

# 基于系数矩阵确定电源与负荷分配关系的一种解析方法

李伟, 鲍海, 杨以涵

(华北电力大学电气工程学院, 北京 102206)

**摘要:** 利用顺流及逆流网络方程提出一种确定电源与负荷功率分配关系的功率分解解析方法。该方法通过基本网络方程推导出分配系数矩阵、发电机出力矩阵和负荷矩阵的相互间的关系, 并以此计算分配系数矩阵, 建立了发电机对负荷分配及负荷对发电机分配的解析模型及求解算法。该方法直接表达了发电机出力与负荷功率间的解析关系。并且不需任何假设, 通过对系统基本模型进行矩阵分析直接得到解析模型。该方法在 IEEE 三机九节点系统上进行了应用, 其结果证实算法的有效性和正确性。

**关键词:** 电力市场; 电源与负荷; 分配矩阵; 解析模型

## A new analytical method of deriving relation between generators and loads based on factors matrix

LI Wei, BAO Hai, YANG Yi-han

(North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

**Abstract:** This paper proposes an efficient analytical method for power allocation, which makes sure of the power transferred between generators and loads using downstream and upstream network equations. First, the method induces the distribution factors matrix from basic network equations and makes the analytical relation of power transfer between generators and loads clear. Second, a distribution factors matrix is derived from those distribution factors so that the analytical model of power transfer between generators and loads can be built. The proposed method expresses directly and clearly the relation between generators and loads based on the basic power system model and no assumption on the distribution is needed. Here, analysis matrix is a key factor. Then, the proposed method is tested on the classical IEEE9-bus system. The results of computational example show that the developed technique is correct and useful. At last, the conclusions are given.

**Key words:** electricity market; generators and loads; distribution matrix; analytical model

中图分类号: TM711

文献标识码: A

文章编号: 1003-4897(2007)03-0025-04

## 0 引言

电力工业市场化运营机制的建立使得开放的输电系统成为电量交易和转运的关键环节。为保障参与各方利益和市场公正性, 需要明确电源与负荷之间的分配关系。而分配关系是由与电压等级、拓扑位置、电气联结关系等有关的用户使用线路情况决定的。故准确地确定各发电机与负荷之间功率的分配关系、发电机和负荷对输电线的实际使用程度, 逐渐成为一个重要的研究课题。这种分配关系在潮流分布已知的前提下计算电源功率在负荷上的分布情况。就研究现状来看, 其关系是通过潮流追踪的方法来实现的。

文献[1]最早提出利用功率比例共享原则解决潮流追踪问题, 这种方法简单直观, 易于被用户接

受, 但缺乏必要的理论依据<sup>[2~9]</sup>。文献[10, 11]从提出功率解析角度对潮流进行追踪, 但在公式推导过程中也是使用了功率比例共享原则。文献[12~16]提出运用灵敏度分析和非线性函数值的方法, 但数学上非线性函数值对其自变量的分摊问题的解不是唯一的<sup>[17]</sup>。文献[18]首次提出利用电流的无损性对电流进行追踪的思想, 并最终将电流转化为功率。文献[19]基于两条公理推导了电网损耗分摊原则, 论证了损耗按电流比例分摊的合理性。文献[20, 21]提出了基于共轭电流与电压降乘积的支路全损耗功率分量的方法, 通过定义确定某功率分量所归属的电源, 属于电流跟踪的范畴。文献[20]将负荷等效为负电源, 存在导纳矩阵不可求逆的问题。文献[21]取支路电压已知, 不能说明此电压与电源的关系, 但其将负荷作为阻抗支路处理是一种

有效的等值方法。

通过对以上方法分析得知,研究潮流跟踪的方法主要是从潮流或电流方向的角度分析,而较少给出发电机对负荷分配的解析模型,追求分解原则,分配意义并不明确。本文综合考虑顺流和逆流问题,直接从潮流结果出发,通过系统网络方程直接形成发电机对负荷的分配系数矩阵,建立了解析模型,对发电机对负荷分配的分析 and 计算提供了一条新的思路。

## 1 分配系数矩阵

### 1.1 分配系数矩阵的推导及定义

设一个一般意义的交流系统  $N$ 。考虑顺流网络时为  $N_1$ ,将发电机等效为电流源支路;考虑逆流网络时为  $N_2$ ,将负荷等效为电流源支路。

对顺流网有如下节点电压方程

$$I_G = Y_1 \cdot U_N \quad (1)$$

其中:  $I_G = [I_{G1}, I_{G2}, \dots, I_{Gn}]^T$  是电源电流列向量,没有电源的节点的电流为零;  $Y_1$  是顺流网络考虑负荷阻抗在内的导纳矩阵,显然可逆;  $U_N$  是节点电压列向量。

对逆流网有如下节点电压方程

$$I_L = Y_2 \cdot U_N \quad (2)$$

其中:  $I_L = [I_{L1}, I_{L2}, \dots, I_{Ln}]^T$  是负荷电流列向量(负电流);  $Y_2$  是逆流网络考虑电源等值阻抗(一般为负阻抗)在内的导纳矩阵,显然可逆;由式(2)

$$U_N = Y_2^{-1} \cdot I_L \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)

$$I_G = Y_1 \cdot Y_2^{-1} \cdot I_L \quad (4)$$

定义  $A$ , 令  $A^{-1} = Y_1 \cdot Y_2^{-1}$ , 有

$$I_L = A \cdot I_G \quad (5)$$

很明显  $A$  是电源电流与负荷电流的分配系数矩阵,以下说明  $A^*$  也是电源出力与负荷的分配系数矩阵,其中 \* 表示共轭。

设负荷支路  $i(i=1, 2, L, n)$  通过的电流为  $I_{Li}$ , 其中第  $j$  个电源在该支路上引起的电流分量为  $I_{Lij} (j=1, 2, L, n)$

$$\sum_{j=1}^n I_{Lij} = I_{Li} \quad (6)$$

电源  $j$  对负荷  $i$  的分配份额为

$$f_{ij} = I_{Lij}^* / I_{Li}^* \quad (7)$$

由于电流分量在支路首末端相同,设电源  $j$  向支路  $i$  首末端提供电流分量分别为  $I_{Lij}'$  和  $I_{Lij}''$ , 则有

$$I_{Lij}' = I_{Lij}'' = I_{Lij} \quad (8)$$

$$I_{Lij}^* / I_{Li}^* = I_{Lij}''^* / I_{Li}^* = f_{ij} \quad (9)$$

设负荷支路  $i$  的首端电压分别是  $U_i$ , 则支路功率为:

$$S_{Li} = U_i I_{Li}^* \quad (10)$$

$$S_{Lij} = U_i I_{Lij}^* \quad (11)$$

由式(10)、(11)有

$$S_{Lij} = S_{Li} f_{ij} \quad (12)$$

得出结论:负荷功率按各共轭电流分量的比例分摊。所以  $A^*$  是电源出力与负荷的分配系数矩阵。存在

$$S_L = A^* \cdot S_G \quad (13)$$

所以式(13)就是发电机对负荷分配的解析模型。

### 1.2 分配算法

由上文的分析,给出具体的分配算法,步骤如下。

- 1) 根据已知潮流给出等效顺流网络及逆流网络;
- 2) 形成等效顺流网络及逆流网络导纳矩阵;
- 3) 计算逆流网络导纳阵  $Y_2$  的逆阵,并计算分配系数  $A^*$ ;
- 4) 计算电源对负荷的分配功率。

### 1.3 进一步分析

相同的,可以定义  $(A^*)^{-1}$  为负荷对发电机的分配系数。与发电机对负荷分配系数形式上完全相同,此处不再赘述。

通过分配系数矩阵可以直接对电源负荷和负荷电源进行功率分配;对于网损的分配却由于对网络矩阵的运算而不能由分配矩阵明确的表达,但本文的工作在于前者,对于这个问题有待后续深入的研究。

## 2 算例

为验证模型及算法的可行性和有效性,编制了程序以 IEEE 三机九节点系统进行计算,分配系数及分配功率见表 1。

负荷支路消耗的功率与各电源提供给某负荷的功率的和总是相等。并且电源向距离其最近的负荷提供的功率最多,而向远距离负荷提供的功率较

少,这正是网络拓扑的最直接的表现。算例进一步证实了模型及算法的可行性,是一种简单快速有效的工程实用方法。

表 1 发电机对负荷分配系数及功率

Tab.1 Distribution factors and transferred power from generation-buses to load-buses

负荷	GEN1 提供		GEN2 提供		GEN3 提供		MW
BUSA	0.41 + 0.059j	26.71 + 22.45j	0.76 - 0.26j	65.56 + 15.32j	1.03 - 0.93j	32.65 + 12.20j	
BUSB	0.13 + 0.06j	19.89 + 14.40j	0.28 + 0.007j	45.67 - 10.22j	0.15 - 0.00j	24.52 + 5.40j	
BUSC	0.24 + 0.18j	17.38 + 19.24j	0.64 - 0.02j	54.62 + 8.69j	0.33 + 0.02j	28.02 + 7.08j	

### 3 结论

电力市场条件下电源对负荷的分配是潮流追踪当中一个具有重要现实意义的问题。本文对现有方法进行分析比较,提出了分配的解析模型和算法,概念清楚,计算简单。该方法通过分配系数矩阵解,直接得到电源对负荷以及负荷对电源的分配,具有工程意义。并为进一步研究并解决潮流追踪问题提供了一条新思路。功率分解是一个具有热点难点性质的课题,研究如何从模型和从算法上确保功率分解的严密性和明确的意义,这是一项对功率分配理论有重要意义的工作,希望本文所做工作对此有一定的参考价值。

### 参考文献

- [1] Bialek J. Tracing the Flow of Electricity[J]. IEE Proceedings on Gener, Transm and Distrib, 1996, 143(4): 313-320.
- [2] WU F F, NI YI-xin. Power Transfer Allocation for Open Access Using Graph Theory[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1997, 12. (1) :52-60.
- [3] WEI Ping, YUAN Bin, NI YI-xin, et al. Power Flow Tracing for Transmission Open Access [A]. In: Proceedings of International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies[C]. London: 2000. 476 - 481.
- [4] 谢开贵, 周家启. 基于有向通路的潮流跟踪新方法[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(11): 87 - 91.  
XIE Kai-gui, ZHOU Jia-qi. A New Power Flow Tracing Method Based on Directed Path[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(11): 87-91.
- [5] 谢开贵, 周家启. 自环流网络潮流跟踪算法[J]. 中国科学(E 辑), 2003, 46(1): 93-103.  
XIE Kai-gui, ZHOU Jia-qi. Power Flow Tracing Algorithm for Electric Network with Loopflows[J]. Science in China(Series E), 2003, 46(1): 93-103.
- [6] 李卫东, 孙辉, 武亚光. 潮流追踪迭代算法[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(11): 38 - 42.

LI Wei-dong, SUN Hui, WU Ya-guang. An Iterative Load Flow Tracing Method[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(11): 38-42.

- [7] SUN Hong-bo, YU D C, ZHENG Qiong-lin. AC Power Flow Tracing in Transmission Networks [J]. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2000, 3(3) : 1715 -1720.
- [8] Kischen D, Allab R, Strbac G. Contribution of Individual Generators to Loads and Flows[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1997, 12 (1) : 52 - 60.
- [9] Exposito G, Santos J M R, Garcia T G, et al. Fair Allocation of Transmission Power Losers [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2000, 15(1): 184-188.
- [10] 彭建春, 江辉, 王耀南, 等. 直接考虑 P - Q 耦合的输电费用分配方法 [J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(4) : 20-25.  
PENG Jian-chun, JIANG Hui, WANG Yao-nan, et al. Transmission Cost Allocation Considering the Interaction Between Active and Reactive Powers[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(4): 20-25.
- [11] 彭建春, 江辉, 成连生. 复功率电源的支路功率分量理 [J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(1) : 38-42.  
PENG Jian-chun, JIANG Hui, CHENG Lian-sheng. Theory of Branch Complex Power Components Induced by Individual Generator[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(11): 38-42.
- [12] Rudnick H, Palma R, Fernandez J E. Marginal Pricing and Supplement Cost Allocation in Transmission Open Access [J]. IEEE Trans PWRs, 1995, 10(2): 1125-1142.
- [13] Galiana F D, Conejo A J. Incremental Transmission Loss Allocation Under Pool Dispatch[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2002, 17(1): 26-33.
- [14] Multale J, Strbac G, Curcic S, et al. Allocation of Losses in Distribution Systems with Embedded Generation[J]. IEE Proc on Gener, Transm, and Distrib, 2000, 147(1): 7-14.
- [15] Ng W Y. Generalized Generation Distribution Factors for Power System Security Evaluations[J]. IEEE Trans on PAS, 1981, 100(3): 1001-1005.
- [16] 吴政球. 非线性函数值贡献因子理论及其应用[J]. 电

- 力系统自动化, 2000, 25(11):32-34.
- WU Zheng-qiu. Contribution Factor Theory on Variables to the Nonlinear Function Value and Its Applications[J]. Automation of Electric Power Systems, 2000, 25(11): 32-34.
- [17] 常乃超, 郭志忠. 网损分摊问题思考[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(4): 43-47.
- CHANG Nai-chao, GUO Zhi-zhong. Pondering on the Loss Allocation Problem [J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(4): 43-47.
- [18] Kirschen D, Strbac G. Tracing Active and Reactive Power Between Generators and Loads Using Real and Imaginary Currents [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1999, 14(4): 1312-1319.
- [19] 王锡凡, 王秀丽. 电流追踪问题[J]. 中国科学 (E 辑), 2000, 30(3): 405-412.
- WANG Xi-fan, WANG Xiu-li. On Current Trace Problem[J]. Science in China(E), 2000, 30(3): 405-412.
- [20] 冯林桥, 许文玉, 邓昌安, 等. 共轭电流全损耗功率分量定义及其叠加原理[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(5).
- FENG Lin-qiao, XU Wen-yu, DENG Chang-an, et al. Definition of Conjugate Current Whole Power loss Component and Their Superposition Theorem[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(5).
- [21] 乔振宇, 陈学允, 等. 功率分解潮流计算方法[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(1): 77-79.
- QIAO Zhen-yu, CHEN Xue-yun, et al. A New Concept of the Separation of Electrical Power Flow[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(1): 77-79.

收稿日期: 2006-09-25; 修回日期: 2006-11-09

作者简介:

李伟 (1974-), 男, 博士研究生, 研究方向为电力系统分析与控制; E-mail: lrhms@163.com

鲍海 (1968-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为电力系统分析与控制;

杨以涵 (1927-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电力系统分析与控制。

(上接第 14 页 continued from page 14)

相角差较小, 且距离 III 段启动, 即可判为永久性故障。此外, 单相重合闸也同样采用不对称故障判据判断是否发生永久性不对称故障。

本文算法简单, 易于实现, 仿真以及对动模数据的分析验证了本文算法的正确性。本文提出的方案已成功地应用于 750 kV 保护装置中。

### 参考文献

- [1] 李瑞生, 索南加乐. 750 kV 输电线路的特殊问题及其对线路保护的影响[J]. 继电器, 2006, 34(3): 1-4.
- LI Rui-sheng, SUONAN Jia-le. The Special Problems of 750 KV Transmission Line and Its Influences on Relay Protection[J]. Relay, 2006, 34(3): 1-4.
- [2] 葛耀中. 新型继电保护与故障测距原理与技术[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1996.
- GE Yao-zhong. New Type of Protective Relaying and Fault Location Theory and Techniques[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1996.
- [3] 叶念国. 对传统的“检同期”概念剖析及对策[J]. 机电信息, 2004, 2(13): 12-17.
- YE Nian-guo. Conception Analysis and Countermeasure on Conventional Synchronization Examining [J]. Electromechanical Information, 2004, 2(13): 12-17.
- [4] 周斌, 鲁国刚. 具有检同期合闸功能的变电所检测装置[J]. 电力自动化设备, 2004, 24(1): 91-93.
- ZHOU Bin, LU Guo-gang. Substation Measuring and Control Device with Synchronization Function[J]. Electric Power Automation Equipment, 2004, 24(1): 91-93.
- [5] 隋凤海, 李钢, 王善祥, 等. 余弦电压元件的特性及其应用 [J]. 电力系统自动化, 1997, 21(5): 26-28.
- SUI Feng-hai, LI Gang, WANG Shan-xiang, et al. Cosine Relay Ucos $\phi$ s Characteristic and Application[J]. Automation of Electric Power Systems, 1997, 21(5): 26-28.
- [6] 许正亚. 输电线路新型距离保护[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2002.
- XU Zheng-ya. New Type Distance Protection of Power Line[M]. Beijing: China Water Power Press, 2002.
- [7] 贺家李. 电力系统继电保护原理 [M]. 北京: 中国电力出版社, 2002.
- HE Jia-li. Relay Protection Principle for Power System[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2002.
- [8] WXH-801/802 数字式微机线路保护装置技术说明书 [Z]. 许昌: 许继电气股份公司, 2003.
- WXH-801 /802 Digital Microprocessor-based Line Protection Relays [Z]. XJ Electric Engineering Co., Ltd, 2003.
- [9] 李瑞生, 冯秋芳, 等. WXH-801/802 数字式微机线路保护的研究[J]. 继电器, 2000, 28(12): 45-47.
- LI Rui-sheng, FENG Qiu-fang, et al. The Research of WXH-801/802 Digital Microprocessor-based Line Protection System[J]. Relay, 2000, 28(12): 45-47.

收稿日期: 2006-08-17; 修回日期: 2006-11-16

作者简介:

索南加乐 (1960-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事电力系统自动化的教学与科研; E-mail: suonan@263.net

陈勇 (1982-), 男, 硕士研究生, 主要从事电力系统继电保护的研究。