

# 基于最优潮流的无功定价方法探讨

臧雪飞, 韦化

(广西大学电气工程学院, 广西 南宁 530004)

摘要: 电力市场环境下精确可行的无功服务定价是近年来研究的热点问题。将无功发电机会成本和无功补偿设备的投资加入到最优潮流的目标函数中, 并考虑旋转备用的重要性, 加入旋转备用约束条件, 提出了新的基于最优潮流的无功功率实时定价模型。并对 IEEE4-57 节点系统进行了测试, 所得的无功电价既能涵盖大部分的无功生产费用, 又能提供足够的经济信息。

关键词: 电力市场; 无功定价; 最优潮流; 原始-对偶内点法

中图分类号: TM73; F123.9 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2005)15-0053-04

## 0 引言

随着全球电力工业的市场化改革, 电力服务逐步向市场化方向转变, 无功服务作为一项重要的辅助服务, 其由无偿提供转向有偿服务已成为电力市场发展的必然趋势, 正确合理的无功服务定价也成为近年来研究的热点问题。

传统的无功收费方法是功率因数罚值法<sup>[1]</sup>, 对功率因数达不到规定值的用户进行经济惩罚。这种方法既没有给出科学合理的无功价格, 也没有提供无功价格随用户无功需求波动而变化的市场信号, 随着电力市场的开展, 必然受到质疑和淘汰。20 世纪 80 年代, Schweppe 等人提出了基于传统的经济调度 (ED) 和直流潮流 (DCPF) 的有功功率实时电价 (Spot Pricing) 理论<sup>[2]</sup>, 求解优化问题所得到的边际价格可以提供市场的最优价格信号, 有效提高生产效率和产生最大的社会效益, 成为了最具吸引力的定价方法。随着最优潮流技术的发展和日趋实用化, 随后便发展了基于 OPF 的有功功率实时定价理论。90 年代, Baughman 和 Siddiqi 第一次将实时定价理论扩展到无功定价方法中<sup>[3]</sup>, 使用修正目标的最优潮流模型来求解各节点实时有功和无功电价, 这种无功定价方法比传统的功率因数罚值法更加公平合理, 可提供给用户和电力调度人员正确的经济信息, 开辟了无功定价研究的新天地。

然而, 由于忽略了与有功生产成本相比较小的无功生产成本, 使得根据上述无功实时定价理论得到的无功价格不能涵盖提供无功服务的全部费用。

本文继承了国内外对无功定价和无功成本分析的研究成果, 将无功发电机会成本和无功补偿设备的投资加入到最优潮流的目标函数中<sup>[4]</sup>, 并考虑旋转备用在机组切机、负荷的意外增加和其它系统功率扰动情况下的重要作用, 加入旋转备用的约束条件<sup>[5]</sup>, 提出了新的基于最优潮流的无功功率的实时定价模型, 使得所得的无功实时电价既能涵盖大部分的无功生产费用, 又能提供足够的经济信息。

## 1 无功功率实时定价数学模型

本文所提出的基于最优潮流的包含有功无功生产成本和旋转备用约束的无功实时定价数学模型如下。

### 1.1 目标函数

本文以最小化总的有功无功生产成本 (包括发电机的有功无功生产成本和无功补偿设备的资本成本) 作为目标函数, 具体表示为:

$$\min f(x) = \sum_{i \in S_G} [C_{gp_i}(P_{G_i}) + C_{gq_i}(Q_{G_i})] + \sum_{j \in S_C} C_{cj}(Q_{c_j}) \quad (1)$$

其中:  $S_G$  为发电机集合;  $S_C$  为电容器组集合;  $P_{G_i}$  为发电机的有功出力;  $Q_{G_i}$  为发电机的无功出力;  $Q_{c_j}$  为电容器组的无功出力。

发电机的有功生产成本表示为:

$$C_{gp_i}(P_{G_i}) = a + bP_{G_i} + cP_{G_i}^2 \quad (2)$$

发电机的无功生产成本用机会成本代替, 从原理上看发电机无功机会成本的计算比较复杂, 要根据电力市场中实时的供需平衡关系等信息得出。为了简化起见, 近似用下式计算:

$$C_{gq_i}(Q_{G_i}) = [C_{gp_i}(S_{G_i \max}) - C_{gp_i}(\sqrt{S_{G_i \max}^2 - Q_{G_i}^2})] \cdot k \quad (3)$$

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50467001); 广西自然科学基金资助项目 (桂科自 024009); 广西大学重大项目

其中:  $S_{Gi\max}$  为发电机的额定视在功率;  $k$  为有功发电的利润率, 通常在 5% ~ 10% 之间。

电容器的资本成本用电容器实际运行容量的资本成本计算, 具体表示为:

$$C_{Cj}(Q_{Cj}) = Q_{Cj} \cdot k \quad (4)$$

其中:  $k$  为无功补偿装置的单位容量的投资成本。

### 1.2 等式约束

最优潮流问题的等式约束为系统潮流方程, 用极坐标形式表示如下:

$$\begin{cases} P_{Gi} - P_{Di} - V_i \sum_{j=1}^n V_j Y_{ij} \cos \theta_{ij} = 0 \\ Q_{Ri} - Q_{Di} - V_i \sum_{j=1}^n V_j Y_{ij} \sin \theta_{ij} = 0 \quad i \in S_N \\ \theta_{ij} = \theta_i - \theta_j - \theta_{ij} \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $P_{Di}$ 、 $Q_{Di}$ 、 $Q_{Ri}$  分别为有功无功负荷和无功源的无功出力;  $S_N$  为系统所有节点的集合。

### 1.3 不等式约束

本文采用的最优潮流的不等式约束为系统的运行约束和旋转备用约束, 表示如下:

$$\begin{cases} P_{Gi} & P_{Gi} & \bar{P}_{Gi} & i & S_G \\ Q_{Ri} & Q_{Ri} & \bar{Q}_{Ri} & i & S_R \\ \sum_i R_i & R_{\min} & & i & S_G \\ V_i & V_i & \bar{V}_i & i & S_N \\ P_{ij} & P_{ij} & \bar{P}_{ij} & i & S_N \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $S_R$  为无功源集合;  $V_i$  为节点电压幅值;  $P_{ij}$  为联络线有功功率。

发电机的旋转备用表示如下:

$$R_i = \begin{cases} \bar{P}_{Gi} - P_{Gi} & \text{if } P_{Gi} \geq (1 - f_i) \bar{P}_{Gi} \\ f_i \bar{P}_{Gi} & \text{if } P_{Gi} < (1 - f_i) \bar{P}_{Gi} \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $R_{\min}$  表示系统最小旋转备用容量;  $f_i$  代表发电机  $i$  能够提供的旋转备用的最大容量百分比。

## 2 原始 - 对偶内点法求解 OPF 问题

最优潮流问题实质上是非线性规划问题, 一般非线性规划的模型表示如下:

$$\begin{aligned} \min & f(x) \\ \text{s.t.} & h(x) = 0 \\ & g(x) \leq \bar{g} \\ & x \in R^n, h(x) = [h_1(x), \dots, h_m(x)]^T \\ & g(x) = [g_1(x), \dots, g_r(x)]^T \end{aligned} \quad (8)$$

本文采用带扰动 KKT 条件的原始 - 对偶内点法求解最优潮流问题, 具体的算法流程简介如下:

首先, 引入松弛变量  $l, u$  将不等式约束转化为等式约束及变量约束。

$$\begin{aligned} g(x) - l - \bar{g} &= 0 \\ g(x) + u - \bar{g} &= 0 \\ (l, u) &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

然后定义拉格朗日函数

$$L(x, l, u, y, z, w, \tilde{z}, \tilde{w}) = f(x) - y^T h(x) - z^T [g(x) - l - \bar{g}] - w^T [g(x) + u - \bar{g}] - \tilde{z}^T l - \tilde{w}^T u \quad (10)$$

其中:  $x, l, u$  为原变量,  $y, z, w$  为对偶变量, 也称为拉格朗日乘子。由  $\frac{\partial L}{\partial l} = z - \tilde{z} = 0, \frac{\partial L}{\partial u} = -w - \tilde{w} = 0$ , 可得  $\tilde{z} = z, \tilde{w} = -w$ 。

接着导出带扰动的 KKT 最优性条件:

$$\begin{aligned} L_x &= \nabla f(x) - \nabla h(x) y - \nabla g(x) (z + w) = 0 \\ l_y &= h(x) = 0 \\ L_z &= g(x) - l - \bar{g} = 0 \\ L_w &= g(x) + u - \bar{g} = 0 \\ L_l &= L_z e = 0 \Rightarrow L_l^\mu \quad L_z e - \mu e = 0 \\ L_u &= L_w e = 0 \Rightarrow L_u^\mu \quad L_w e + \mu e = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

式中:  $\mu$  为扰动因子,  $(l, u, z) \geq 0, w \leq 0, y \geq 0, (L, U, Z, W) \in R^{(r \times r)}$  是以  $l, u, z, w$  元素为对角元的对角矩阵,  $L_x$  表示  $\frac{\partial L}{\partial x}$ , 其余形式同理;  $e$  是单位列向量。

然后用牛顿法求解此 KKT 方程 (11), 可得到修正方程式, 用矩阵形式可表示为:

$$\begin{bmatrix} H & \nabla_x h(x) & \nabla_x g(x) & \nabla_x g(x) & 0 & 0 \\ \nabla_x^T h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla_x^T g(x) & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\ \nabla_x^T g(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & L & 0 & Z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U & 0 & W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \\ l \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_x \\ -L_y \\ -L_z \\ -L_w \\ -L_l^\mu \\ -L_u^\mu \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中:

$$H = - [ \nabla_x^2 f(x) - \nabla_x^2 h(x) y - \nabla_x^2 g(x) (z + w) ]$$

求解方程 (12) 得到第  $k$  次迭代的修正量, 于是最优解的一个新的近似为

$$\begin{aligned}
 x^{(k+1)} &= x^k + p \ x \\
 l^{(k+1)} &= l^k + p \ l \\
 u^{(k+1)} &= u^k + p \ u \\
 y^{(k+1)} &= y^k + d \ y \\
 z^{(k+1)} &= z^k + d \ z \\
 w^{(k+1)} &= w^k + d \ w
 \end{aligned} \tag{13}$$

其中:  $p, d$  分别为原变量和对偶变量的步长,

$$\begin{aligned}
 p &= 0.9995 \min \left\{ \min_i \left\{ \begin{aligned} &-\frac{l_i}{l_i}, \quad l_i < 0; \\ &\frac{-u_i}{u_i}, \quad u_i < 0 \end{aligned} \right. \right\}, \\
 d &= 0.9995 \min \left\{ \min_i \left\{ \begin{aligned} &-\frac{z_i}{z_i}, \quad z_i < 0; \\ &\frac{-w_i}{w_i}, \quad w_i > 0 \end{aligned} \right. \right\}, \\
 &(i = 1, 2, \dots, r)
 \end{aligned} \tag{14}$$

算法的具体步骤可见文献 [6]。

基于上文建立的数学模型,相应最优潮流问题的拉格朗日函数表示如下:

$$\begin{aligned}
 L = & \sum_{i \in S_G} [C_{pgi}(P_{Gi}) + C_{qgi}(Q_{Gi})] + \sum_{i \in S_C} C_{Ci}(Q_{Ci}) - \\
 & \sum_{i \in S_N} p_i (P_{Gi} - P_{Di} - V_i \sum_{j \in S_N} V_j Y_{ij} \cos \theta_{ij}) - \sum_{i \in S_N} q_i (Q_{Ri} - \\
 & Q_{Di} - V_i \sum_{j \in S_N} V_j Y_{ij} \sin \theta_{ij}) - \sum_{i \in S_G} z_{pi} (P_{Gi} - l_{pi} - P_{Gi}) - \\
 & \sum_{i \in S_G} w_{pi} (P_{Gi} - u_{pi} - \bar{P}_{Gi}) - \sum_{i \in S_R} z_{qi} (Q_{Ri} - l_{qi} - Q_{Ri}) - \\
 & \sum_{i \in S_R} w_{qi} (Q_{Ri} - u_{qi} - \bar{Q}_{Ri}) - \sum_{i \in S_N} \sum_{j \in S_N} z_{ij} (P_{ij} - l_{ij} - P_{ij}) - \\
 & \sum_{i \in S_N} \sum_{j \in S_N} w_{ij} (P_{ij} - u_{ij} - \bar{P}_{ij}) - \sum_{i \in S_N} z_{vi} (V_i - l_{vi} - V_i) - \\
 & \sum_{i \in S_N} w_{vi} (V_i - u_{vi} - \bar{V}_i) - Z_r (\sum_{i \in S_G} R_i - l_r - R_{min}) - \\
 & w_r (\sum_{i \in S_G} R_i - u_r - \bar{R}_r) - \sum_{i=1}^r l_i z_i + \sum_{i=1}^r u_i w_i \tag{15}
 \end{aligned}$$

根据微观经济学原理,上式拉格朗日函数中对应于节点功率平衡方程的拉格朗日乘子  $p_i, q_i$  分别为节点  $i$  处的有功无功边际价格,可以作为电力市场下的有功无功实时电价。

### 3 仿真计算

#### 3.1 算例

本文对 IEEE4-57 节点系统进行了仿真测试,编程语言采用 Matlab6.5,在 Pentium M-1.7 GHz 的计算机上进行,对目标函数取 4 种不同情况进行了比较:

- 1) 仅考虑发电机有功生产成本 ( $C_{gp}$ )。
- 2) 考虑发电机有功无功成本 ( $C_{gp} + C_{gq}$ )。
- 3) 考虑发电机有功成本和电容器投资 ( $C_{gp} + C_c$ )。

4) 包括发电机有功无功成本和电容器投资 ( $C_{gp} + C_{gq} + C_c$ )。

表 1 所示为 IEEE14 节点的发电机和电容器的台数、节点号。表 2 所示为 IEEE14 节点的数据结果,其中目标值的单位为 /hour,  $q_i$  的单位为 Mvar。图 1 表示的是 4 种情况下 IEEE14 节点的无功边际价格的变化情况。

计算中每台发电机的额定视在功率  $S_{Gi,max}$  取为 125 MVA,有功发电的利润率  $k$  取为 6%,电容器单位容量的投资成本  $l_c$  取为 11 600/Mvar,最大有功旋转备用因子  $f_i$  取 0.3,系统的最小旋转备用容量  $R_{min}$  取 0.5 (标么值),数据采集来自文献 [4, 5]。

#### 3.2 比较分析

从表 1 中所列 4 种情况下各节点的无功边际价格以及图 1 所示的变化曲线,可以清楚地看到目标函数中分别加入发电机的无功生产成本和电容器的投资成本后,各节点的无功边际价格比仅考虑发电机有功成本时有了显著的增加,考虑全部生产成本时又有一定的提高。并且电容器节点 3, 8 在考虑电容器投资成本后的无功边际价格有了明显的提高。这说明本文所提的无功定价模型涵盖了大部分的无功生产费用,使得各节点所提供的无功服务能够得到更为合理的补偿。根据实时电价理论,所得到的无功边际价格又能够提供足够的经济信息。

表 1 IEEE14 节点的主要数据

Tab 1 Main data of IEEE14 bus system		
	发电机	电容器
台数	3	2
节点号	1, 2, 6	3, 8

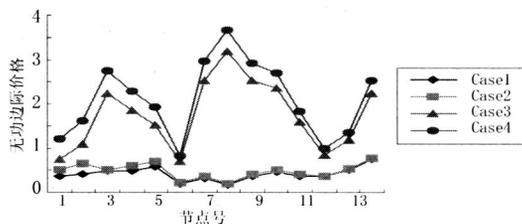


图 1 4 种情况下 IEEE14 系统的无功实时电价

Fig 1 Reactive power spot price of IEEE14 bus system in four cases

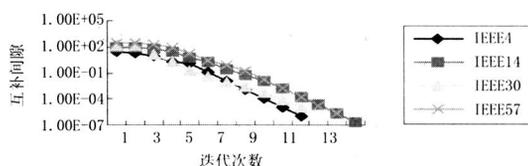


图 2 IEEE4-57 系统的收敛特性

Fig 2 Convergence curve of IEEE4-57 bus system

表 2 IEEE14测试结果数据

Tab 2 Test results of IEEE14 bus system

	Case1	Case2	Case3	Case4
目标函数	$C_{sp}$	$C_{sp} + C_{sq}$	$C_{sp} + C_c$	$C_{sp} + C_{sq} + C_c$
$C_{sp}$	197.433 6	197.434 9	197.472 7	197.476 3
$C_{sq}$		0.001 9		0.030 4
$C_c$			34.800 0	34.800 00
$q_1$	0.372 7	0.511 1	0.753 9	1.197 7
$q_2$	0.420 1	0.642 0	1.095 2	1.605 7
$q_3$	0.478 4	0.516 3	2.231 4	2.750 8
$q_4$	0.492 2	0.607 4	1.845 9	2.283 4
$q_5$	0.587 4	0.709 4	1.527 1	1.935 9
$q_6$	0.202 6	0.216 2	0.687 1	0.823 9
$q_7$	0.318 5	0.371 5	2.534 3	2.966 6
$q_8$	0.170 7	0.183 2	3.170 6	3.664 7
$q_9$	0.351 8	0.400 4	2.522 7	2.915 7
$q_{10}$	0.453 1	0.494 2	2.355 7	2.705 7
$q_{11}$	0.372 3	0.397 8	1.582 6	1.824 9
$q_{12}$	0.358 1	0.370 2	0.852 9	0.997 7
$q_{13}$	0.514 6	0.531 4	1.189 5	1.360 7
$q_{14}$	0.748 5	0.783 0	2.233 6	2.533 5

### 3.3 算法的性能分析

算法的性能可以从两方面考察,一是计算速度,一是收敛特性。表 3 所示为该算法对于 IEEE4-57 系统的计算时间,显示了较快的求解速度。

表 3 各测试系统计算时间

Tab 3 Calculation time of different test systems

测试系统	IEEE4	IEEE14	IEEE30	IEEE57
CPU - time	0.080 0	0.260 0	0.491 0	1.382 0

原始-对偶内点法中,互补间隙随迭代次数的变化反映了算法的收敛特性。IEEE4-57 系统在第四种情况下的收敛特性如图 2 所示。从图 2 中可看出互补间隙随迭代次数单调递减,且下降很快,从而说明了用原始-对偶内点法求解基于最优潮流的无功定价问题是行之有效的。

## 4 结论

本文提出了一种新的基于最优潮流的无功实时

定价模型,将无功发电机会成本和电容器的投资成本加入到目标函数中,同时加入发电机旋转备用的约束条件,对 IEEE4-57 节点系统进行了仿真测试,结果表明所得的无功实时电价既能涵盖大部分的无功生产费用又能提供足够的经济信息,并且采用原始-对偶内点法求解该模型快速有效。

### 参考文献:

- [1] 于尔铿,韩放,谢开. 电力市场 [M]北京:中国电力出版社,1998  
YU Er-keng, HAN Fang, XIE Kai Electricity Market [M]. Beijing: China Electric Power Press, 1998
- [2] Schweppe F C, Caramanis M C, Tabors R D, et al Spot Pricing of Electricity [M]. Kluwer Academic Publishers, 1988
- [3] Baughman M L, Siddiqi S N. Real Time Pricing of Reactive Power: Theory and Case Study Results [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1991, 6(2): 23-29.
- [4] Dai Y, Ni Y X, Wen F S, et al Analysis of Reactive Power Pricing under Deregulation [J]. IEEE Power Engineering Society Summer Meeting Washington: 2000.
- [5] Xie K, Song Y H, Stønham J, et al Decomposition Model and Interior Point Methods for Optimal Spot Pricing of Electricity in Deregulation Environments [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2000, 15(1): 39-50.
- [6] Wei H, Sasaki H, Kubokawa J, et al An Interior Point Nonlinear Programming for Optimal Power Flow Problems with a Novel Data Structure [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(3): 880-887.

收稿日期: 2004-11-05; 修回日期: 2005-03-02

作者简介:

臧雪飞(1978-),女,硕士研究生,研究方向为电力系统最优化应用; E-mail: xuefeizang@163.com

韦化(1954-),男,博士,教授,博士生导师,主要从事电力系统最优化方面的研究和教学工作。

## Discussion on reactive power pricing of power system based on optimal power flow

ZANG Xue-fei, WEI Hua

(School of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China)

**Abstract:** Developing an accurate and feasible method for reactive power pricing is important in electricity market. This paper puts forward a real-time reactive power pricing model based on OPF is proposed. The proposed model includes the reactive power production cost of generators and the investment cost of capacitors into the constrained conditions. With this model, the IEEE4-57 bus system is tested, and the obtained reactive power price can not only cover most production cost of reactive power but provide enough economic information.

This project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50467001), National Natural Science Foundation of Guangxi Province (No. 024009) and Major Item of Guangxi University.

**Key words:** power market; reactive power pricing; optimal power flow; primal-dual interior point method