敲定价格 f 与现货市场电价的期望值 λ 相差不大时, 期权电量对发电商现货市场的决策行为影响较大。

4 发电商期权市场决策模型

设期权市场中的买方风险中立且具有理性的期望, 根据完全套利原则, 发电商在期权市场的期望收益将等于零, 即 $y_i = q_{vi} \bar{\lambda}$ 。则发电商 i 在期权市场的优化问题可表述为:

$$\begin{aligned} \max_{k_i} E(\pi_i) \\ \text{s.t. } \pi_i = (q_{gi} + q_{vi}) \bar{\lambda} - c_i(q_{gi} + q_{vi}) \end{aligned}$$

由该优化问题的 KKT 条件, 可得发电商 i 在期权市场出售的物理期权电量为:

$$k_i = \frac{1}{W} \left\{ (1 - \Phi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda})) + (\bar{\lambda} - f) \varphi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda}) / (\partial \bar{\lambda} / \partial k_i) + (q_{gi} + k_i (1 - \Phi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda}))) / (\bar{\lambda} - c_i) + 1/s - ((\bar{\lambda} - c_i) \varphi'_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda}) + \varphi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda})) \sum_{j \in N, j \neq i} k_j \right\} \quad (8)$$

$$\text{式中: } W = (\bar{\lambda} - f) \varphi'_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda}) - 2 \varphi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda})$$

$$\partial \bar{\lambda} / \partial k_i = - \frac{s(1 - \Phi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda})) + s \sum_{j \in N} \partial q_{gj} / \partial k_i}{1 + s \varphi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda}) \sum_{j \in N} k_j}$$

$$\partial q_i / \partial k_i = (\bar{\lambda} - f + \partial \bar{\lambda} / \partial k_i \sum_{j \in N} k_j) \varphi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda}) - (1/s + (k_i(\bar{\lambda} - f) + (\bar{\lambda} - c_i) \sum_{j \in N, j \neq i} k_j) \varphi'_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda})) \partial \bar{\lambda} / \partial k_i$$

$$\partial q_j / \partial k_i = (\bar{\lambda} - c_j + \partial \bar{\lambda} / \partial k_i \sum_{m \in N} k_m) \varphi_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda}) + (1/s - (k_j(\bar{\lambda} - f) + (\bar{\lambda} - c_j) \sum_{m \in N, m \neq i} k_m) \varphi'_{\varepsilon}(f - \bar{\lambda})) \partial \bar{\lambda} / \partial k_i \quad (\forall j \in N, j \neq i)$$

给定期权敲定价格、现货市场电价方差, 联立求解式(5)、(7)、(8), 可计算出各发电商的均衡发电量、期权电量和现货市场电价的期望值, 进而可计算出各发电商的期望收益和整个社会福利。

5 算例分析

设市场中共有两个发电商, 市场逆需求函数为 $\lambda = r - sq + \varepsilon$, $r=100$ \$/MWh, $s=0.52$ \$/(MWh)², 随机量 ε 是一个均值为 0、方差为 σ^2 的正态分布。

5.1 物理期权对市场均衡结果的影响

表 1 给出了发电商 1 的成本参数 c_1 为 15 \$/MWh、发电商 2 的成本参数 c_2 为 20 \$/MWh、均方差 σ 为 7 \$/MWh 时, 单独现货市场、考虑远期合约及物理看涨期权时 Cournot 竞争的市场均衡结果。从表中可看出, 相对于单独现货市场 Cournot 竞争, 远期合约和物理期权的存在不同程度地降低了现货市场电价、抑制了发电商利用其市场力抬高现货市场电价的兴趣, 且考虑物理期权时现货市场电价的期望值高于考虑远期合约时现货市场电价的期望值, 表明物理期权对电力市场的影响要弱于远期合约。

从表中还可看出, 随着期权敲定价格的提高, 发电商 1 期权电量的下降速度明显高于发电商 2 期权电量的下降速度, 且发电商 2 的期权电量占其发电出力的比例高于发电商 1 的期权电量占其发电出力的比例, 表明发电成本较高的发电商更有兴趣进入期权市场。

表 2 给出了发电商 1 和发电商 2 的成本参数 c_1 和 c_2 分别为 15 \$/MWh 和 20 \$/MWh、均方差 σ 为 7 \$/MWh 时, 各发电商单独进入期权市场及二者同时进入期权市场时的市场均衡结果。与表 1 中单独现

货市场 Cournot 情形相比, 发电商单独进入期权市场时, 进入期权市场的发电商的市场份额和售电收益有所提高, 而不进入期权市场的发电商的市场份额和售电收益则有所下降。从表 2 中也可以看出, 两发电商同时进入期权市场时发电商 1 的市场份额和收益均大于发电商 1 不进入期权市场而发电商 2 进入期权市场时的结果, 对发电商 2 而言也是如此。因此各发电商为提高自己的市场份额和售电收益,

将自愿进入期权市场, 但当两个发电商同时进入期权市场时, 与表 1 中单独现货市场 Cournot 情形相比, 各发电商的收益均有所下降。这说明发电商在期权市场中的行为类似于博弈论中的“囚徒困境”, 即各发电商为了提高自己的收益与市场份额, 将自愿进入期权市场, 但另一方面, 电量合约化程度的提高导致了现货市场电价的下降, 因此尽管各发电商的发电量增加了, 但最终其收益反而减少。

表1 单独Cournot、考虑远期合约及物理期权时的市场均衡结果比较

Tab.1 Comparison among Cournot equilibrium and equilibria of markets with forward contracts and physical options

	发电商1			发电商2			现货电价的期望值 / \$ \cdot (MWh)^{-1}	期权敲定价 / \$ \cdot (MWh)^{-1}	社会福利 / \$
	发电量 / (MWh)	合约量 / (MWh)	收益 / \$	发电量 / (MWh)	合约量 / (MWh)	收益 / \$			
Cournot	57.69	0	1730.77	48.08	0	1201.92	45.00		5841.35
远期合约	73.08	36.54	1388.46	53.85	26.92	753.85	34.00		6330.77
	66.14	23.84	1405.98	56.44	23.95	917.59	36.26	17.50	6230.40
物理期权	63.32	18.39	1410.72	57.30	22.31	990.15	37.28	20.00	6183.29
	59.17	11.35	1382.40	59.36	21.88	1090.12	38.36	22.50	6125.43

注: 表中合约量是指发电商出售的远期合约电量或物理期权电量

表2 某一发电商或所有发电商进入期权市场时的均衡结果比较

Tab.2 Comparing equilibrium results of one or all generators to sign options

期权敲定价 / \$ \cdot (MWh)^{-1}	发电商1			发电商2			现货电价的期望值 / \$ \cdot (MWh)^{-1}	社会福利 / \$
	发电量 / (MWh)	期权电量 / (MWh)	收益 / \$	发电量 / (MWh)	期权电量 / (MWh)	收益 / \$		
17.50	82.46	36.92	1933.33	35.91	0	662.47	38.45	6238.98
	46.67	0	1122.92	70.52	33.54	1344.16	39.06	6037.87
	66.14	23.84	1405.98	56.44	23.95	917.59	36.26	6230.40
20.00	80.02	33.15	1917.03	37.37	0	708.36	38.95	6208.46
	47.55	0	1150.59	69.38	31.75	1331.83	39.20	6037.26
	63.32	18.39	1410.72	57.30	22.31	990.15	37.28	6183.29
22.50	77.21	28.86	1890.61	39.16	0	763.20	39.49	6174.72
	48.89	0	1181.33	68.10	29.84	1305.20	39.16	6045.12
	59.17	11.35	1382.40	59.36	21.88	1090.12	38.36	6125.43

5.2 期权敲定价格及现货市场电价方差对市场均衡结果的影响

图 2 和 3 给出了发电商 1 和发电商 2 的成本参数均为 17.5 \$/MWh 时, 发电商的期权电量 k 、收益 π 的期望值随期权敲定价格 f 的变化结果。从图中可以看出: (1) 随着期权敲定价格和现货市场电价方差的增加, 发电商出售的期权电量逐渐减少。表明随着期权敲定价格和现货市场电价波动性的增加, 发电商由于不能准确预测应为期权执行预留的发电出力, 将倾向于减少出售的物理期权电量。(2) 随着期权敲定价格和现货市场电价方差的增加, 发电商收

益的期望值逐渐增加。因此为保持较高的收益, 发电商有兴趣维持现货市场电价的高波动性。

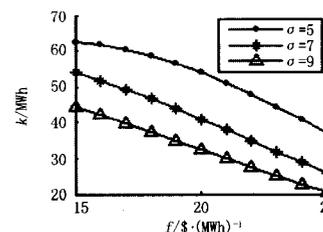


图 2 期权电量随期权敲定价格的变化
Fig.2 Options quantity for varying strike price

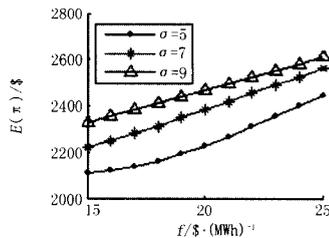


图3 发电商期望收益随期权敲定价格的变化

Fig.3 Expected generator's payoff for varying strike price

6 结论

本文假设发电商具有完全信息, 以欧式看涨物理期权为例, 建立了考虑物理期权时的电力市场两阶段 Cournot 博弈模型, 分析了物理期权对市场效率和发电商竞价策略的影响。在本文假设条件下的结果表明: (1) 物理期权的存在, 可降低现货市场电价, 提高市场效率, 在一定程度上抑制发电商的市场力滥用, 物理期权对电力市场的作用要弱于远期合约; (2) 当某个发电商单独进入期权市场时, 可扩大其在现货市场的市场份额, 增加售电收益, 但当所有发电商进入期权市场时将产生囚徒困境。

本文的模型仅考虑了发电商在期权与现货市场的策略行为对电力市场均衡的影响, 未计及发电容量和输电约束的影响, 因此如何进一步优化模型, 使之能处理发电容量和输电约束, 是下一步要做的工作。

参考文献

- [1] 张显, 王锡凡. 电力金融市场综述[J]. 电力系统自动化, 2005, 29(20): 1-19.
ZHANG Xian, WANG Xi-fan. Survey of Financial Markets for Electricity [J]. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(20): 1-19.
- [2] Cater J C. Valuing Options for Electric Power Resources [J]. The Electricity Journal, 1995, 8(3): 43-49.
- [3] Bessembinder H, Lemmon M L. Equilibrium Pricing and Optimal Hedging in Electricity Forward Markets [J]. The Journal of Finance, 2002, LVII(3):1347-1382.
- [4] 张显, 王锡凡, 王建学, 等. 可中断电力合同中新型期权的定价[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(12): 18-23.
ZHANG Xian, WANG Xi-fan, WANG Jian-xue, et al.

Pricing for Exotic Option of Interruptible Electricity Contracts [J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(12):18-23.

- [5] Oum Y, Oren S, and Shijie Deng. Hedging Quantity Risks with Standard Power Options in a Competitive Wholesale Electricity Market[Z]. University of California, 2005.
- [6] 马歆, 蒋传文, 侯志俭, 等. 基于摆动期权合约的发电商风险回避模型研究[J]. 继电器, 2004, 32(19): 1-4.
MA Xin, JIANG Chuan-wen, HOU Zhi-jian, et al. Study of Generators Risk-avoiding Model Based on Swing Options Contract [J]. Relay, 2004, 32(19):1-4.
- [7] Anderson E D, Huifu X. Optimal Supply Function in Electricity Markets with Option Contracts and Non-smooth Costs [R]. University of New South Wales, 2005.
- [8] Barquin J. On Oligopolistic Electricity Market Equilibria and Contingent Claims[R]. Spain:University of Pontificia Comillas, 28015
- [9] Willems B. Cournot Competition, Financial Option Markets and Efficiency[Z]. University of California, 2004
- [10] Chao H P, Wilson R. Resource Adequacy and Market Power Mitigation via Option Contracts[D]. University of California, 2004.
- [11] Batstone S. An Equilibrium Model of an Imperfect Electricity Market[A]. In: Proceedings of the 35th ORSNZ Conference, University of Victoria[C]. Wellington (New Zealand):2000.169-178.
- [12] Powell A. Trading Forward in an Imperfect Market: The Case of Electricity in Britain [J]. The Economic Journal, 1993, 103(3): 444-453.

收稿日期: 2007-01-27; 修回日期: 2007-03-27

作者简介:

王瑞庆(1965-), 男, 博士研究生, 主要从事金融衍生工具在电力市场中的应用研究; E-mail: ayrqwang@163.com

李渝曾(1947-), 男, 博士生导师, 教授, 主要从事电力市场输电定价、可中断负荷管理、博弈分析等研究;

张少华(1966-), 男, 博士生导师, 教授, 主要从事电力市场风险管理、远期合同定价、可中断负荷管理等研究。