

# 电气设备故障率参数的一种最优估计算法

张黎, 张波

(山东大学电气工程学院, 山东 济南 250061)

摘要: 获取电气设备故障率的精确性直接关系到电力系统可靠性指标的可用性和科学性。该文应用 Marquardt 法来解决故障率函数的参数最优估计问题, 并确定不同故障期的严格分界点。算例表明该方法实用性强, 拟合精度高。

关键词: 故障率函数; 参数估计; 浴盆曲线

中图分类号: TU852 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2005)17-0031-04

## 0 引言

系统可靠性研究结果实际价值的大小有赖于基础数据。电力系统是由元件(电气设备)组成, 在分析可靠性时需要设备和设施的基本可靠性数据。元件可靠性数据是评价系统可靠性的基础, 对系统可靠性指标的可信度有重要影响<sup>[1]</sup>。

电气设备的故障率是一个重要的可靠性指标, 常被用来度量设备的性能。设备在  $t$  时刻的故障率<sup>[2]</sup>, 表示设备在  $t$  时刻以前一直正常工作, 在  $t$  时刻以后单位时间内故障的概率, 记为  $\lambda(t)$ 。假定  $N_0$  个相同的元件在  $t=0$  时刻投入运行, 随着时间的推移, 有些元件将发生故障, 记  $N_{s_i}$  为  $t$  时刻完好的元件数, 那么故障率函数为:

$$\lambda(t) = \frac{1}{t} (N_{s_i} - N_{s_{i+1}}) / N_{s_i} \quad (1)$$

元件故障有三种类型, 即早期故障 (DFR 型)、偶然故障 (CFR 型)、损耗故障 (IFR 型), 将这三个时期的曲线连在一起形成形似浴盆的曲线, 称它为浴盆曲线 (如图 1 所示)。

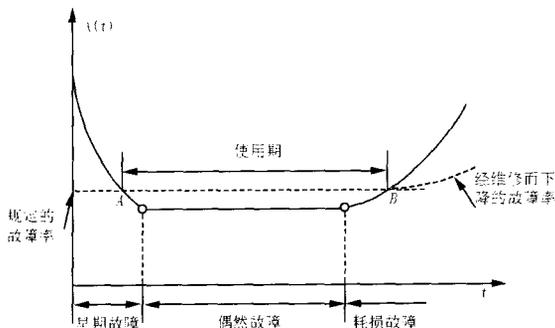


图 1 浴盆曲线图

Fig 1 Bath tub curve

通常认为元件处于早期故障和耗损故障时其寿命分布有可能为威布尔分布、伽玛分布或者对数正态分布<sup>[3]</sup>。每一种分布都有自己独特的故障率函数, 其故障率函数分别为:

威布尔分布:

$$\lambda(t) = t^{-1} \quad (2)$$

式中:  $\alpha, \beta$  为威布尔分布故障率函数参数。

伽玛分布:

$$\lambda(t) = \frac{t^{-1} e^{-t}}{\int_0^t x^{-1} e^{-x} dx} \quad (3)$$

式中:  $\alpha, \beta$  为伽玛分布故障率函数参数。

对数正态分布:

$$\lambda(t) = \frac{e^{-\frac{1}{2}(\ln t - \mu)^2}}{\sqrt{2\pi} \left[ x \left( 1 - \phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right) \right) \right]} \quad (4)$$

式中:  $\mu, \sigma$  为对数正态分布故障率函数参数。元件处于偶然故障时其寿命分布为指数分布, 其故障率函数为:

$$\lambda(t) = (\text{常数}) \quad (5)$$

目前, 对寿命分布及分布中的未知参数通常采用概率纸的方法进行估计, 即通过统计故障率来推求使用概率纸所需的各项统计量, 然后在概率纸上作出离散点, 观察是否大致在一条直线上, 以此判断分布类型并根据直线算出参数。该方法不仅计算量大、误差较大而且无法确定不同故障期的分界点。随着对参数的精度要求越来越高, 传统方法已不能满足工程技术的需要。为了解决这个问题, 本文应用 Marquardt 法来推求故障率函数。Marquardt 法是一种解决已知非线性关系式的参数估计问题的有效方法<sup>[4]</sup>, 该方法实用可行, 拟合精度较高。

### 1 Marquardt法<sup>[5]</sup>简介

非线性关系式的一般形式为：

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p; b_1, b_2, \dots, b_m) + \quad (6)$$

其中： $f$ 是已知非线性函数， $x_1, x_2, \dots, x_p$ 是  $p$ 个自变量， $b_1, b_2, \dots, b_m$ 是  $m$ 个待估未知函数，是随机误差项，设对  $y$ 和  $x_1, x_2, \dots, x_p$ 通过  $n$ 次观测，得到  $n$ 组数据： $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}, y_i) \quad i = 1, 2, \dots, n$ 。

将自变量的第  $i$ 次观测值代入函数得  $f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}; b_1, b_2, \dots, b_m) = f(x_i, b)$ ，给  $b$ 一个初始值  $b^{(0)} = (b_1^{(0)}, b_2^{(0)}, \dots, b_m^{(0)})$ ，将  $f(x_i, b)$ 在  $b^{(0)}$ 处按泰勒级数展开，并略去二次及二次以上的项得：

$$f(x_i, b) \approx f(x_i, b^{(0)}) + \left. \frac{\partial f(x_i, b)}{\partial b_1} \right|_{b=b^{(0)}} (b_1 - b_1^{(0)}) + \left. \frac{\partial f(x_i, b)}{\partial b_2} \right|_{b=b^{(0)}} (b_2 - b_2^{(0)}) + \dots + \left. \frac{\partial f(x_i, b)}{\partial b_m} \right|_{b=b^{(0)}} (b_m - b_m^{(0)}) \quad (7)$$

由最小二乘法原理，令

$$Q = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, b^{(0)}) + \sum_{j=1}^m \left. \frac{\partial f(x_i, b)}{\partial b_j} \right|_{b=b^{(0)}} (b_j - b_j^{(0)})]^2 + d \sum_{j=1}^m (b_j - b_j^{(0)})^2$$

其中： $d$  0称为阻尼因子，当取  $d = 0$ 时，就是高斯-牛顿法，高斯-牛顿法是 Marquardt法的特殊形式。

令  $Q$  分别对  $b_1, b_2, \dots, b_m$  的一阶偏导数等于零，即  $\frac{\partial Q}{\partial b_k} = 0$ ，得：

$$-2 \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, b^{(0)}) + \sum_{j=1}^m \left. \frac{\partial f(x_i, b)}{\partial b_j} \right|_{b=b^{(0)}} (b_j - b_j^{(0)})] \left. \frac{\partial f(x_i, b)}{\partial b_k} \right|_{b=b^{(0)}} + 2d(b_k - b_k^{(0)}) = 0$$

其中： $k = 1, 2, \dots, m$

转化为：

$$\begin{cases} (a_{11} + d)(b_1 - b_1^{(0)}) + a_{12}(b_2 - b_2^{(0)}) + \dots + a_{1m}(b_m - b_m^{(0)}) = a_{1y} \\ a_{21}(b_1 - b_1^{(0)}) + (a_{22} + d)(b_2 - b_2^{(0)}) + \dots + a_{2m}(b_m - b_m^{(0)}) = a_{2y} \\ \dots \\ a_{m1}(b_1 - b_1^{(0)}) + a_{m2}(b_2 - b_2^{(0)}) + \dots + (a_{mm} + d)(b_m - b_m^{(0)}) = a_{my} \end{cases} \quad (8)$$

其中：

$$\begin{cases} a_{jk} = \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial f(x_i, b)}{\partial b_j} \right|_{b=b^{(0)}} \left. \frac{\partial f(x_i, b)}{\partial b_k} \right|_{b=b^{(0)}} = a_{kj} \\ a_{jy} = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, b^{(0)})) \left. \frac{\partial f(x_i, b)}{\partial b_j} \right|_{b=b^{(0)}} \\ j = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (9)$$

从而解得：

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^{(0)} \\ b_2^{(0)} \\ \dots \\ b_m^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} + d^{(0)} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} + d^{(0)} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} + d^{(0)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_{1y} \\ a_{2y} \\ \dots \\ a_{my} \end{bmatrix} \quad (10)$$

显然，此解与代入的初始值  $b_1^{(0)}, b_2^{(0)}, \dots, b_m^{(0)}$  和  $d^{(0)}$ 有关。若解得  $b_j$ 与  $b_j^{(0)}$ 之差的绝对值很小，则认为估计成功。如果较大，则把上一步算得的  $b_j$ 作为新的  $b_j^{(0)}$ 代入式 (8)，从头开始计算，得出新的  $b_j$ 又作为新的  $b_j^{(0)}$ 再代入式 (8)，如此反复迭代，直至  $b_j$ 与  $b_j^{(0)}$ 之差可以忽略为止。

### 2 故障率函数参数及其分界点推求步骤

设有依时间顺序排列的  $n$ 组数据  $(t_1, \tau_1), (t_2, \tau_2), \dots, (t_n, \tau_n)$ 。首先推求早期故障函数为威布尔分布的故障率函数的参数。在式 (2)中有两个待估参数  $b = (\lambda, \eta)$ ，应用 Marquardt法进行估计，其方法步骤如下：

1) 取  $n$ 组数据的前三个数据，即令  $l = 3$ ，对前三组数据进行曲线拟合。

(a) 由式 (2)对  $\lambda, \eta$  分别求偏导数，得

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = t_i^{-1} \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \eta} = t_i^{-1} \ln t_i \quad (11)$$

(b) 选择参数初始迭代值  $b^{(0)}$ 。

(c) 由  $n$ 组数据  $(t_1, \tau_1), (t_2, \tau_2), \dots, (t_n, \tau_n)$ ，以及式 (11)和  $b^{(0)}$ 代入式 (9)，可计算出式 (8)中各系数值。给定初值  $d = d^{(0)} = 0.01a_{11}$ ，由式 (8)解得式 (10)的  $b$ 值。将此解得的估计量代入原函数式

(2)计算残差平方和

$$Q^{(0)} = \sum_{i=1}^n (t_i - t_i^{-1})^2 \quad (12)$$

(d)第二次迭代,令  $b^{(0)} = b$ ,  $d = 10^k d^{(0)}$ ,  $k = -1, 0, 1, 2, \dots$ 。先取  $k = -1$ ,即  $d = 0.1 d^{(0)}$ ,解得新的  $b = (b^{(1)}, d^{(1)})$ ,计算新的残差平方和

$$Q^{(1)} = \sum_{i=1}^n (t_i - b^{(1)} t_i^{(1-1)})^2 \quad (13)$$

若  $Q^{(1)} < Q^{(0)}$ ,则第二次迭代结束。若  $Q^{(1)} > Q^{(0)}$ ,则令  $k = 0$ ,则  $d = d^{(0)}$ ,解得  $b$ 及  $Q^{(1)}$ 。若  $Q^{(1)} < Q^{(0)}$ ,则第二次迭代结束。若  $Q^{(1)} > Q^{(0)}$ ,则令  $k = 1$ ,则  $d = 10 d^{(0)}$ ,解得  $b$ 及  $Q^{(1)}$ 。若  $Q^{(1)} < Q^{(0)}$ ,则第二次迭代结束。若  $Q^{(1)} > Q^{(0)}$ ,则令  $k = 2$ ,则  $d = 100 d^{(0)}$ ,解得  $b$ 及  $Q^{(1)}$ 。如此,不断增加  $k$ 的值,直至  $Q^{(1)} < Q^{(0)}$ 为止。

(e)第三次迭代,以第二次迭代结束时的  $d$ 作为新的  $d^{(0)}$ ,  $b$ 作为新的  $b^{(0)}$ ,  $Q^{(1)}$ 作为新的  $Q^{(0)}$ ,重复第二次迭代的过程,直到新的  $Q^{(1)} < Q^{(0)}$ 为止。

(f)按 (d), (e)反复迭代,直到  $|b_j - b_j^{(0)}| \leq \text{eps}$  (允许误差)为止。至此得到了早期故障率函数的

参数。

2)对  $n$ 组数据的后  $n - 3$ 个数据进行偶然故障率指数分布的故障率曲线拟合,即对  $(t) =$  进行曲线拟合,其过程参照 1)。

3)令  $l = l + 1$ ,重复步骤 1)、2),直至  $l = n - 1$ 。

4)计算

$$S_l = \sum_{i=1}^l |(t_i - (t_i))| + \sum_{i=l+1}^n |(t_i - (t_i))|。$$

通过寻求  $S_l = \min(S_l)$  来确定  $(t)$ 、以及  $l$ 值,即早期故障与偶然期故障的故障率函数以及分界点。

同样的方法,对伽玛分布和对数正态分布的故障率函数进行计算,可得到  $S_2$ 和  $S_3$ 。通过寻求  $S = \min(S_1, S_2, S_3)$ 来最终确定早期故障率函数  $(t)$ 、偶然期故障率函数 (常数)以及分界点  $l$ 。

### 3 算例

本文以 SFPSZ7 - 120 000/220型变压器为例,使用本方法推求寿命分布类型及故障率函数。其故障率数据如表 1。

表 1 各时段的故障率

Tab 1 Failure rate of different period

|          |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $t_i$ /年 | 0.5    | 1      | 1.5    | 2      | 2.5    | 3      | 3.5    | 4      | 4.5    | 5      | 5.5    | 6      |
| $i$      | 0.2546 | 0.1089 | 0.0584 | 0.0475 | 0.0481 | 0.0489 | 0.0245 | 0.0637 | 0.0392 | 0.0550 | 0.0357 | 0.0551 |
| $t_i$ /年 | 6.5    | 7      | 7.5    | 8      | 8.5    | 9      | 9.5    | 10     | 10.5   | 11     | 11.5   | 12     |
| $i$      | 0.0340 | 0.0865 | 0.0508 | 0.0230 | 0.0503 | 0.0284 | 0      | 0.0417 | 0      | 0.094  | 0.0339 | 0.0476 |

其计算结果如表 2。

表 2 不同分布类型的故障率参数及相关结果

Tab 2 Failure rate parameters of different distribution types and the related conclusions

|      | 威布尔分布       | 伽玛分布                      | 对数正态分布        |
|------|-------------|---------------------------|---------------|
| 参数 1 | $= 0.10638$ | $= 1.3766 \times 10^{-2}$ | $= -222.3242$ |
| 参数 2 | $= -0.2606$ | $= 3.69 \times 10^{-4}$   | $= 43.8596$   |
|      | 0.041258    | 0.042006                  | 0.040961      |
| $l$  | 5           | 3                         | 6             |
| $S$  | 0.3988      | 0.4761                    | 0.4425        |

其中:  $\alpha$ 为偶然故障期故障率值,  $l$ 为分界点,  $S$ 为各种分布的误差绝对值之和。据此,我们可以得出该型号变压器早期故障率为威布尔分布故障率,其参数分别为:  $\alpha = 0.10638$ ,  $\beta = -0.2606$ ;偶然故障率为指数分布故障率,其参数为:  $\lambda = 0.041258$ ;分界点为第 5 个数据 (第 5 个数据表示的时间  $t = 2.5$ )。

以上结果用图形表示如图 2。

图 2 中加号表示统计数据,实线表示拟合曲线,

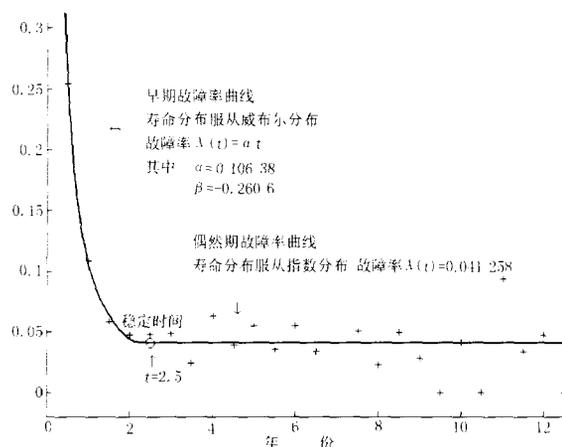


图 2 故障率曲线图

Fig 2 Curve of failure rate

圆圈表示分界点,  $l$ 点与  $l - 1$ 点之间的曲线由三次样条插值得到。

### 4 小结

电气设备故障率是电力系统可靠性的基础指标

之一,其精确性直接关系到系统可靠性指标的可信度。由于在实际的元器件故障率统计中,浴盆曲线的耗损期故障率数据很难获得,本文只对早期故障率和偶然期故障率进行拟合并获得其分界点。本文采用的 Marquardt法其拟合精度较高,所求参数的精确性也较高。该方法不仅适用于电气设备,同样也适用于电子设备和机械设备。

#### 参考文献:

- [1] 宋云亭,郭永基,程林. 电力系统可靠性基本数据的统计分析[J]. 继电器, 2002, 30(7): 14-16  
SONG Yun-ting, GUO Yong-ji, CHENG Lin. Statistical Analysis of Reliability Data for Power System Units[J]. Relay, 2002, 30(7): 14-16.
- [2] 郭永基. 工程可靠性原理[M]. 北京:清华大学出版社, 2002 9-11.  
GUO Yong-ji. Principles of Reliability Engineering[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002 9-11.
- [3] 陈凯,陆淑兰,李凤玲. 可靠性数学及其应用[M]. 吉林:吉林教育出版社, 1989. 52-75.  
CHEN Kai, LU Shu-lan, LI Feng-ling. Reliability Mathematics and Its Application[M]. Jilin: Jilin Education Press, 1989. 52-75.
- [4] 袁亚湘,孙文瑜. 最优化理论与方法[M]. 北京:科学出版社, 1997. 373-403  
YUAN Ya-xiang, SUN Wen-yu. Theories and Methods of Optimization[M]. Beijing: Science Press, 1997. 373-403.
- [5] 李树平. 用麦夸尔特法推求给水管管道造价公式参数[J]. 西安建筑科技大学学报, 2004, 32(1): 16-19.  
LI Shu-ping. Application of the Levenberg-Marquardt Method in Determining the Parameters of Water Pipe Cost Formula[J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology, 2004, 32(1): 16-19.

收稿日期: 2004-12-13

作者简介:

张黎(1979-),男,硕士研究生,研究方向为电力系统可靠性; E-mail: zlw19711153@163.com

张波(1963-),男,教授,主要从事电力系统分析与研究方面的工作。

### An algorithm for optimal parameter estimation of the failure rate of electrical equipment

ZHANG Li, ZHANG Bo

(School of Electrical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

**Abstract:** The accuracy of the failure rate of electrical equipment directly governs the availability and rationality of the reliability indices of power system. The Levenberg-Marquardt method is used to realize optimal parameter estimation of the failure rate function, and the strict boundary which specifically distinguishes different phases of the failure rate are effectively determined. An example shows the proposed method is of good practicability and high fitting accuracy.

**Key words:** failure rate function; parameter estimation; bathtub curve

(上接第 13 页 continued from page 13)

### Study of filtering decaying DC component algorithm for microprocessor-based protection

MA Lei, WANG Zeng-ping, XU Yan

(School of Electrical Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

**Abstract:** The decaying DC component in the sampling signal will bring errors to the full-wave Fourier algorithm, which is derived with periodic signal. Based on the full-wave Fourier algorithm, an improved algorithm by adding only one sampling point with two full-wave Fourier algorithm transforms to eliminate the error caused by the decaying component is put forward. Furthermore, a simplified method is proposed to substitute the time-consuming calculation. The simulation results prove that the calculation of improved algorithm is simple and fast.

**Key words:** microprocessor-based protection; decaying DC component; full-wave Fourier algorithm