

基于最优潮流的实时电价及其算法的研究

周明华, 徐敏

(南昌大学信息工程学院, 江西 南昌 330029)

摘要: 实时电价是电力市场中的重要概念。为了研究实时电价所包含的丰富的经济信息以及适合实时电价在线快速计算的算法, 基于最优潮流 (OPF) 实时电价模型采用原对偶内点算法求解, 并讨论了向心参数的取值对该算法收敛性的影响。在此基础上引入预测校正环节, 该方法能很好地协调解的最优性和可行性之间的关系, 改善了算法的收敛性; 采用 IEEE14 节点标准测试系统进行实时电价计算, 对仿真结果的分析表明了相应不等式约束的 Lagrangian 乘子的值代表系统运行安全费用, 预测校正法迭代次数少, 收敛性好。

关键词: 实时电价; 最优潮流; 原对偶内点算法; 预测校正

中图分类号: TM732 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897 (2006) 21-0063-04

0 引言

传统的电力定价理论只是一种简单的成本分摊, 不能正确地反映系统安全状况。实时电价是以电力系统的瞬时供需平衡为依据, 兼顾电力系统的安全运行, 应用短期边际成本理论而得出的一种价格理论。实时电价制度是电力商品市场的一种有效调控手段^[1]。

OPF 中对应于潮流平衡方程的 Lagrangian 乘子 p, q 与有功、无功负荷的实时电价具有相同的经济意义^[2], 由此可知最优潮流是一种很具潜力的实时电价计算方法。内点算法 (IP) 与其他算法相比, 在求解最优性等非线性规划问题时不仅具有鲁棒性强、收敛性好的优势, 而且原对偶内点算法通过对数障碍函数把不等式约束变成等式约束来处理。使优化问题在安全临界点附近不容易产生剧烈波动。

另外, 内点算法把不等式约束转化为等式约束处理时的对偶变量类似于等式约束的 Lagrangian 乘子 z, w , 对应于不等式约束对系统运行经济性的影响 (即安全费用)。因此, 内点算法在实时电价的分解上比其它算法也更具优势^[2,3]。

在原对偶内点算法中, 向心参数的取值是影响算法性能的重要因素, 而确定向心参数的值又是非常困难的。本文讨论了向心参数值的选取对原对偶内点算法收敛性的影响; 另外, 实时电价在计算速度上要求比较高, 文献 [3] 对修正方程系数常数化, 提出了一种快速实时电价算法; 本文对原对偶内点算法引入预测及校正环节, 在充分利用互补松弛条件的二次性的同时, 还可利用预测过程的结果动

态确定向心参数的取值以较好地协调解的最优性及可行性之间的关系, 改善算法的收敛性能^[4-6]。

1 基于最优潮流 (OPF) 的实时电价模型

1.1 基于 OPF 的实时电价模型

根据最优潮流理论, 实时电价的模型也可以描述为:

$$\min f(x) \tag{1}$$

$$\text{s t } h(x) = 0 \tag{2}$$

$$g < \bar{g}(x) < \bar{g} \tag{3}$$

模型中 x 为发电机有功无功出力 and 节点电压相角和幅值; $f(x)$ 是发电机有功生产成本 (采用二次曲线)、无功机会成本参见文献 [7]; $h(x)$ 为等式约束向量, 这里为潮流平衡方程 (m 维); $g(x)$ 为不等式约束向量, 这里主要有容量约束、电压约束、线路潮流约束等 (n 维)。

1.2 用原对偶内点算法求解实时电价模型

首先, 引入松弛变量将不等式约束化为等式约束, 即将式 (3) 改为

$$g(x) - l - \bar{g} = 0 \quad l, u > 0 \tag{4}$$

$$g(x) + u - \bar{g} = 0$$

对于式 (4) 中的不等式约束条件, 引入障碍函数项, 则有

$$f(x) = f(x) - p \left(\sum_{i=1}^r \ln l_i + \sum_{i=1}^r \ln u_i \right) \tag{5}$$

式中: p 为障碍因子, 且 $p > 0$ 。

然后, 引入潮流方程的 Lagrangian 乘子 z, w , 可以定义 Lagrangian 函数, 如下:

$$F(x, \lambda, u, z, w) = f(x) - \lambda^T h(x) + z^T [g(x) - 1 - g] + w^T [g(x) + u - \bar{g}] - p \left(\sum_{i=1}^r \ln l_i + \sum_{i=1}^r \ln u_i \right) \quad (6)$$

式中: x, λ 和 u 为原始变量向量; z 和 w 为对应的拉格朗日乘子向量, 即对偶变量向量。根据短期边际成本定价理论, 各节点的有功、无功实时电价等于系统成本对各节点有功、无功负荷的微增率; 本模型中的 p 正具有此经济意义, 它代表了系统成本 (本模型主要指燃料费用) 对节点注入功率的微增率, 对应于节点注入功率的影子价格, 可以作为对发电机付费和用户收费的实时电价。由式 (6) 可以得到节点有功、无功实时电价用下式表示:

$$SP_{pi} = \frac{\partial F}{\partial P_i} \Big|_* = p_i; \quad SP_{qi} = \frac{\partial F}{\partial Q_i} \Big|_* = q_i \quad (7)$$

*表示最优解点。

根据 Lagrangian 函数, 可导出库恩-图克条件:

$$F_x \quad \frac{\partial F}{\partial x} = \nabla f(x) - \nabla^T h(x) + \nabla^T g(x) (z + w) = 0 \quad (8)$$

$$F_{\lambda} \quad \frac{\partial F}{\partial \lambda} = h(x) = 0 \quad (9)$$

$$F_z \quad \frac{\partial F}{\partial z} = g(x) - 1 - g = 0 \quad (10)$$

$$F_w \quad \frac{\partial F}{\partial w} = g(x) + u - \bar{g} = 0 \quad (11)$$

$$F_l \quad L \frac{\partial F}{\partial l} = ZL e + p e = 0 \quad (12)$$

$$F_u \quad U \frac{\partial F}{\partial u} = WU e - p e = 0 \quad (13)$$

$$\lambda, u, w > 0; \quad z < 0 \quad (14)$$

式中: L, U, Z 及 W 分别为以向量 λ, u, z 及 w 各元素为对角元构成的对角矩阵; e 为 r 维单位向量, 即 $e = [1, 1, \dots, 1]^T$ 。

式 (11)、(12) 为互补松弛条件。用牛顿法解上述方程组得到修正方程如下:

$$\lambda = \nabla g(x) \quad x + F_z \quad (15)$$

$$u = -\nabla g(x) \quad x - F_w \quad (16)$$

$$z = -L^{-1} Z \nabla g(x) \quad x - L^{-1} (ZF_z + F_l) \quad (17)$$

$$w = U^{-1} W \nabla g(x) \quad x + U^{-1} (WF_w - F_u) \quad (18)$$

$$-F_x = H \quad x - \nabla^T h(x) \quad (19)$$

$$-F_{\lambda} = \nabla h(x) \quad x \quad (20)$$

其中: 式 (18)、(19) 可写成如下迭代格式:

$$\begin{bmatrix} H & -J^T \\ J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_x \\ F_{\lambda} \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中

$$\begin{aligned} F_x &= F_x + \nabla^T g(x) [U^{-1} (WF_w - F_u) - L^{-1} (ZF_z + F_l)] = \nabla f(x) - \nabla^T h(x) + \nabla^T g(x) [U^{-1} (WF_u + pe) - L^{-1} (ZF_z + pe)] \\ H &= \nabla^2 f(x) - \nabla^T \nabla^2 h(x) + (z^T + w^T) \nabla^2 g(x) + \nabla^T g(x) (U^{-1} W - L^{-1} Z) \nabla g(x) \end{aligned}$$

其中: H 为修正后的海森矩阵, J 为等式约束的雅可比矩阵。

原对偶内点算法各原变量和对偶变量初值的选取要恰当, 要保证 $\lambda, u, w > 0; z < 0$; 原变量和对偶变量的修正步长采用下式确定:

$$\begin{aligned} T_p &= 0.9995 \min \{ \min (-l_i / l_i \quad l_i < 0; \\ &\quad -u_i / u_i \quad u_i < 0; 1) \\ T_D &= 0.9995 \min \{ \min (-z_i / z_i \quad z_i > 0; \\ &\quad -w_i / w_i \quad w_i < 0; 1) \end{aligned} \quad (22)$$

障碍因子根据对偶间隙动态确定:

$$p = C_{\text{gap}} / 2r \quad (23)$$

式中: α 是向心参数, 取值范围 $(0, 1]$; r 是不等式约束数; C_{gap} 是对偶间隙:

$$C_{\text{gap}} = \sum_{i=1}^r (u_i w_i - l_i z_i) \quad (24)$$

2 预测校正原对偶内点算法

2.1 预测校正的原对偶内点算法

在原对偶内点算法中, 只需对松弛变量及对应的拉格朗日乘子给出适当的初始值, 就可保证初始解的内点性质。而影响原对偶内点算法收敛性的重要因素之一向心参数 α 的值很难确定, 取值不当, 将影响障碍因子 p 的值, 从而影响算法的收敛性。在原对偶内点算法中引入预测校正环节, 在充分利用互补松弛条件的二次性的同时, 还可以利用预测过程的结果动态确定向心参数的取值以较好地协调解的最优性及可行性之间的关系, 改善算法的收敛性能。

预测校正技术将修正方向分为两部分:

$$\Delta x = \Delta x^A + \Delta x^C \quad (25)$$

式中: Δx^A 为预测方向, 即障碍因子 p 取 0 时的牛顿方向, 用于削减原对偶不可行性和对偶间隙; Δx^C 为校正方向, 用于保持当前迭代点远离可行域的边界。

预测校正过程如下:

障碍因子 p 取 0, 根据修正方程 (15) ~ (20) 求得 $x^{\text{Aff}}, \lambda^{\text{Aff}}, l^{\text{Aff}}, z^{\text{Aff}}, u^{\text{Aff}}, w^{\text{Aff}}$ 。其中: 上标 Aff 表示仿射方向, 即障碍因子取 0 时的牛顿方向。这就是预测校正原对偶内点算法的预测过程。

由预测过程即可确定仿射方向下的制约步长:

$$\begin{aligned} T_P^{\text{Aff}} &= \min(-l_i / \hat{l}_i^{\text{Aff}}, \hat{l}_i^{\text{Aff}} < 0; -u_i / u_i^{\text{Aff}}, \\ &u_i^{\text{Aff}} < 0; 1) \\ T_D^{\text{Aff}} &= \min(-z_i / \hat{z}_i^{\text{Aff}}, \hat{z}_i^{\text{Aff}} > 0; -w_i / w_i^{\text{Aff}}, \\ &w_i^{\text{Aff}} < 0; 1) \end{aligned} \quad (26)$$

相应的对偶间隙为:

$$C_{\text{gap}}^{\text{Aff}} = \sum_{i=1}^r [(u_i + T_P^{\text{Aff}} \hat{l}_i^{\text{Aff}}) \times (w_i + T_D^{\text{Aff}} w_i^{\text{Aff}}) - (l_i + T_P^{\text{Aff}} \hat{l}_i^{\text{Aff}}) \times (z_i + T_D^{\text{Aff}} \hat{z}_i^{\text{Aff}})] \quad (27)$$

预测校正原对偶内点算法根据当前点的对偶间隙与仿射方向下的对偶间隙间的关系动态给定向心参数值,一般取:

$$= (C_{\text{gap}}^{\text{Aff}} / C_{\text{gap}})^3 \quad (28)$$

利用互补松弛条件式(12)、(13)的二次性,对其作二次泰勒展开,可表示为:

$$Z l + L z + Z l = -F_0 \quad (29)$$

$$W u + U w + W u = -F_{u0} \quad (30)$$

再利用预测过程的计算结果,近似上述两式,即用 $Z^{\text{Aff}}, \hat{l}^{\text{Aff}}, W^{\text{Aff}}, u^{\text{Aff}}$ 代替上述两式的 Z, l, W, u , 以对互补松弛条件进行校正,即:

$$Z l + L z = -F_0 - Z^{\text{Aff}} \hat{l}^{\text{Aff}} \quad (31)$$

$$W u + U w = -F_{u0} - W^{\text{Aff}} u^{\text{Aff}} \quad (32)$$

相应的式(21)右端的 F_x 应改为:

$$F_x = F_x - \nabla^T g(x) (L^{-1} Z^{\text{Aff}} \hat{l}^{\text{Aff}} + U^{-1} W^{\text{Aff}} u^{\text{Aff}}) \quad (33)$$

这就是预测校正原对偶内点算法的校正过程。

2.2 预测校正原对偶内点算法的计算步骤

初始化,将各变量的初值限制在各自的取值范围之内。采用平直启动,电压和相角分别取 1 和 0,其他原变量取其最大值和最小值的平均值。

预测时障碍因子 p 取 0,由式(15)~(20)计算各变量修正量的仿射方向。

由式(26)、(27)、(28)计算该仿射方向下的制约步长及对偶间隙,确定对偶间隙和向心参数。

由式(31)、(32)对互补松弛条件进行校正,得到各变量修正量的校正量。

由原对偶内点算法的计算步长的公式(22)计算步长,得到新的解。

检查收敛条件是否满足迭代停止准则(库克-图恩条件满足误差和 $C_{\text{gap}} < \epsilon$),满足则结束,所得解为最优解,否则转。

3 算例分析

本文用原对偶内点算法和预测校正原对偶内点

算法,采用 Matlab7.0 编程,目标函数采用发电机燃料费用,在实时电价模型中考虑安全约束,对 IEEE14 节点标准测试系统(原始数据见文献[8])进行了实时电价计算,发电机参数见表 1;并讨论向心参数的取值对原对偶内点算法收敛性的影响;对两种算法的迭代次数作了比较。

表 1 IEEE14 节点测试系统发电机参数

Tab 1 IEEE 14-bus test system generation data

节点号	有功出力 下限 /MW	有功出力 上限 /MW	成本系数 *		
			a	b	c
1	22	110	253	37.5	0.253
2	16	80	1011	45.5	0.379
3	14	70	506	37.9	0.253
6	18	90	632	50.6	0.379
8	12	60	758	37.9	0.126

注:发电机有功费用 $C_{\text{gpi}}(P_{\text{gi}}) = a + bP_{\text{gi}} + cP_{\text{gi}}^2$, \$/h

3.1 IEEE14 节点系统实时电价计算结果分析

根据表 2 的结果可知,节点有功边际成本比无功边际成本大得多;在系统燃料费用最小的情况下,系统并不一定是最安全的。发电机节点 2 和 6 的有功出力达到下限,发电机节点 3 和 8 达到上限;这是由于发电机 2 和 6 的有功边际运行成本要比发电机 3 和 8 的有功边际运行成本大很多,发电机 3 和 8 的有功边际运行成本与平衡机的相差不大,所以发电机 3 和 8 要多承担发电任务,而发电机 2 和 6 不宜多发电。

表 2 IEEE14 节点系统运行状态和节点实时电价

Tab 2 Operating state of the IEEE14-bus

system and spot price

节点号	电压幅 值 /pu	电压相 角 /deg	发电机		有功实 时电价	无功实 时电价
			有功 /pu	无功 /pu		
1	1.0948	0	0.973	0.126	37.992	0.2639
2	1.0783	-1.8197	0.160	0.105	38.788	0.3677
3	1.0611	-3.8841	0.700	0.141	39.594	0.4703
4	1.0576	-3.5574	--	--	39.525	0.5609
5	1.0624	-3.1357	--	--	39.332	0.5165
6	1.0547	-5.4102	0.180	0.119	39.519	0.4111
7	1.0533	-2.2493	--	--	39.425	0.4565
8	1.0677	3.1431	0.600	0.116	39.339	0.4482
9	1.0500	-4.9079	--	--	39.423	0.3995
10	1.0436	-5.2887	--	--	39.653	0.5443
11	1.0459	-5.4790	--	--	39.702	0.5460
12	1.0445	-6.3541	--	--	39.798	0.4830
13	1.0379	-6.2254	--	--	40.178	0.6929
14	1.0265	-6.5070	--	--	40.591	0.9334

注:实时电价的单位为 \$/MVA·h

发电机的有功边际运行成本可由下式计算:

$$C_{\text{pgi}} = \frac{\partial(a + bP_{\text{gi}} + cP_{\text{gi}}^2)}{\partial P_{\text{gi}}} \quad (34)$$

根据式(34)可以计算发电机 2、3、6和 8的边际运行成本分别为 45.621、38.254、50.736和 38.051,它们与表 3中对应的 Lagrangian 乘子的值的代数和刚好等于表 2中的有功实时电价(即模型中对应的值);这表明对应不等式约束的 Lagrangian 乘子的值代表安全费用,并包含在之内,表示当系统有一增量或有一干扰时,引起对应发电机节点超出(或解除)容量限制时,系统将损失(或获得)的利益;此值越大,表示系统越不安全。

发电机无功机会成本用下式计算:

$$C_{gqi}(Q_{gi}) = k \cdot [C_{gpi}(S_{gmax}) - C_{gpi}(\sqrt{S_{gmax}^2 - Q_{gi}^2})]$$

本文 k 取 0.06, S_{gmax} 是发电机最大视在功率^[7]。

表 3 发电机有功约束

节点号	有功功率 /pu			Lagrangian 乘子值
	上限	下限	出力	
1	1.10	0.22	0.973 3	0
2	0.80	0.16	0.16	-6.833 1
3	0.70	0.14	0.70	1.340 2
6	0.90	0.18	0.18	-11.218
8	0.60	0.12	0.60	1.288 1

注:发电机节点 1 为平衡节点

3.2 向心参数的取值算法影响

向心参数的取值对原对偶内点算法很重要,它的取值范围一般在 0 到 1 之间。根据表 4 可知,的值越小,收敛次数越少,而等式约束误差越大,这表明算法收敛性好,而解的可行性差;相反,的值越大,收敛次数多,而等式约束误差越小,这表明算法收敛性差,而解的可行性好。

表 4 向心参数的取值对原对偶内点算法收敛性的影响

	迭代次数	最大等式约束误差
0.01	14	-9.204 3e-11
0.05	16	-3.311 8e-11
0.10	16	-1.896 3e-12
0.15	18	9.77e-15
0.30	24	6.217 2e-15
0.50	36	-5.329 1e-15
1	不收敛	

表 5 IEEE14 节点系统优化结果

	优化前费用	优化后费用	迭代次数
原对偶内点法	3 276.3 \$/h	3 262.7 \$/h	16
预测校正法		3 262.6 \$/h	9

注:这里原对偶内点法的向心参数取 0.1

预测校正原对偶内点算法根据向心参数的值与解的最优性和可行性之间的关系,把修正方向分为两部分,一部分改善解的最优性,一部分改善解的可行性,并动态确定向心参数的值。从表 5 的结果可以看出,预测校正原对偶内点算法所需迭代次数要少,收敛性好,达到了改善算法收敛性的目的。

4 结论

通过对 IEEE14 节点系统的计算分析,表明燃料费用最小并不表示系统运行是最安全的;基于 OPF 的实时电价能够很好地反映系统的安全运行状况;向心参数的取值与实时电价模型解的最优性和可行性有密切关系;为改善算法的收敛性,本文对算法引入了预测校正环节,取得了较好的效果。

参考文献:

- [1] 杜松怀,温步瀛,蒋传文. 电力市场 [M]. 北京:中国电力出版社 2004.
DU Song-huai, WEN Bu-ying, JIANG Chuan-wen. Electricity Market [M]. Beijing: China Electric Power Press, 2004.
- [2] 谢开,宋永华,于尔铿,等. 基于最优潮流的实时电价分解模型及其内点法实现 [J]. 电力系统自动化, 1999, 23(2): 5-10.
XIE Kai, SONG Yong-hua, YU Er-keng, et al. Optimal Power Flow Based Spot Pricing Algorithm Via Interior Point Methods [J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(2): 5-10.
- [3] 侯芳,吴政球,王良缘. 快速实时电价算法 [J]. 电力系统及其自动化学报, 2002, 14(4): 32-35.
HOU Fang, WU Zheng-qiu, WANG Liang-yuan. Fast Spot Price Solution [J]. Proceedings of the EPSA, 2002, 14(4): 32 - 35.
- [4] 郭靖,陈青,张卫星. 电力系统无功优化的原对偶内点算法及其应用 [J]. 电力自动化设备, 2004(5): 41-43.
GUO Jing, CHEN Qing, ZHANG Wei-xing. Primal-dual Interior Point Algorithm for Reactive Power Optimization [J]. Electric Power Automation Equipment, 2004(5): 41-43.
- [5] Wu Y C, Debs A S, Marsten R E. A Direct Nonlinear Predictor-corrector Primal-dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1994, 9(2): 876-883.
- [6] 覃振成,乐秀,蓝澜,等. 基于改进非线性预报-校正内点法的最优潮流 [J]. 电力系统自动化, 2005, 29(9): 25-30.

- Q N Zhen-cheng, LE Xiu-fan, LAN Lan, et al Improved Nonlinear Predictor-corrector Interior Point Method for Optimal Power Flow [J]. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29 (9): 25-30.
- [7] 藏雪飞. 基于最优潮流的电力系统无功定价研究 (硕士学位论文) [D]. 西宁: 广西大学, 2005.
ZANG Xue-fei Research of Reactive Power Pricing in Power System Based on Optimal Power Flow, Thesis[D]. Xining: Guangxi University, 2005.
- [8] 张伯明, 陈寿孙. 高等电力网络分析 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.
- ZHANG Bo-ming, CHEN Shou-sun Analysis of Advanced Power Network [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1996.
- 收稿日期: 2006-04-18; 修回日期: 2006-06-25
- 作者简介:
周明华 (1977 -), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力系统运行与控制, 电力市场等; E-mail: zmh422@163.com
徐敏 (1963 -), 女, 副教授, 西北工业大学博士, 研究方向为电力系统运行与控制, 故障诊断, 迭代学习控制等。

Researches on spot price based on optimal power flow and its algorithm

ZHOU Ming-hua, XU Min

(Nanchang University, Nanchang 330029, China)

Abstract: Spot price is an important idea in electricity market. In order to make researches on rich economic information included in spot price and algorithm adapted Spot Price rapid calculation on line, the primal-dual interior point algorithm is applied in the calculation of spot price based on the model of optimal power flow. This paper discusses the value of central parameter effecting on the convergence of the primal-dual interior point algorithm, based on which a predictor-corrector technology is adopted to enhance the convergence by coordinating the optimality and feasibility. The calculation and analysis of IEEE 14-bus test system spot price illustrate the value of Lagrangian multiple of the relevant inequality constraint meaning the secure price of the system operating and the predictor-corrector algorithm's less iterative times and better convergence.

Key words: spot price; optimal power flow; primal-dual interior point algorithm; predictor-corrector

(上接第 39 页 continued from page 39)

收稿日期: 2006-03-06; 修回日期: 2006-06-23
作者简介:

孙 娴 (1981 -), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力系统微机继电保护; E-mail: fly_sunxian@126.com

温渤婴 (1958 -), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力系统自动监控与继电保护研究

Design of a device for power system simulation experiments

SUN Xian, WEN Bo-ying

(College of Information and Electrical Engineering, China Agriculture University, Beijing 100083, China)

Abstract: Design of simulator producing fault current and voltage applied to relay protection experiments is demanded in Colleges. According to the typical loops and the typical fault types, this paper realizes the simulation of the faults. This paper introduces its hardware design and simulation function in software. The device realizes the function through D/A converter, lowpass and power amplifier. The software of host-computer compiled by VC6.0 achieves operations through graphical interfaces and calculation functions. This simulator can produce fault current and voltage with the human-computer interaction interface according to the operation in host-computer.

Key words: simulation; relay protection experiment; host-computer; MSP430; graphical operation; experiment device; power amplifier