

级联型多电平逆变器的谐波分析及仿真研究

余威, 江友华, 张小群, 龚幼民

(上海大学自动化系, 上海 200072)

摘要: 利用数学推导分析了载波移相 SPWM 技术, 对多单元级联型多电平逆变器进行了谐波分析, 得到单相 N 单元级联型多电平逆变器输出电压的傅里叶表达式, 同时对各单元间载波移相角相差 π/N 的控制方法进行了详细的数学分析, 最后通过对单相三单元和四单元级联逆变器的仿真研究, 得出结论并验证其正确性。

关键词: 多电平; 载波相移; 谐波; 脉宽调制

中图分类号: TM714 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2006)14-0058-04

0 引言

近年来, 多电平变换器在高压和高功率场合的运用越来越广泛。但是在逆变电路中, 输出侧产生的高次谐波会给电动机带来发热加剧、噪声等一系列问题, 另外, 谐波还对电子设备产生严重干扰, 影响周边设备的正常运行。在众多拓扑结构中, H 桥级联型多电平拓扑结构由于其多级易于实现和扩展, 尤为受到大家的关注。因此, 通过准确地数学推导, 分析级联型多电平逆变器的输出谐波, 对多电平逆变器的设计具有重要的意义。

1 级联型多电平变换器拓扑结构及载波移相 PWM 技术

级联型多电平逆变器的主要问题是寻求有效的 PWM 调制策略, 以降低输出电压的总谐波含量。图 1 为单相 N 单元级联多电平拓扑结构, 每个单元的四个开关管的不同组合, 可以产生 $U_d, 0, -U_d$ 三种电平, N 单元级联可产生 $2N + 1$ 个电平, 输出电压 U_{Ax} 为 N 个单元输出电压之和。由此通过增加一个周期中的电平数, 使输出电平波形更接近于正弦。

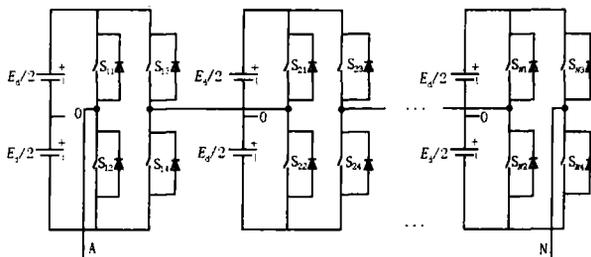


图 1 单相级联型多电平拓扑结构

Fig 1 Topology structure of single phase multi-cell-cascade multi-level

如图 2 建立直角坐标系, 采用三角载波与调制波进行比较, 当调制波大于三角波时输出 $E_d/2$, 反之亦然。开关管 S_1, S_3 分别于 S_2, S_4 互补。 S_1 的调制波为 $M \cos \omega_1 t$

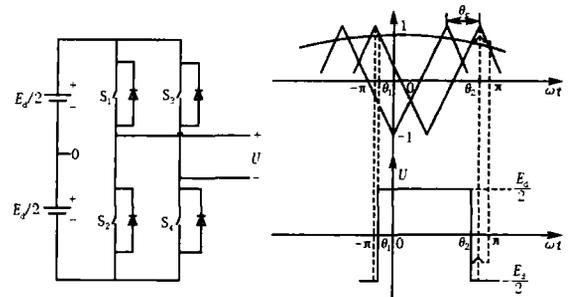


图 2 单相逆变电路及其 SPWM 控制

Fig 2 Single phase inversion circuit and its SPWM control

$$\text{三角载波为} \begin{cases} -1 - \frac{2}{c} (\omega_c t - \theta_c), & -\pi < \omega_c t - \theta_c < 0 \\ -1 + \frac{2}{c} (\omega_c t - \theta_c), & 0 < \omega_c t - \theta_c < \pi \end{cases}$$

式中: ω_1, ω_c 分别为调制波和三角载波的角频率, M 为调制系数, 即调制波和三角载波的幅值之比。 θ_c 为三角载波相对于 y 轴的移相角。采用自然采样

$$\text{法, 则交点为} \begin{cases} \omega_1 t = \omega_c t - \frac{2}{c} [1 + M \cos(\omega_1 t)] \\ \omega_1 t = \omega_c t + \frac{2}{c} [1 + M \cos(\omega_1 t)] \end{cases} \text{。 } S_3 \text{ 的}$$

调制波为 $-M \cos \omega_1 t$, 载波同 S_1 相同。对 $\frac{U_{S1}}{E_d/2}$ 进行傅里叶展开, 可以得到

$$\frac{U}{E_d/2} = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n \omega_c t + b_n \sin n \omega_c t)$$

(1)

$$\begin{cases} a_0 = -\frac{2}{n} (\dots) \\ a_n = \frac{2}{n} [\sin(n_2) - \sin(n_1)] \quad (n = 1, 2, \dots) \\ b_n = -\frac{2}{n} [\cos(n_2) - \cos(n_1)] \quad (n = 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} a_{0S1} = 2M \cos(\dots) \\ a_{nS1} = \frac{4}{n} \cos(n_c) \sin\left[\frac{n}{2} + \frac{Mn}{2} \cos(\dots)\right] \quad (n = 1, 2, \dots) \\ b_{nS1} = \frac{4}{n} \sin(n_c) \sin\left[\frac{n}{2} + \frac{Mn}{2} \cos(\dots)\right] \quad (n = 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (3)$$

同理可得 $\frac{U_{S3}}{E_d/2}$ 的傅里叶形式为

$$\begin{cases} a_{0S3} = -2M \cos(\dots) \\ a_{nS3} = \frac{4}{n} \cos(n_c) \sin\left[\frac{n}{2} - \frac{Mn}{2} \cos(\dots)\right] \quad (n = 1, 2, \dots) \\ b_{nS3} = \frac{4}{n} \sin(n_c) \sin\left[\frac{n}{2} - \frac{Mn}{2} \cos(\dots)\right] \quad (n = 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (4)$$

由于 $U = U_{S1} - U_{S3}$, 则

$$\begin{aligned} \frac{U}{E_d/2} &= 2M \cos(\dots) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \cdot \\ &\quad \sin\left[\frac{Mn}{2} \cos(\dots)\right] [\cos(n_c) \cos(n_c t)] + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \sin\left[\frac{Mn}{2} \cos(\dots)\right] \\ &\quad [\sin(n_c) \sin(n_c t)] \end{aligned} \quad (5)$$

根据贝塞尔公式

$$\sin(x \cos \theta) = 2 \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l-1} J_{2l-1}(x) \cos(2l-1)\theta$$

将式(5)展开,可以得到,这里 J_n 为 n 次贝塞尔函数。

$$\begin{aligned} \frac{U}{E_d/2} &= 2M \cos(\dots) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \cdot \\ &\quad \left[2 \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l-1} J_{2l-1}\left(\frac{Mn}{2}\right) \cos(2l-1)\left(\dots\right) \right] \cdot \\ &\quad [\cos(n_c) \cos(n_c t)] + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \cdot \\ &\quad \left[2 \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l-1} J_{2l-1}\left(\frac{Mn}{2}\right) \cos(2l-1)\left(\dots\right) \right] \cdot \\ &\quad [\sin(n_c) \sin(n_c t)] \end{aligned} \quad (6)$$

下面就 n 为奇数和为偶数两种情况,对式(6)

进行分析。

(1) 当 $n = 1, 3, 5, \dots$ 时,由于 $\cos(\frac{n}{2}) = 0$, 则

式(6)为

$$\frac{U}{E_d/2} = 2M \cos(\dots) \quad (7)$$

此时谐波含量为 0。

(2) 当 $n = 2, 4, 6, \dots$ 时,令 $k = 2l - 1, l = 1, 2, 3, \dots$, 则

$$\begin{aligned} \frac{U}{E_d/2} &= 2M \cos(\dots) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \cdot \\ &\quad \left[2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{\frac{k-1}{2}} J_k\left(\frac{Mn}{2}\right) \cos(k \dots) \right] \cdot \\ &\quad [\cos(n_c) \cos(n_c t)] + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \cdot \\ &\quad \left[2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{\frac{k-1}{2}} J_k\left(\frac{Mn}{2}\right) \cos(k \dots) \right] \cdot \\ &\quad [\sin(n_c) \sin(n_c t)] = 2M \cos(\dots) + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n}\right) \cdot \cos\left(\frac{n}{2}\right) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \\ &\quad J_k\left(\frac{Mn}{2}\right) [\cos(n_c) \cos(n_c \pm k \dots) t] + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{\frac{k-1}{2}} J_k\left(\frac{Mn}{2}\right) \\ &\quad [\sin(n_c) \sin(n_c \pm k \dots) t] \end{aligned}$$

取载波比为 k_c , 则上式为

$$\begin{aligned} \frac{U}{E_d/2} &= 2M \cos(\dots) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \cdot \\ &\quad \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{\frac{k-1}{2}} J_k\left(\frac{Mn}{2}\right) [\cos(n_c) \cdot \\ &\quad \cos(k_c n \pm k \dots) t] + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n}\right) \cdot \\ &\quad \cos\left(\frac{n}{2}\right) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{\frac{k-1}{2}} J_k\left(\frac{Mn}{2}\right) \cdot \\ &\quad [\sin(n_c) \sin(k_c n \pm k \dots) t] \end{aligned} \quad (8)$$

可见,输出电压 U 不再含有 $2k_c \pm 1$ 次以下的谐波,只含有 $2k_c \pm 1$ 次以上的谐波成分。

2 N 单元级联型多电平输出电压谐波分析

通过以上推导,不难得到 N 单元级联后输出电压 U_{AN} 的傅里叶展开式为

$$\begin{aligned} \frac{U_{AN}}{E_d/2} &= 2M \cos(\omega_1 t) + \sum_{n=1} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \sin\left[\frac{Mn}{2} \cos(\omega_1 t)\right] [\cos(n\omega_{c1}) \cos(n\omega_{c2}) + \sin(n\omega_{c1}) \sin(n\omega_{c2})] + \\ & 2M \cos(\omega_1 t) + \sum_{n=1} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \sin\left[\frac{Mn}{2} \cos(\omega_1 t)\right] [\cos(n\omega_{c2}) \cos(n\omega_{c3}) + \sin(n\omega_{c2}) \sin(n\omega_{c3})] + \\ & \dots \\ & 2M \cos(\omega_1 t) + \sum_{n=1} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \sin\left[\frac{Mn}{2} \cos(\omega_1 t)\right] [\cos(n\omega_{cV}) \cos(n\omega_{c2}) + \sin(n\omega_{cV}) \sin(n\omega_{c2})] = \\ & 2NM \cos(\omega_1 t) + \sum_{n=1} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \sin\left[\frac{Mn}{2} \cos(\omega_1 t)\right] [\cos(n\omega_{c1}) + \dots + \cos(n\omega_{cV})] \cos(n\omega_{c2}) + \\ & \sum_{n=1} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \sin\left[\frac{Mn}{2} \cos(\omega_1 t)\right] [\sin(n\omega_{c1}) + \dots + \sin(n\omega_{cV})] \sin(n\omega_{c2}) \end{aligned} \quad (9)$$

根据贝塞尔公式将式(9)展开,并取载波比为 k_c ,可分为以下两种情况

(1) 当 $n=1, 3, 5, \dots$ 时,由于 $\cos(\frac{n}{2})=0$, $\frac{U_{AN}}{E_d/2}=2NM \cos(\omega_1 t)$ (10)

此时谐波含量为 0。

(2) 当 $n=2, 4, 6, \dots$ 时,令 $k=2l-1, l=1, 2, 3, \dots$

$$\begin{aligned} \frac{U_{AN}}{E_d/2} &= 2NM \cos(\omega_1 t) + \sum_{n=1} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \left[2 \sum_{k=1} (-1)^{\frac{k-1}{2}} J_k\left(\frac{Mn}{2}\right) \cos(k\omega_1 t) \right] [A \cos(n\omega_{c2}) + B \sin(n\omega_{c2})] = \\ & 2NM \cos(\omega_1 t) + \sum_{n=1} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \sum_{k=1} (-1)^{\frac{k-1}{2}} J_k\left(\frac{Mn}{2}\right) [A \cos(n\omega_{c2} \pm k\omega_1 t) + B \sin(n\omega_{c2} \pm k\omega_1 t)] = \\ & 2NM \cos(\omega_1 t) + \sum_{n=1} \left(\frac{4}{n}\right) \cos\left(\frac{n}{2}\right) \sum_{k=1} (-1)^{\frac{k-1}{2}} J_k\left(\frac{Mn}{2}\right) [A \cos(nk\omega_{c2} \pm k\omega_1 t) + B \sin(nk\omega_{c2} \pm k\omega_1 t)] \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $A = \cos(n\omega_{c1}) + \cos(n\omega_{c2}) + \dots + \cos(n\omega_{cV})$,
 $B = \sin(n\omega_{c1}) + \sin(n\omega_{c2}) + \dots + \sin(n\omega_{cV})$ 。

上式中,当 ω_c 取各单元依次增加 $\frac{1}{N}$ 时,即

$$\begin{cases} A = \cos(n \cdot 0 \cdot \frac{1}{N}) + \cos(n \cdot 1 \cdot \frac{1}{N}) + \dots + \cos[n(N-1) \frac{1}{N}] \\ B = \sin(n \cdot 0 \cdot \frac{1}{N}) + \sin(n \cdot 1 \cdot \frac{1}{N}) + \dots + \sin[n(N-1) \frac{1}{N}] \end{cases} \quad (12)$$

由于 $n=2, 4, 6, \dots$, 不难证明 $B=0$, 并且当 $n < 2N$ 时, $A=0$ 。由此可知,此时输出电压 U_{AN} 将不再含有 $2Nk_c \pm 1$ 次以下的谐波,而只含有 $2Nk_c \pm 1$ 次以上的谐波。

3 仿真结果

为了证明以上结论,分别对单相三单元和四单元级联型多电平逆变器进行了 Simulink 仿真,参数:调制度 $M=0.8$,调制波频率 $f_1=50 \text{ Hz}$ 。图 3(a)和 3(b)分别表示载波比 $K_c=10$ 和 $K_c=20$ 时,单相三单元级联型多电平电压波形及频谱。从图 3(a)和 3(b)分别可以看出,低次谐波主要集中在 3 kHz 和 4 kHz 附近,也就是 $2Nk_c$ 次的边频带。

图 4(a)和 4(b)分别表示载波比 $K_c=10$ 和

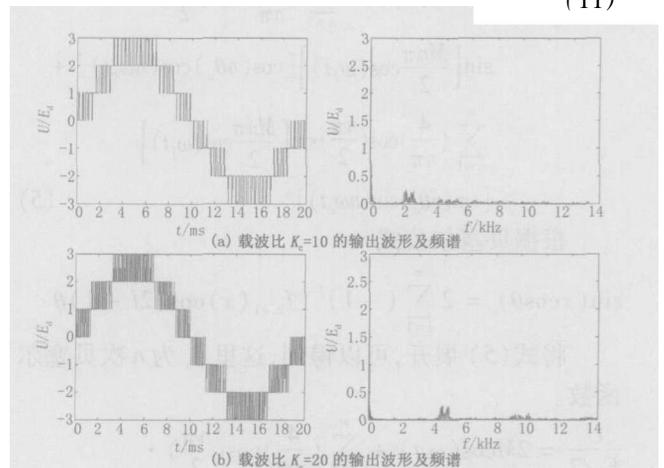


图 3 不同载波比的单相三单元级联型多电平电压波形及频谱

Fig 3 Voltage waveform and spectrum of single phase three-cell-cascade multi-level with different carrier ratio

$K_c=20$ 时,四单元级联多电平的电压波形及频谱。不难看出,低次谐波也集中在 $2Nk_c$ 次的边频带。

4 结论

本文对级联型多电平逆变电路输出谐波进行了

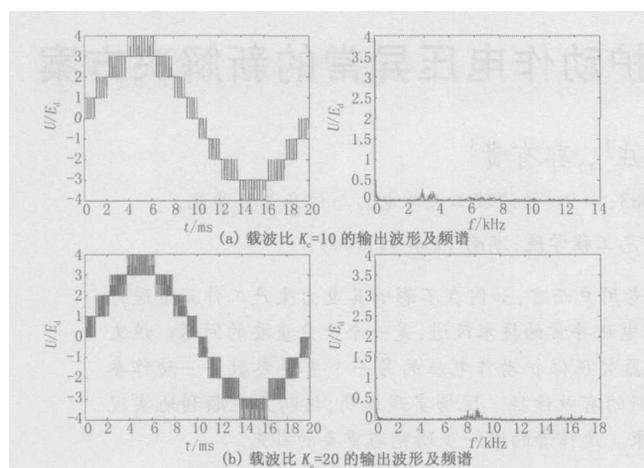


图 4 不同载波比的单相四单元级联型多电平电压波形及频谱

Fig 4 Voltage waveform and spectrum of single phase four-cell-cascade multi-level with different carrier ratio

系统的数学推导和分析,同时对级联数与载波相移角度以及载波频率等相关问题进行了分析和讨论,并得出相关结论:即载波相移 SPWM 技术可在较低的开关频率下实现较高开关频率的效果。 N 个单元构成的总的输出等效为一个较高载波频率的单个单元的输出,在保持传输特性的同时,把传输功率提高了 N 倍。我国在多电平电源输出谐波方面的研究起步不久,因此本文对如何改善级联型多电平逆变器输出波形的问题具有重要意义。

参考文献:

- [1] 佟为明. SPWM 电压源逆变器变压变频过程的谐波分析[J]. 电力电子技术, 1995, 21(3): 43-48
TONG Wei-ming Harmonics Analysis of SPWM Voltage

- Source Inverter in Process of VVVF[J]. Power Electronics, 1995, 21(3): 43-48
- [2] 陈国呈. 新型电力电子变换技术[M]. 北京: 中国电力出版社, 2004
CHEN Guo-cheng Novel Power Electronic Converting Technology[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2004
- [3] 李白雅, 金杰, 郭小定. PWM 型变频器输出谐波及其抑制技术的仿真研究[J]. 湘潭矿业学院学报, 2003, 18(1): 74-76
L I Bai-ya, J N Jie, GUO Xiao-ding PWM Transducer Output Wave Form and Restrain Technology's Emulation Study[J]. Journal of Xiangtan Mining Institute, 2003, 18(1): 74-76
- [4] Tolbert L M, FANG Zheng-peng, Habetler T G Multi-level Converters for Large Electric Drives[J]. IEEE Trans on Ind Appl, 1999, 35(1): 36-43
- [5] Lai J S Multilevel Inverter: a Survey of Topologies, Controls, and Applications[J]. IEEE Trans on Ind Elect, 2002, 49(4): 724-738
- [6] Carrara G, Gardella S, Marchesoni M. A New Multi-level PWM Method: a Theoretical Analysis[J]. IEEE Trans on Power Electronics, 1992, 7(3): 497-505.

收稿日期: 2006-01-19; 修回日期: 2006-02-13

作者简介:

余威(1981-),男,硕士研究生,主要研究方向为级联型多电平变频器; E-mail: ywpower@sohu.com

江友华(1974-),男,博士研究生,主要研究方向为内反馈斩波串级调速, PWM 整流技术;

张小群(1981-),男,硕士研究生,主要研究方向为智能型大功率充电器。

Harmonics analysis and simulation research of multi-cell-cascade multi-level inverter

YU Wei, JIANG You-hua, ZHANG Xiao-qun, GONG You-min

(Department of Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: Carrier phase-shifted SPWM technique is derived from mathematical equation. The harmonics analysis of multi-cell-cascade multi-level inverter is made. Fourier expression of output voltage of single-phase N -cell-cascade multi-level inverters is given, at the same time, a control method that the angle of carrier phase-shifted is delayed one by one cell is mathematical analyzed in detail. Finally, the conclusion is reached and the correctness is proved, according to the simulation research of a single-phase three-cell-cascade and a four-cell-cascade inverter.

Key words: multi-level; carrier phase shifting; harmonics; PWM