

# 一种完全滤除衰减直流分量的短数据窗改进全波傅氏算法

齐先军, 丁明, 温阳东

(合肥工业大学电气与自动化工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要: 计算机继电保护中的全波傅氏算法是基于周期函数模型推导出来的。当输入信号中含有衰减直流分量而不再是周期函数时, 全波傅氏算法有较大的误差。该文提出了一种改进算法, 不需要增加采样点数, 就能在未知衰减时间常数的情况下对衰减直流分量进行补偿, 理论上能完全滤除衰减直流分量。

关键词: 全波傅氏算法; 衰减直流分量; 计算机继电保护

中图分类号: TM77 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2005)17-0014-03

## 0 引言

计算机继电保护是用数字运算方法实现故障量的测量、分析和判断的, 而运算的基础是若干个离散的、量化的数字采样序列。因此, 计算机继电保护的一个基本问题是寻找适当的离散运算方法, 使运算结果的精确度能满足工程要求而计算耗时又尽可能短<sup>[1]</sup>。全波傅氏算法有很强的滤除谐波分量的能力, 且算法简单、稳定性好, 因而在电力系统计算机继电保护中得到广泛应用。但全波傅氏算法是基于周期函数模型推导出来的, 而在电力系统故障状态下, 输入信号中因含有较大的衰减直流分量而不再是周期函数, 此时用全波傅氏算法计算的基波、各次谐波的幅值和相角有较大误差。为了克服衰减直流分量的影响, 许多学者做了大量的研究, 提出了一些相应的改进全波傅氏算法<sup>[2~7]</sup>, 但这些算法都需要在基频周期采样的基础上增加若干个采样点, 且有些算法精度不高, 有些算法较复杂。本文在文献[2]的基础上提出一种简单的改进全波傅氏算法, 不需增加采样点数, 就能在未知衰减时间常数的情况下对衰减直流分量进行精确补偿, 完全滤除衰减直流分量, 从而缩短了数据窗, 提高了算法的实时性。仿真计算表明, 该算法理论上没有误差。

## 1 全波傅氏算法及其误差分析

以电流为例, 设故障输入信号为:

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} + \sum_{n=1}^M I_n \sin(n\omega t + \phi_n) \quad (1)$$

式中:  $I_0$  为衰减直流分量的初始值,  $\tau$  为衰减时间常数,  $I_n$  和  $\phi_n$  分别为  $n$  次谐波的幅值和初相角,  $\omega$  为基频分量的角频率。

式 (1) 可以写成:

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} + \sum_{n=1}^M I_n \sin(n\omega t + \phi_n) =$$

$$I_0 e^{-t/\tau} + \sum_{n=1}^M I_n (\sin n\omega t \cdot \cos \phi_n + \cos n\omega t \cdot \sin \phi_n) =$$
$$I_0 e^{-t/\tau} + \sum_{n=1}^M (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (2)$$

式中:  $a_n = I_n \sin \phi_n$ ,  $b_n = I_n \cos \phi_n$

所以

$$I_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (3)$$

$$\phi_n = \arctan \left[ \frac{a_n}{b_n} \right] \quad (4)$$

记 
$$g(t) = I_0 e^{-t/\tau} \quad (5)$$

$$h(t) = \sum_{n=1}^M (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (6)$$

则式 (2) 可写成:

$$i(t) = g(t) + h(t) \quad (7)$$

设每基频周期  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  等间隔采样  $N$  点, 得到样

本数为  $N$  的采样序列  $\{i(k)\} (k=0, 1, \dots, N-1)$ , 由式 (7) 可得:

$$i(k) = g(k) + h(k) \quad (8)$$

若直接利用全波傅氏算法计算  $n$  次谐波分量, 得:

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} i(k) \cos \left\{ \frac{2\pi n}{N} \cdot k \right\} = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} g(k) \cdot$$
$$\cos \left\{ \frac{2\pi n}{N} \cdot k \right\} + \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \cos \left\{ \frac{2\pi n}{N} \cdot k \right\} = a_n + a_n \quad (9)$$

其中:

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} g(k) \cos \left\{ \frac{2\pi n}{N} \cdot k \right\} \quad (10)$$

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \cos \left\{ \frac{2\pi n}{N} \cdot k \right\} \quad (11)$$

同理,

$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} i(k) \sin\left(\frac{2-n}{N} \cdot k\right) = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} g(k) \cdot \sin\left(\frac{2-n}{N} \cdot k\right) + \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \sin\left(\frac{2-n}{N} \cdot k\right) = b_n + b_n \quad (12)$$

其中:

$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} g(k) \sin\left(\frac{2-n}{N} \cdot k\right) \quad (13)$$

$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \sin\left(\frac{2-n}{N} \cdot k\right) \quad (14)$$

由式 (9)和式 (12)可知,  $a_n$  和  $b_n$  才是真正要求的值,  $a_n$  和  $b_n$  是由衰减直流分量造成的误差。

## 2 改进的全波傅氏算法

下面对由衰减直流分量造成的误差  $a_n$  和  $b_n$  进行分析:由式 (10)和式 (13)可得:

$$a_n + j b_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} g(k) \cos\left(\frac{2-n}{N} \cdot k\right) + j \frac{2}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} g(k) \sin\left(\frac{2-n}{N} \cdot k\right) = \frac{2}{N} \cdot I_0 \cdot \sum_{k=0}^{N-1} e^{k \cdot (-T_s'/N + j \frac{2-n}{N})} = \frac{2}{N} \cdot \frac{I_0 (1 - e^{-T'})}{1 - e^{(-T_s'/N + j \frac{2-n}{N})}} = \frac{2}{N} \cdot I_0 (1 - e^{-T'}) \cdot \frac{1 - e^{-T_s'/N} \cdot \cos\frac{2-n}{N} + j e^{-T_s'/N} \cdot \sin\frac{2-n}{N}}{1 - 2e^{-T_s'/N} \cdot \cos\frac{2-n}{N} + (e^{-T_s'/N})^2} \quad (15)$$

由式 (15)知:

$$a_n = \frac{2}{N} \cdot \frac{I_0 (1 - e^{-T'}) \cdot \left(1 - e^{-T_s'/N} \cdot \cos\frac{2-n}{N}\right)}{1 - 2e^{-T_s'/N} \cdot \cos\frac{2-n}{N} + (e^{-T_s'/N})^2} \quad (16)$$

$$b_n = \frac{2}{N} \cdot \frac{I_0 (1 - e^{-T'}) \cdot e^{-T_s'/N} \cdot \sin\frac{2-n}{N}}{1 - 2e^{-T_s'/N} \cdot \cos\frac{2-n}{N} + (e^{-T_s'/N})^2} \quad (17)$$

假设每基频周期采样点数  $N$  为 4 的正整数倍, 对  $\{i(k)\} (k=0, 1, \dots, N-1)$  求和:

$$\sum_{k=0}^{N-1} i(k) = \sum_{k=0}^{N-1} g(k) + \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \quad (18)$$

容易证明<sup>[2]</sup>,  $N$  为偶数时,

$$\sum_{k=0}^{N-1} h(k) = 0 \quad (19)$$

所以,

$$\sum_{k=0}^{N-1} i(k) = \sum_{k=0}^{N-1} g(k) = \sum_{k=0}^{N-1} I_0 \cdot e^{-k \cdot T_s'/N} = \frac{I_0 (1 - e^{-T'})}{1 - e^{-T_s'/N}} \quad (20)$$

再对  $\{i(k)\} (k=0, 1, \dots, N-1)$  中的偶序列求和:

$$\sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} i(2k) = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} g(2k) + \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} h(2k) \quad (21)$$

因为  $\frac{N}{2}$  为偶数 ( $N$  为 4 的正整数倍)

$$\sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} h(2k) = 0 \quad (22)$$

所以,

$$\sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} i(2k) = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} g(2k) = \frac{I_0 (1 - e^{-T'})}{1 - e^{-2T_s'/N}} \quad (23)$$

$$记 \quad A = I_0 (1 - e^{-T'}) \quad (24)$$

$$B = e^{-T_s'/N} \quad (25)$$

由式 (20) 和式 (23) 可得:

$$B = \frac{\sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} i(2k+1)}{\sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} i(2k)} \quad (26)$$

$$A = (1 - B) \sum_{k=0}^{N-1} i(k) \quad (27)$$

则式 (16) 和式 (17) 可分别简写成:

$$a_n = \frac{2}{N} \cdot \frac{A \cdot \left(1 - B \cdot \cos\frac{2-n}{N}\right)}{1 - 2B \cdot \cos\frac{2-n}{N} + B^2} \quad (28)$$

$$b_n = \frac{2}{N} \cdot \frac{A \cdot B \cdot \sin\frac{2-n}{N}}{1 - 2B \cdot \cos\frac{2-n}{N} + B^2} \quad (29)$$

这样就求出了由衰减直流分量造成的误差  $a_n$  和  $b_n$ 。因此,有

$$a_n = a_n - a_n \quad (30)$$

$$b_n = b_n - b_n \quad (31)$$

$$I_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (32)$$

$$\phi_n = \arctan\left(\frac{a_n}{b_n}\right) \quad (33)$$

## 3 仿真计算

为验证算法的正确性和精度,作如下仿真计算。设输入信号为

$$i(t) = 100e^{-t/\tau} + 100\sin(t + 60^\circ) + 50\sin(2t + 45^\circ) + 30\sin(3t + 30^\circ) + 20\sin(4t + 10^\circ) + 10 \cdot \sin(5t)$$

每基频周期采样 20 点,分别取  $\tau = 0.01$  s 和  $\tau = 0.04$  s,用改进的全波傅氏算法进行仿真计算,并与改进前的全波傅氏算法作比较,见表 1。

表 1 仿真计算结果

Tab 1 Results of simulating calculation

/s	算法	基波		2次谐波		3次谐波		4次谐波		5次谐波	
		幅值	相位	幅值	相位	幅值	相位	幅值	相位	幅值	相位
0.01	傅氏算法	124.021 9	52.927 0	63.949 9	40.920 9	39.943 3	30.647 5	26.952 4	18.200 7	15.071 3	18.387 9
	改进算法	100.000 0	60.000 0	50.000 0	45.000 0	30.000 0	30.000 0	20.000 0	10.000 0	10.000 0	0.000 0
0.04	傅氏算法	109.128 9	55.160 9	55.912 7	42.230 6	34.384 8	29.796 6	23.070 8	13.821 3	12.135 4	9.565 1
	改进算法	100.000 0	60.000 0	50.000 0	45.000 0	30.000 0	30.000 0	20.000 0	10.000 0	10.000 0	0.000 0

可见,改进的傅氏算法完全不受衰减直流分量的影响,理论上没有误差。

#### 4 结论

本文所提出的改进全波傅氏算法,不需要增加采样点数,只要每基频周期的采样点数  $N$  为 4 的正整数倍,就可以在未知衰减时间常数的情况下,完全滤除衰减直流分量,理论上是一种精确算法。此外,该算法计算简单,数据窗短(只用到一个基频周期的  $N$  个采样点),一般能满足实时性的要求,具有较高的工程实用价值。

#### 参考文献:

- [1] 陈德树. 计算机继电保护原理与技术 [M]. 北京:中国电力出版社, 1999. 54-78  
CHEN De-shu Theory and Technology of Computer Relay Protection[M]. Beijing: China Electric Power Press, 1992. 54-78
- [2] 黄恺, 孙苓生. 继电保护傅氏算法中滤除直流分量的一种简便算法 [J]. 电力系统自动化, 2003, 27(4): 50-52  
HUANG Kai, SUN Ling-sheng A Compact Algorithm for Filtering Decaying DC Component in Relay Protection Fourier Algorithm [J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(4): 50-52
- [3] 苏文辉, 李钢. 一种能滤去衰减直流分量的改进全波傅氏算法 [J]. 电力系统自动化, 2002, 26(23): 42-44  
SU Wen-hui, LI Gang An Improved Full-wave Fourier Algorithm for Filtering Decaying DC Component [J]. Automation of Electric Power Systems, 2002, 26(23): 42-44
- [4] 熊岗, 陈陈. 一种能滤除衰减直流分量的交流采样新方法 [J]. 电力系统自动化, 1997, 21(2): 24-26

XIONG Gang, CHEN Chen A Novel Alternating Current Sampling Algorithm for Filtering Decaying Direct Current Component [J]. Automation of Electric Power Systems, 1997, 21(2): 24-26

- [5] 周大敏. 一种消除非周期分量对非递归傅氏算法影响的精确方法 [J]. 继电器, 1998, 26(4): 7-11.  
ZHOU Da-min An Accurate Algorithm to Eliminate Decaying DC Component from Non-recursive Fourier Algorithm [J]. Relay, 1998, 26(4): 7-11.
- [6] 高婧, 郑建勇, 潘震东. 电力系统微机保护中改进傅氏算法综合性能研究 [J]. 继电器, 2002, 30(10): 16-20.  
GAO Jing, ZHENG Jian-yong, PAN Zhen-dong Study of Improved Fourier Algorithm for Microprocessor-based Protection in Power System [J]. Relay, 2002, 30(10): 16-20
- [7] 高婧, 郑建勇. 一种快速滤除衰减直流分量的新型递归傅氏算法 [J]. 电力系统及其自动化学报, 2003, 15(1): 54-57.  
GAO Jing, ZHENG Jian-yong A Novel Recursive Fourier Algorithm for Filtering Decaying DC Component [J]. Power System and Its Automation Transaction, 2003, 15(1): 54-57.

收稿日期: 2005-01-24; 修回日期: 2005-04-11

作者简介:

齐先军 (1977 -), 男, 博士研究生, 讲师, 主要从事电力系统继电保护、电力电子技术在电力系统中应用的研究; E-mail: qxj\_216@163.com

丁明 (1956 -), 男, 教授, 博士生导师, 从事电力系统可靠性、电力市场、可再生能源技术等领域的研究;

温阳东 (1955 -), 男, 教授, 硕士生导师, 从事电力系统继电保护、变电站综合自动化、现场总线等领域的研究。

(下转第 44 页 continued on page 44)

- [15] WU Jaw-shyang A Petri-net Algorithm for Multiple Contingencies of Distribution System Operation [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13 (3): 1164-1171.
- [16] CHEN Chao-shun, LN Chia-hung, TSAI Hung-ying A Rule-based Expert System with Colored Petri Net Models for Distribution System Service Restoration [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2002, 17 (4): 1073-1080.
- [17] Sama N D R, Prasad V C, Prakasa R, et al A New Network Reconfiguration Technique for Service Restoration in Distribution Networks [J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1994, 9 (4): 1936-1942.
- [18] Dialynas E N, Michos D G Interactive Modeling of Supply Restoration Procedures in Distribution System Operation [J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1989, 4 (3): 1847-1854.
- [19] Dumbrava V, Comanescu G, Coculescu S Reconfiguration of the Operation Diagrams of Urban Electricity Distribution Networks by Minimizing the Energy Losses [A]. 16th International Conference and Exhibition on Electricity Distribution 2001.
- [20] Delbem A C B, de Carvalho A, Bretas N G Optimal Energy Restoration in Radial Distribution Systems Using a Genetic Approach and Graph Chain Representation [J]. Electric Power Systems Research, 2003, 67 (3): 197-205.

收稿日期: 2004-12-14; 修回日期: 2005-04-11

作者简介:

刘 栋 (1979 - ), 男, 博士研究生, 主要从事电力系统恢复方面的研究; E-mail: wanderld@163.net

沈 广 (1974 - ), 男, 博士研究生, 工程师, 从事电力系统恢复方面的研究;

樊友平 (1970 - ), 男, 博士后, 研究方向为人工智能与知识工程、复杂系统建模与控制理论。

### Multi-objective service restoration in distribution network considering load varying and overload ability of equipments

LU Dong, SHEN Guang, FAN You-ping

(College of Electric Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** This paper introduces a multi-objective model of distribution service restoration. The model takes account of the load varying during the repair of the fault and the overload ability of supporting equipments. The multiple objectives include three levels of indices: maximizing restored load quantity, minimizing number of switching operations and minimizing overload. The heuristic search algorithm is employed to find the solution and the back tracking algorithm is adopted to optimize the final solution. The given example of application demonstrates the validity of this model.

**Key words:** service restoration; heuristic search; back tracking; overload ability of equipment; load varying

(上接第 16 页 continued from page 16)

### An improved short data window full-wave Fourier algorithm for completely filtering decaying DC component

QI Xian-jun, DING Ming, WEN Yang-dong

(Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** The full-wave Fourier algorithm used in computer-based relay protection is derived with periodic function model. But when the input signal is no longer the periodic function for the existing of DC component, the full-wave Fourier algorithm will have higher error. An improved algorithm is proposed in this paper, which can compensate the decaying DC component and completely filter it theoretically, without knowing the decaying time constant or adding sample point.

**Key words:** full-wave Fourier algorithm; decaying DC component; computer based relay protection