

# 一种基于 DFT与软件跟踪的相量测量新方法

李德东, 王毅

(哈尔滨工业大学深圳研究生院计算机及信息技术学科部, 广东 深圳 518055)

摘要: 通过对当前电力系统中常见的测频方法的分析,指出了这些方法在某些方面的不足。在傅里叶测频算法的基础上提出了一种利用软件来实现跟踪频率的算法,此方法不改变采样率而通过调整数据窗的大小来实现频率跟踪,并通过测得频率修正电力信号的幅值和相位。通过模拟的电力系统信号的仿真结果验证了此方法计算相量精度高,适用频率范围广,实时性好的特点。

关键词: 相量测量; 傅里叶算法; 频率跟踪

中图分类号: TM76 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2006)14-0038-04

## 0 引言

频率是反映电力系统稳定与电能质量的一个重要参数,是相量测量中一个最重要的参量<sup>[1,2]</sup>,它也是录波器设备监测电力系统运行的一个重要参数,频率测量的方法也是层出不穷,主要可归纳为周期法,解析法,误差最小化原理算法,傅里叶测频算法,基于神经网络的测频算法,基于小波变换的测频方法<sup>[3-7]</sup>。它们的缺点也显而易见,周期法受谐波影响大,测量精度低;解析法计算量大,编程实现复杂。基于神经网络的测频方法由于训练需要大量的数据构造网络,通用性不好;小波变换由于难以构造分频严格、能量集中的小波,易产生频域混叠,在工程实践中还未成熟。傅里叶算法是目前一种比较成熟的相量计算方法,此方法精确计算的前提是满足 Shannon 抽样定理和选取的数据窗正好是实际信号的一个周期,前一条件容易满足,而要满足后一条件就必须先精确测量系统频率。本文提出的方法就是先基于傅里叶算法和软件跟踪得到精确频率,然后再修正幅值和相角,达到精确测量相量的目的,适用于继电保护中相量的实时监测和测量。

## 1 傅里叶测频的基本原理及误差分析

### 1.1 基本原理简介

傅里叶测频方法是由 Phadke 等人提出的一种基于 DFT 的频率测量方法<sup>[8]</sup>:假设输入的电力系统信号为不含各次谐波的电压信号:

$$u(t) = u_m \sin(\omega_0 t + \phi)$$

令:  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $\phi = \phi_0$

则:

$u(t) = u_m \sin(\omega_0 t + \phi)$  (其中  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $f_0$  为工频 50 Hz)

对  $u(t)$  的采样数据进行离散傅里叶变换可得到:

$$\begin{aligned} U_R &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_k \sin \frac{2\pi}{N} k \\ U_I &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_k \cos \frac{2\pi}{N} k \\ \tan \phi &= \frac{U_I}{U_R} \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $N$  为工频每周期的采样点数;  $\phi$  为相位角。

根据前后两个周期的相位差  $\phi_2 - \phi_1$  就可以得到实际频率  $f$  偏离工频值  $f_0$  的大小  $f$ :

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2} \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\phi_2 - \phi_1}{N t} = \frac{1}{2} \frac{\phi_2 - \phi_1}{N \frac{T_0}{N}} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\phi_2 - \phi_1}{T_0} \end{aligned} \quad (2)$$

其中:  $t = \frac{T_0}{N}$ ,  $T_0 = \frac{1}{f_0}$ ,  $f_0 = 50$  Hz

则实际频率

$$f = f_0 + \Delta f \quad (3)$$

但是当实际频率偏离工频 50 Hz 较大时,由于相角随频率变化的线性度明显下降,图 1 给出了对于电压信号  $u(t) = 100 \sin(2\pi f t) + 30 \sin(2\pi f t + \pi/5) + 20 \sin(6\pi f t + 1.5) + 10 \sin(8\pi f t + 1.7)$  在不同频率时用以工频 50 Hz 为基频 DFT 得到的基频的相位变化量。图中可以看出偏离工频越大,相角变化的线性度也越差。

所以,由此方法得到频率误差往往很大,不能满足实际工程精确测量频率要求。

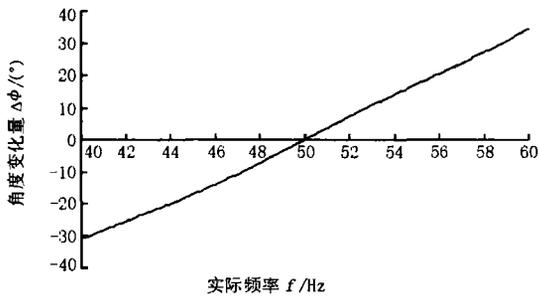


图1 测量得到的相位变化量—频率曲线

Fig 1 Characteristic of the measured phase —*f*

## 1.2 傅里叶方法的误差分析及改进

对于傅里叶测频方法的改进措施有很多种<sup>[5,9,10]</sup>,本文介绍文(5)中介绍的改进方法。对于正弦信号  $u(t) = U_m \sin(2ft + \phi_0)$ ,根据前后窗(相差1周期)数据的傅里叶变换得到了相位的理论值  $\phi_1, \phi_2$ (推导公式详见文(5))。

$$U_R = \frac{2Um f_0}{T_0 f(2f_0 + f)} \cos(fT_0 + \phi_0) \cdot \sin(fT_0) \quad (4)$$

$$U_I = \frac{2Um f_0}{T_0 f(2f_0 + f)} \sin(fT_0 + \phi_0) \cdot \sin(fT_0) \quad (5)$$

$$U_R = \frac{2Um f_0}{T_0 f(2f_0 + f)} \cos(3fT_0 + \phi_0) \cdot \sin(fT_0) \quad (6)$$

$$U_I = \frac{2Um f_0}{T_0 f(2f_0 + f)} \sin(3fT_0 + \phi_0) \cdot \sin(fT_0) \quad (7)$$

$$\begin{cases} \phi_1 = \arctan \frac{f_0 + f \sin(fT_0 + \phi_0)}{f_0 \cos(fT_0 + \phi_0)} \\ \phi_2 = \arctan \frac{f_0 + f \sin(3fT_0 + \phi_0)}{f_0 \cos(3fT_0 + \phi_0)} \end{cases} \quad (8)$$

其中:  $f_0 = 50$  Hz,  $f$ 为偏移频率,  $\phi_0$ 为初始相位,  $U_R, U_I, U_{R'}, U_{I'}$ 为前后周期数据计算得到实虚部。

文(5)中通过初步估算的频率  $f_i$ 代入式(5)中对实虚部进行修正,再次计算频率。此种改进方法较好地弥补了当频率偏离工频较大时的相角变化的非线性偏差,但当频率偏差很大,有谐波干扰时,若不改变采样率,由于频谱泄漏效应以及栅栏效应的影响,使算出来的相位偏差很大,降低了频率测量精度。

## 2 软件跟踪算法

### 2.1 基本原理分析

对于采样率恒为  $f_s$ 的系统,在进行傅里叶变换

时

$$\begin{cases} U_R = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_k \cos \frac{2}{N} k \\ U_I = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_k \sin \frac{2}{N} k \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $N = f_s / f_0$ ,  $f_0$ 为工频 50 Hz,  $f_s$ 为采样频率。当系统的真实频率偏离工频  $f$ 时,为了不产生频谱泄漏,真实的每周期采样点数应该为  $N = f_s / (f + f_0)$ ( $N$ 只能取整数,会存在误差),此时每周期采样点数误差:

$$N = N - N = \frac{f_s}{f_0} - \frac{f_s}{f + f_0} = \frac{f_s f}{f_0 (f + f_0)} \quad (10)$$

当  $f$ 很大时,由式(9)计算得到的实虚部值偏差就会很大,相应的相位值偏差也很大,根据相位差得到的频率的精度就会受影响。

为了减少每周期采样点数的误差,一般的处理方法是加锁相器自适应调整采样频率,以使采样周期和实际周期同步,但是调整采样周期需要额外的硬件,增加设备固有误差的同时也增加了经济成本,不符合实际工程需求,所以本文采用通过改变每周波取的计算点数的方法来实现频率跟踪<sup>[11]</sup>。

### 2.2 实现过程

从式(10)我们可以发现,频率偏差越大,即  $f$ 越大,  $N$ 也越大,相位偏差也越大,对此我们可以采用软件法跟踪频率,通过减小  $f$ 来减小  $N$ 。对于恒定的采样率  $f_s$ 采样得到的数据,先以  $N = f_s / f_0$ ( $f_0$ 为工频 50 Hz)代入式(9),此时采样点数偏差设为  $N$ ,根据式(1)、(2)、(3)得到初步估计频率  $f_i$ ,然后通过  $f_i$ 来改变数据窗口大小,令  $N_1 = f_s / f_i$ ( $N_1$ 可能为非整数,按照四舍五入方法取舍,程序实现为  $N_1 = \text{int}(f_s / f_i + 0.5)$ ),此时 DFT的基频已变为  $f_0 = f_s / N_1$ ,此时的采样点数偏差  $N$ 明显小于  $N$ ,把  $N_1$ 代入式(2)得到

$$U_R = \frac{2}{N_1} \sum_{k=0}^{N_1-1} u_k \cos \frac{2}{N_1} k \quad (11)$$

$$U_I = \frac{2}{N_1} \sum_{k=0}^{N_1-1} u_k \sin \frac{2}{N_1} k \quad (12)$$

$$\tan \phi = \frac{U_I}{U_R} \quad (13)$$

再次计算前后两周期数据的实虚部,根据式(1)、(2)、(3)得到  $f_s$ ,以此类推迭代(下文的仿真结果表明待测信号频率在 45~55 Hz时只需要迭代一次,就能得到满意的效果)就可以得到精度非常高,并且不受系统频率偏离工频大小影响的结果,下文

仿真结果验证了此方法的正确性。

### 2.3 相角和幅值计算

根据以上计算,把

$$\phi_1 = \phi, f_0 = f_0, f = f_2 - f_0, T_0 = \frac{1}{f_0} \quad (14)$$

代入式(8)我们可以得到

$$\phi_0 = \arctan\left(\tan \phi_1 \cdot \frac{f_0}{f_0 + f}\right) - fT_0 = \arctan\left(\tan \phi \cdot \frac{f_0}{f_2}\right) - \frac{(f_2 - f_0)}{f_0} \quad (15)$$

从而得到原信号的初始相位  $\phi_0$ , 再把  $\phi_0$ , 式(14),  $U_R = U_R$  (或  $U_I = U$ ) 代入式(4) (或式(5)) 得到

$$U_m = \frac{U_R T_0 f(2f_0 + f)}{2 \cos\left(\frac{(f_2 - f_0)}{f_0} + \phi_0\right) \sin\left(\frac{(f_2 - f_0)}{f_0}\right) f_0} = \frac{U_R (f_2 - f_0) (f_0 + f_2)}{2 \cos\left(\frac{(f_2 - f_0)}{f_0} + \phi_0\right) \sin\left(\frac{(f_2 - f_0)}{f_0}\right) f_0^2} \quad (16)$$

由式(15)、(16)我们可以得到原信号的初相位和幅值。

### 3 仿真结果及分析

为了验证本文方法的正确性,现给出对于模拟电压信号  $u(t) = 100 \sin(2ft + \pi/7) + 20 \sin(2 \times 2ft + \pi/2) + 10 \sin(3 \times 2ft - \pi/2) + 5 \sin(5 \times 2ft + 1.7)$  的仿真结果(采样频率为 2 000 Hz, 利用 DFT 两次, 第一次基频为 50 Hz, 第二次基频为第一次初步计算的频率的最接近的并且能满足每周周期采样点数为整数的频率值)。如图 2、3、4 所示。

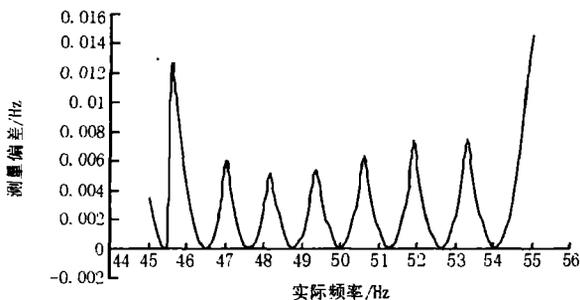


图 2 频率测量误差曲线

Fig 2 Error characteristics of the measured frequency

从仿真结果可以看出,通过 2 次 DFT 就可以达到非常好的相量测量结果,频率测量误差在 0.02 Hz 以内,相位偏差在 0.2 度以内,幅值偏差在 0.1% 以内。由于第一次运用 DFT 测量的频率结果可能

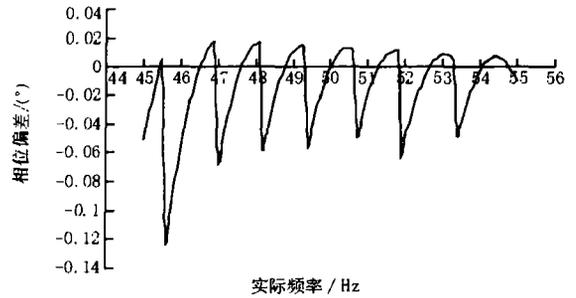


图 3 相位测量误差曲线

Fig 3 Error characteristics of the measured phase

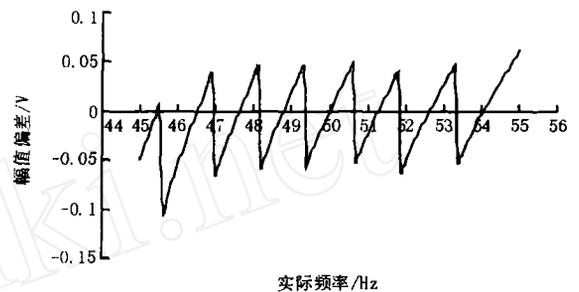


图 4 幅值测量偏差曲线

Fig 4 Error characteristics of the measured amplitude

偏差较大,而第二次运用 DFT 测频时又在第一次的基础上对每周周期采样点数进行了取舍,从而导致了频率、相位、幅值测量偏差,为了达到更精确的测量结果,我们可以进行连续 3 次 DFT 测频来提高相量测量精度(篇幅所限,仿真结果未给出)。

### 4 结论

本文通过对基于傅里叶测频方法的误差原因分析,提出了一种通过软件法来跟踪频率变化的方法,它只需要改变数据窗口大小而不需要改变采样频率,需要的采样数据也只要两周波数据左右,实时性较好,容易实现,并通过测得频率修正原信号的相位和幅值,达到了非常好的结果。最后的仿真结果验证了此方法测量相量的精确性,具有很好的工程应用价值。

### 参考文献:

- [1] 闵勇,丁仁杰,韩英铎,等. 自适应调整采样率的相量在线测量算法研究[J]. 电力系统自动化, 1998, 22(10): 10-13.  
M N Yong, D N G Ren-jie, HAN Ying-duo, et al. Research on a New On-line Phasor Measurement Approach Based on Adaptive Sampling Interval Technique[J]. Automation of Electric Power Systems, 1998, 22(10): 10-

- 13.
- [2] 江道灼,孙伟华,陈素素. 电网相量实时同步测量的一种新方法[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(15): 43-47.  
JIANG Dao-zhuo, SUN Wei-hua, CHEN Su-su A New Method of Realtime and Synchronous Measurement on Power Network Phase Parameters[J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(15): 43-47.
- [3] 谢小荣,韩英铎. 电力系统频率测量综述[J]. 电力系统自动化, 1999, 23(3): 54-58.  
XIE Xiao-rong, HAN Ying-duo An Overview on Power System Frequency Measurement[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(3): 54-58.
- [4] 刘涤尘,夏利民,商志会. 基于人工神经网络的电网频率测量方法[J]. 电网技术, 2000, 24(8): 42-45.  
LIU Di-chen, XIA Li-min, SHANG Zhi-hui An Artificial Neural Network Approach for Measuring Power System Frequency[J]. Power System Technology, 2000, 24(8): 42-45.
- [5] 磨少清,李啸骢. 一种高精度的改进傅里叶测频算法[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(12): 51-52, 57.  
MO Shao-qing, LI Xiao-cong Power System Frequency High-precision Measurement Based on Phase Difference Correction Method[J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(12): 51-52, 57.
- [6] 周大敏. 一种基于富氏滤波的电力系统频率测量方法[J]. 电力自动化设备, 1997, 24(3): 25-28.  
ZHOU Da-min A Frequency Testing Simulation for Power System Based on Fourier Filter[J]. Electric Power Automation Equipment, 1997, 24(3): 25-28.
- [7] 黄群古,任震,黄雯莹. 梯形小波变换及其在电力系统频率跟踪中的应用[J]. 电网技术, 2001, 25(4): 6-9.  
HUANG Qun-gu, REN Zhen, HUANG Wen-ying Trapezoid Wavelet Transform and Its Application in Power System Frequency Tracking[J]. Power System Technology, 2001, 25(4): 6-9.
- [8] Phadke A G, Thorp J S, Damiak M G A. A New Measurement for Tracking Voltage Phasors, Local System Frequency, and Rate of Change of Frequency[J]. IEEE on PAS, 102(5): 1025-1038.
- [9] 唐建辉,胡敏强,吴在军. 一种基于修正采样序列的电力系统频率测量方法[J]. 电力系统自动化, 2004, 16(6): 54-56.  
TANG Jian-hui, HU Min-qiang, WU Zai-jun Algorithm for Measuring Frequency of Power System Based on Modified Sampled Sequence[J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 16(6): 54-56.
- [10] JIANG Hui-lan, YANG Wei, XU Jian-qiang, et al Improved Fourier Algorithm for Correcting Power System Frequency Deviation[J]. Transactions of Tianjin University, 2001, 7(3).
- [11] David H, Damir H. A New Frequency Tracking and Phasor Estimation Algorithm for Generator Protection[J]. IEEE Trans on PWRD, 1997, 12(3).

收稿日期: 2006-01-13; 修回日期: 2006-02-23

作者简介:

李德东(1983-),男,硕士,主要研究方向为继电保护原理及其算法实现;E-mail: lidedong2000@163.com

王毅(1966-),男,副教授,主要研究方向为电力传输线实用模型的建立及传输线故障诊断方法的研究,非线性电路的计算机仿真。

### A new method for measuring phasor based on DFT and software-tracking

LI De-dong, WANG Yi

(Dept of Computer and Information Science, Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, Shenzhen 518055, China)

**Abstract:** Based on the analysis of general frequency-measurement methods at present, this paper points out their disadvantages in some aspects, and proposes a new method based on Fourier Algorithm and software-tracking for measuring the frequency of the power system. By adjusting the size of the data window for DFT without changing the sampling rate, the new method can obviously improve the accuracy of phasor measurement result by modifying the phase and peak value. The simulation results show the method is of high-precision, wide range and quick-response.

**Key words:** phasor measurement; Fourier Algorithm; software-tracking