

# 多机电力系统小扰动稳定分析的解耦降阶法

邵锐, 刘宪林, 王克文

(郑州大学电气工程学院, 河南 郑州 450002)

**摘要:** 提出了一种多机电力系统小扰动稳定分析的解耦降阶法。从  $n$  机系统状态方程出发推导出  $n$  个解耦单机系统的传递函数模型的解析形式; 在各解耦单机系统全阶闭环传递函数的基础上, 通过偶极子对消进一步得到各机组的降阶闭环传递函数; 基于降阶闭环传递函数可对各机组从而对整个多机系统的小扰动稳定性进行有效的分析。算例证实了本方法的正确性。

**关键词:** 电力系统; 小扰动稳定; 解耦; 降阶; 传递函数

**中图分类号:** TM712 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2005)08-0006-04

## 0 引言

在大型电力系统小扰动稳定计算中, QR 法可得到系统全部特征根, 但难以解决“维数灾难”问题, 而一些部分特征值分析方法虽然一定程度上解决了“维数灾难”问题, 但往往存在机电模式丢失现象<sup>[1-5]</sup>。

兼顾解决“维数灾难”和主要特征根丢失问题具有重要的工程意义。本文直接从多机系统状态方程出发推导完全解耦模型的传递函数表达式, 通过偶极子对消的方法得到各解耦单机系统全阶闭环传递函数的降阶形式, 基于这种解耦降阶模型可直观得到各机组的闭环主导极点。

## 1 多机电力系统的完全解耦模型

设发电机采用 6 阶模型, 励磁系统采用一阶惯性环节表示, 忽略调速系统作用, 则由  $n$  机系统以  $C_1 \sim C_{18}$  为线性化系数矩阵的线性化模型<sup>[6]</sup>可得:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX \\ Y = CX \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $X = [ \delta_1^T, \omega_1^T, E_q^T, E_d^T, E_q^T, E_d^T, E_f^T ]^T$ ;  $Y = [ M_1, M_2, \dots, M_n ]^T$ ;  $C = [ -C_1 \dots 0 \dots -C_2 \dots 0 \dots -C_{12} \dots 0 ]$ ;  $A$  为  $n \times n$  阶系统矩阵。

将式 (1) 改写为

$$\begin{cases} \dot{X} = A X + B U \\ Y = C X + D U \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $X$  为  $X$  划去第  $i$  和  $n+i$  个元素后的列向量;  $Y$  为  $Y$  的第  $i$  个元素, 即  $M_i$ ;  $A$  为  $A$  划去第  $i$  和  $n+i$  行、第  $i$  和  $n+i$  列后的矩阵;  $B$  为  $A$  的第  $i$  和  $n+i$  列

构成的矩阵划去第  $i$  和  $n+i$  行后的矩阵;  $C$  为  $C$  的第  $i$  行划去第  $i$  和  $n+i$  列后的行向量;  $D$  为  $C$  的第  $i$  行的第  $i$  和  $n+i$  列组成的行向量;  $U = [ \delta_i, \omega_i ]^T$ 。

由式 (2) 可得第  $i$  台机组合成力矩增量为  $M_i$ :

$$M_i = G_{ii}(s) \delta_i + G_{\omega i}(s) \omega_i = [G_{ii}(s) + G_{\omega i}(s) s / N] \delta_i = \bar{H}_i(s) \delta_i \quad (3)$$

式中:  $\bar{H}_i(s) = -[G_{ii}(s) + G_{\omega i}(s) s / N]$ ,  $G_{ii}(s) = M_i / \delta_i$ ,  $G_{\omega i}(s) = M_i / \omega_i$  分别是  $M_i$  对于本机功角  $\delta_i$  和角速度  $\omega_i$  的传递函数。

式 (3) 表明, 各发电机组的力矩增量可等效地看作仅与本机的功角增量相关, 即就力矩增量与功角增量的关系而言, 各发电机组是完全解耦的。

第  $i$  台机组的转子运动方程为:

$$T_{Ji} s^2 \delta_i = \Delta M_i \quad (4)$$

式中:  $G_i(s) = N / T_{Ji} s^2$

将式 (3) 与式 (4) 联立即得完全解耦的单机等效二阶系统模型, 如图 1 所示。

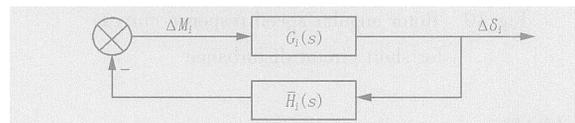


图 1 完全解耦单机系统

Fig 1 Completely decoupled single-machine system

## 2 基于完全解耦模型的小扰动稳定分析

由图 1 可以得各机组的闭环传递函数为:

$$G_{ci}(s) = \frac{G_i(s)}{1 + G_i(s) \bar{H}_i(s)} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

由式 (5) 可方便地解得第  $i$  台机组的闭环零点, 从而可以判断各机的稳定性和动态性能。

由于每台机组都是组成多机系统的一个子系

基金项目: 国家自然科学基金资助 (50177028)

统,由此可推知各解耦单机系统的特征方程从而闭环极点应该相同;由于各机组的动态性能甚至稳定性能不同,由此可推知各机组的闭环零点不同。计算实践不仅证明了上述推测,还展现出了一种有趣

的现象:每个单机系统闭环传递函数都存在大量的偶极子,近似将这些偶极子抵消后,便得到降阶闭环传递函数。

表 1 6机系统各解耦单机系统的闭环零极点

Tab 1 Closed-loop zeros and poles of each decoupled single-machine system of six-machine system

| 极点<br>编号    | 系统闭环极点     |           | 零点<br>编号      | 各机闭环零点     |            |            |            |            |            |
|-------------|------------|-----------|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|             | 闭环极点       | 强相关<br>机组 |               | #1机        | #2机        | #3机        | #4机        | #5机        | #6机        |
| $p_{1,2}$   | - 0.237 ±  | #1        | $z_{i,1,2}$   | - 0.293 ±  | - 0.229 ±  | - 0.269 ±  | - 0.148 ±  | - 0.303 ±  | - 0.275 ±  |
|             | j5.612     |           |               | j3.933     | j5.612     | j6.784     | j2.359     | j5.795     | j5.748     |
| $p_{3,4}$   | - 0.363 ±  | #2        | $z_{i,3,4}$   | - 0.353 ±  | - 0.235 ±  | - 0.360 ±  | - 0.363 ±  | - 0.378 ±  | - 0.345 ±  |
|             | j11.799    |           |               | j11.619    | j3.706     | j11.785    | j11.796    | j11.489    | j10.514    |
| $p_{5,6}$   | - 0.368 ±  | #4        | $z_{i,5,6}$   | - 0.377 ±  | - 0.362 ±  | - 0.032 ±  | - 0.355 ±  | - 0.346 ±  | - 0.342 ±  |
|             | j7.439     |           |               | j7.735     | j7.445     | j3.051     | j5.943     | j7.481     | j7.54      |
| $p_{7,8}$   | - 0.352 ±  | #5        | $z_{i,7,8}$   | - 0.361 ±  | - 0.339 ±  | - 0.327 ±  | - 0.369 ±  | - 0.181 ±  | - 0.345 ±  |
|             | j10.482    |           |               | j10.325    | j10.741    | j10.306    | j10.277    | j2.330     | j10514     |
| $p_{9,10}$  | 0.147 ±    | #6        | $z_{i,9,10}$  | 0.147 ±    | 0.146 ±    | 0.147 ±    | 0.150 ±    | 0.147 ±    | - 0.017 ±  |
|             | j23.701    |           |               | j23.7      | j23.683    | j23.687    | j23.639    | j23.669    | j1.779     |
| $p_{11,12}$ | - 10.404 ± | #1        | $z_{i,11,12}$ | - 10.395 ± | - 10.404 ± | - 10.403 ± | - 10.404 ± | - 10.403 ± | - 10.403 ± |
|             | j18.366    |           |               | j18.368    | j18.366    | j18.366    | j18.366    | j18.366    | j18.365    |
| $p_{13}$    | - 29.623   | #1        | $z_{i,13}$    | - 29.625   | - 29.623   | - 29.623   | - 29.632   | - 29.623   | - 29.623   |
| $p_{14}$    | - 15.686   | #2        | $z_{i,14}$    | - 15.678   | - 15.783   | - 15.683   | - 15.678   | - 15.682   | - 15.684   |
| $p_{15,16}$ | - 15.391 ± | #6        | $z_{i,15,16}$ | - 15.389 ± | - 15.397 ± | - 15.389 ± | - 15.382 ± | - 15.39 ±  | - 15.389 ± |
|             | j1.691     |           |               | j1.688     | j1.681     | j1.693     | j1.695     | j1.689     | j1.714     |
| $p_{17}$    | - 14.486   | #1        | $z_{i,17}$    | - 14.536   | - 14.538   | - 14.517   | - 14.514   | - 14.51    | - 14.5     |
| $p_{18,19}$ | - 12.72 ±  | #4        | $z_{i,18,19}$ | - 12.708 ± | - 12.751 ± | - 12.711 ± | - 12.982 ± | - 12.89 ±  | - 12.713 ± |
|             | j4.371     |           |               | j4.37      | j4.314     | j4.383     | j4.398     | j4.376     | j4.349     |
| $p_{20,21}$ | - 12.858 ± | #3        | $z_{i,20,21}$ | - 12.862 ± | - 12.807 ± | - 12.875 ± | - 12.86 ±  | - 12.964 ± | - 12.837 ± |
|             | j3.146     |           |               | j3.155     | j3.156     | j3.091     | j3.116     | j2.955     | j3.146     |
| $p_{22,23}$ | - 11.633 ± | #5        | $z_{i,22,23}$ | - 11.635 ± | - 11.666 ± | - 11.592 ± | - 11.509 ± | - 11.664 ± | - 11.693 ± |
|             | j4.855     |           |               | j4.839     | j4.909     | j4.887     | j4.696     | j5.098     | j4.895     |
| $p_{24}$    | - 7.163    | #4        | $z_{i,24}$    | - 7.178    | - 7.884    | - 7.133    | - 6.062    | - 7.185    | - 7.259    |
| $p_{25}$    | - 6.749    | #2        | $z_{i,25}$    | - 6.747    | - 6.996    | - 6.712    | - 6.759    | - 6.949    | - 6.745    |
| $p_{26,27}$ | - 5.829 ±  | #3        | $z_{i,26,27}$ | - 5.885,   | - 5.966,   | - 6.199 ±  | - 5.975 ±  | - 5.995,   | - 5.892 ±  |
|             | j0.389     |           |               | - 5.638    | - 5.243    | j0.948     | j0.793     | - 5.439    | j0.333     |
| $p_{28}$    | - 5.022    | #6        | $z_{i,28}$    | - 5.014    | - 4.958    | - 5.051    | - 5.041    | - 5.002    | - 4.098    |
| $p_{29}$    | - 3.794    | #5        | $z_{i,29}$    | - 3.779    | - 3.769    | - 3.843    | - 3.776    | - 3.483    | - 3.771    |
| $p_{30}$    | - 3.349    | #2        | $z_{i,30}$    | - 3.356    | - 2.915 +  | - 3.341    | - 3.438    | - 3.398    | - 3.364    |
|             |            |           |               |            | j0.09      | - 2.915 -  | - 2.793    | - 3.337    | - 2.972    |
| $p_{31}$    | - 2.829    | #6        | $z_{i,31}$    | - 2.833    | - 1.873    | - 1.867    | - 1.944    | - 1.873    | - 0.129    |
| $p_{32}$    | - 1.857    | #4        | $z_{i,32}$    | - 1.869    | - 0.608    | - 0.602    | - 0.603    | - 0.603    | - 0.601    |
| $p_{33}$    | - 0.602    | #2        | $z_{i,33}$    | - 0.601    | - 0.511    | - 0.511    | - 0.511    | - 0.514    | - 0.511    |
| $p_{34}$    | - 0.511    | #5        | $z_{i,34}$    | - 0.511    | - 0.167    | - 0.167    | - 0.167    | - 0.167    | - 0.167    |
| $p_{35}$    | - 0.167    | #1        | $z_{i,35}$    | - 0.167    | - 0.158    | - 0.142    | - 0.136    | - 0.144    | - 0.143    |
| $p_{36}$    | - 0.141    | #2        | $z_{i,36}$    | - 0.140    | - 0.125,   | - 0.124 ±  | - 0.122,   | - 0.131 ±  | - 0.123,   |
| $p_{37,38}$ | - 0.124 ±  | #6        | $z_{i,37,38}$ | - 0.111    | - 0.111    | - 0.118    | - 0.111    | - 0.111    | - 1.50 ±   |
|             | j0.009     |           |               | - 0.111    | j0.007     | - 0.118    | j0.022     | - 0.111    | j0.858     |
| $p_{39}$    | - 0.100 07 | #3        | $z_{i,39}$    | - 0.100 05 | - 0.099 9  | - 0.100 4  | - 0.099 9  | - 0.100 08 | - 0.100 02 |
| $p_{40}$    | 0.004 13   | #5        | $z_{i,40}$    | 0.004 54   | 0.006 55   | 0.005 07   | 0.004 79   | - 0.016 0  | 0.006 67   |
| $p_{41,42}$ | 0          | —         | —             | —          | —          | —          | —          | —          | —          |

注:闭环零点的下角标  $i$  表示机组编号。

解耦单机系统的降阶闭环传递函数的主导极点在机组的动态过程中起主导作用。各机组的闭环主导极点,若从特征根分析的角度看其实就是与该机组强相关的特征根,这已被计算实践所证实。根据各机组闭环主导极点的阻尼比的正负和大小,可以简便直观地判断出多机系统中的不稳定或弱稳定机组,同时表明了需进行控制器校正或安装 PSS 的机组。除了闭环传递函数主导极点之外,解耦单机系统的降阶闭环传递函数还提供了闭环零点,与特征根法相比,它在系统动态性能方面包含的信息更为丰富。

### 3 算例

现给出某 6 机系统算例<sup>[6]</sup>的计算结果。各解耦单机系统的闭环传递函数均为 42 阶且特征方程相同。显然,它就是该 6 机系统的特征方程,其极点就是 6 机系统的特征根,计算证实,这些极点与 QR 法得到的特征值完全一致。表 1 列出各解耦单机系统的全部闭环零极点,各解耦单机系统的极点都相等,如第 2 列所示;各解耦单机系统的零点各不相同,分别如第 4~10 列所示。同时给出了由相关因子法所确定的特征根强相关机组(第 3 列)。由表 1 可见,系统存在位于右半复平面的闭环极点  $p_{9,10}$  和  $p_{40}$ ,由此可知该 6 机系统不稳定。

记闭环实数极点  $p_j = p_j$ , 共轭极点  $p_{j+1} = p_j \pm j p_j$ , 第  $i$  台机组的闭环实数零点  $z_{i,j} = z_{i,j}$ , 共轭零点  $z_{i,j+1} = z_{i,j} \pm j z_{i,j}$ 。另记  $\frac{2}{p_j} = \frac{2}{p_j} + \frac{2}{p_j}$ ,  $\frac{2}{z_{i,j}} = \frac{2}{z_{i,j}} + \frac{2}{z_{i,j}}$ 。通过偶极子对消,可得 6 台机组的降阶闭环传递函数为:

$$G_{c1} \frac{s^2 - 2 z_{1,1} s + \frac{2}{z_{1,1}}}{s^2 - 2 p_1 s + \frac{2}{p_1}} = \frac{s^2 + 0.586s + 15.55}{s^2 + 0.474s + 31.55} \quad (6)$$

$$G_{c2} \frac{s^2 - 2 z_{2,3} s + \frac{2}{z_{2,3}}}{s^2 - 2 p_3 s + \frac{2}{p_3}} = \frac{s^2 + 0.47s + 13.79}{s^2 + 0.726s + 139.35} \quad (7)$$

$$G_{c3} \frac{s^2 - 2 z_{3,1} s + \frac{2}{z_{3,1}}}{s^2 - 2 p_1 s + \frac{2}{p_1}} \times \frac{s^2 - 2 z_{3,5} s + \frac{2}{z_{3,5}}}{s^2 - 2 p_5 s + \frac{2}{p_5}} =$$

$$\frac{s^2 + 0.538s + 46.095}{s^2 + 0.474s + 31.55} \times \frac{s^2 + 0.064s + 9.31}{s^2 + 0.736s + 55.47} \quad (8)$$

$$G_{c4} \frac{s^2 - 2 z_{4,1} s + \frac{2}{z_{4,1}}}{s^2 - 2 p_1 s + \frac{2}{p_1}} \times \frac{s^2 - 2 z_{4,5} s + \frac{2}{z_{4,5}}}{s^2 - 2 p_5 s + \frac{2}{p_5}} \times$$

$$\frac{s - z_{4,24}}{s - p_{24}} = \frac{s^2 + 0.296s + 5.59}{s^2 + 0.474s + 31.55} \times$$

$$\frac{s^2 + 0.71s + 35.45}{s^2 + 0.736s + 55.47} \times \frac{s + 6.062}{s + 7.163} \quad (9)$$

$$G_{c5} \frac{s^2 - 2 z_{5,7} s + \frac{2}{z_{5,7}}}{s^2 - 2 p_7 s + \frac{2}{p_7}} \times \frac{s - z_{7,40}}{s - p_{40}} =$$

$$\frac{s^2 + 0.362s + 5.46}{s^2 + 0.704s + 110} \times \frac{s + 0.016}{s - 0.00413} \quad (10)$$

$$G_{c6} \frac{s^2 - 2 z_{6,9} s + \frac{2}{z_{6,9}}}{s^2 - 2 p_9 s + \frac{2}{p_9}} \times \frac{s - z_{9,28}}{s - p_{28}} \times \frac{s - z_{9,32}}{s - p_{32}} \times$$

$$\frac{s^2 - 2 z_{6,37} s + \frac{2}{z_{6,37}}}{s^2 - 2 p_{37} s + \frac{2}{p_{37}}} = \frac{s^2 + 0.034s + 3.165}{s^2 - 0.294s + 565.6} \times$$

$$\frac{s + 4.098}{s + 5.022} \times \frac{s + 0.129}{s + 1.857} \times \frac{s^2 + 3s + 2.986}{s^2 + 0.248s + 0.015} \quad (11)$$

由式(6)~(11)可以看出,不稳定极点对  $p_{9,10}$  只在 6 机的降阶闭环传递函数中存在,表明该极点与 6 机强相关,6 机将周期性发散失步;不稳定极点  $p_{40}$  只在 5 机的降阶闭环传递函数中存在,表明该极点与 5 机强相关,5 机将非周期性发散失步;其余机组的主导极点均为稳定极点,可近似认为这些机组是稳定的。可见,各解耦单机系统降阶闭环传递函数中保留的极点与相关因子法所得结论相一致。

解耦降阶法简便易行,且具有系统信息丰富的特点。它不仅可以得到系统全部极点,还可以求得各解耦单机系统的全部零点,提供了机组动态特性的全部信息;不会出现系统极点丢失现象;降阶闭环传递函数中含有不稳定主导极点的机组显然应是采取措施改进稳定性的机组;降阶闭环传递函数阶数低,基于其进行控制器或附加控制器设计简洁方便。

### 4 结论

从  $n$  机系统状态方程出发推导建立了  $n$  个解耦单机系统传递函数模型的解析形式,并通过偶极子对消得到各机组的降阶闭环传递函数。降阶闭环传递函数包含解耦单机系统动态特性的全部信息。从所有解耦单机系统的降阶闭环传递函数可对多机系统的整体稳定性以及不稳定机组作出判断。本方法不会出现特征根丢失现象。

### 参考文献:

- [1] Rouco L, Perez-Arriaga IJ. Multi-area Analysis of Small-Signal Stability in Large Electric Power System by SMA [J]. IEEE Trans on PWRS, 1993, 8(3): 1257-1265.
  - [2] 刘晓鹏,吕世荣,郭强,等.小干扰稳定性部分特征值分析的多重变换法[J].电力系统自动化,1998,22(9):38-42.
- L U Xiao-peng, L üShi-rong, GUO Qiang, et al A Multiple Cayley Transformation Method for Analyzing Partial

- Eigenvalues of Power System Small Signal Stability [J]. Automation of Electric Power Systems, 1998, 22 (9): 38-42.
- [3] 赵书强,常鲜戎,等. 基于部分惯量中心等值的多机系统特征值计算 [J]. 电力系统自动化, 1998, 22 (9): 43-45.  
ZHAO Shu-qiang, CHANG Xian-rong, et al A Partial Center of Inertia Transformation Based Method for Calculating Eigenvalues of Multimachine Power System [J]. Automation of Electric Power Systems, 1998, 22 (9): 43-45.
- [4] Omer B, Awed M. Power System Stability through Eigenvalues Analysis [J]. Adv Model Anal C, 2003, 58 (3-4): 1-9.
- [5] 李晓蕾,刘宪林,等. 基于模糊聚类分析的多机系统特征值计算 [J]. 电力自动化设备, 2003, 23 (1): 76-78  
LI Xiao-lei, LU Xian-lin, et al Multimachine Power System Eigenvalue Calculation Based on Fuzzy Clustering Analysis [J]. Electric Power Automation Equipment, 2003, 23 (1): 76-78
- [6] 刘宪林. 基于同步机和水系统详细模型的电力系统小扰动稳定研究 (博士学位论文) [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2002  
LU Xian-lin Power System Small Signal Stability Study Using Detailed Model of Synchronous Machine and Hydraulic System, Doctoral Dissertation [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2002

收稿日期: 2004-08-25; 修回日期: 2004-09-22

作者简介:

邵锐 (1977 - ), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力系统分析与控制; E-mail: shaorui@gs.zzu.edu.cn

刘宪林 (1955 - ), 男, 教授, 主要从事电力系统分析与控制的教学与研究工作;

王克文 (1964 - ), 男, 副教授, 主要从事电力系统分析和稳定研究。

### Decoupling and reducing-order method for small signal stability analysis of multimachine power system

SHAO Rui, LU Xian-lin, WANG Ke-wen

(College of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** A decoupling and reducing-order method is brought forward to analyze small signal stability of multimachine power system. Resolution forms of transfer function model for  $n$  decoupled single-machine system are calculated using the state equation of  $n$ -machine system. From full-order closed-loop transfer function of each decoupled single-machine system, reducing-order closed-loop transfer functions for each machine are obtained by the pole-zero cancellations. Using reducing-order closed-loop transfer function, small signal stability of each machine even the whole multimachine system is analyzed efficiently. The example confirms the validity of this method.

This project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50177028).

**Key words:** electric power system; small signal stability; decoupling; reducing-order; transfer function

(上接第 5 页 continued from page 5)

李啸骢 (1959 - ), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为控制系统计算机辅助设计、电力系统动态仿真及计算机实时控制、电力系统非线性控制、电力系统预测控制;

韦化 (1954 - ), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力系统分析计算、内点算法在电力系统中的应用、电力系统控制。

### Design of nonlinear predictive excitation control based on MAC

LU Hui, LI Xiao-cong, WEI Hua

(Guangxi University, Nanning 530004, China)

**Abstract:** A novel scheme for the design of nonlinear system control is proposed in this paper. By employing the principle of Model Algorithmic Control (MAC) in predictive control theory and introducing the deviation integral term of the terminal voltage, a nonlinear predictive excitation control is obtained based on MAC for the single-machine infinite system. The results of simulation show that the scheme can not only solve effectively the deviation problem of terminal voltage caused by the step disturbance of the prime mover, but also, it can improve both power angle stability and dynamic characteristic of the generator terminal voltage.

This project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50467001).

**Key words:** nonlinear predictive control; model algorithmic control; excitation control