

## 剔除奇异点的电网谐波分析方法研究

郝丽丽<sup>1</sup>, 徐群<sup>2</sup>

(1. 南京工业大学自动化学院, 江苏 南京 210009; 2. 淮海大学电气工程学院, 江苏 南京 210000)

**摘要:** 随着电力系统中非线性负荷的不断增长, 电网中的谐波干扰也越来越复杂, 需要对其进行监测和分析, 进而提出具体的治理方案。该文介绍了一种基于小波变换和快速傅里叶变换相结合分析谐波信号的方法。用小波变换监测并剔除信号的奇异点, 对由小波变换得到的低频信号用快速傅里叶变换进行频谱分析, 并与传统的谐波分析方法进行仿真比较, 取得了较满意的结果。

**关键词:** 谐波监测; 快速傅里叶变换; 小波变换; 奇异

**中图分类号:** TM714 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2005)06-0001-05

### 0 引言

随着电子控制设备的广泛应用, 电能质量问题受到越来越多的关注。谐波, 作为电能质量的一个重要方面, 随着非线性负荷的日益增长, 为了监测系统状态、抑制谐波干扰, 对其进行准确测量成为一个关键性的问题。电力系统组成结构纷繁复杂、运行工况多种多样, 电网信号中存在大量谐波和突变信号。另外, 谐波信号含量小、变化大, 对于不同用户和电网的不同运行方式呈现出不同的变化特征, 因此电力系统谐波测量具有一定的复杂性。

在谐波测量谐波分析中, 主要采用基于快速傅里叶变换 (FFT-Fast Fourier Transform)、短时傅里叶变换 (STFT-Short Time Fourier Transform) 和小波变换 (WT-Wavelet Transform) 的方法。傅里叶变换信号分析方法有很好的频率分辨率, 是分析信号的重要工具, 但由于傅里叶变换是对整个时间段的积分, 整个时间轴定义的信号对每一个频率分量都有贡献, 无法给出某段时间内信号的频谱分布情况, 也无法确定振幅和频率冲击性变化点 (间断点) 的位置及冲击性变化持续的时间, 时间分辨率几乎为零。短时傅里叶变换是在傅里叶变换的基础上发展而来的, 把信号划分成许多小的时间间隔, 再用傅里叶变换分析每一个时间间隔, 以便确定该时间间隔内所包含的信号频率。对于主频为低频的平稳信号, 波形变化比较平缓, 此时要求有较高的频率分辨率, 短时傅里叶变换能够满足要求; 然而, 对于主频为高频的非平稳信号, 波形变化比较剧烈, 此时要求有较高的时间分辨率, 在这种情况下短时傅里叶变换仍然使用一个固定窗口来进行分析, 很难达到要求。近几年来发展的小波变换方法具有很好的时频局部化

特点, 它的时频窗口大小将随着分析频率的变化而变化。它通过采用不同的分析尺度, 可以聚焦到信号的细节, 特别适合于谐波分析中幅值或频率随时间冲击性变化的畸变波形的分析。但它在频谱分析过程中, 不可避免地产生频带重叠现象, 无法准确地确定信号所包含的真实频率及信号能量的分布情况。从提高系统信号监测的准确性、确定突发信号起止时间的角度来说, 小波变换具有较大优势。但是从实际出发, 为了满足现阶段国际或国内的谐波标准 (需要测出各电压等级下各次谐波成分的含有率), 傅里叶变换不可忽视。为了整合上述不同方法的优势, 本文对剔除奇异点监测电网谐波的方法进行了初步的研究, 并与传统的谐波分析方法进行了仿真比较。

### 1 小波变换与信号奇异性监测的联系

突变信号可大体分为两类: 边缘跳变和峰值跳变。其中, 边缘跳变可视为信号在跳变时刻叠加了一个阶跃函数, 而峰值跳变可视为在突变时刻叠加了一个脉冲函数。我们称信号发生突变的时刻为信号的奇异点, 称信号在该点具有奇异性, 即该处间断或某阶导数不连续。在信号的奇异性分析中, 信号的奇异程度是不同的, 有强、弱的区别。傅里叶变换是研究函数奇异性的基本工具, 但它只能确定信号是否具有奇异和奇异性的强弱, 而不能确定奇异点的分布情况及奇异点的位置。由于小波变换理论在时域和频域具有良好的局部化或近似局部化性质, 因此用小波变换进行信号的奇异性检测更具完备性<sup>[1,2]</sup>。

#### 1.1 小波变换和信号突变的联系

当实函数  $f(t)$  为光滑函数, 设尺度为  $a$ , 其伸缩

函数为:

$$a(t) = \frac{1}{a} \left( \frac{t}{a} \right) \quad (1)$$

光滑函数的能量通常集中于低频段,因此  $f(t)$  也可以看作是一个低通滤波器的脉冲响应。如果选择小波函数为光滑函数的一阶导数,即  $\psi(t) = \frac{d}{dt} a(t)$ ,将式(1)代入,这时小波变换可以写作

$$W_a f(t) = f(t) \cdot \psi_a(t) = f(t) \cdot \left( a \frac{d}{dt} a(t) \right) = a \frac{d}{dt} (f(t) \cdot a(t)) \quad (2)$$

即小波变换  $W_a f(t)$  可表示成信号  $f(t)$  在尺度  $a$  下被  $\psi_a(t)$  平滑后的一阶导数,可以看出:对于某一特定的尺度  $a$ ,  $f(t)$  的突变点对应着  $W_a f(t)$  的局部极值点。而  $\psi_a(t)$  是可微的,若  $\psi_a(t)$  的等效宽度足够小,则  $W_a f(t)$  的极值点的位置应出现在  $f(t)$  的模极大值点附近。当  $a$  趋近于 0,  $\psi_a(t)$  的等效宽度趋近于 0,此时  $\psi_a(t)$  趋近于  $\delta$  函数。这就是小波变换的时域局部性,也是小波变换的模极大值特征提取的依据。如果选择小波为光滑函数的一阶导数,则可以由小波变换  $W_a f(t)$  的局部极大模值点监测到信号  $f(t)$  的突变点。这就是小波变换用于信号突变监测的基本原理<sup>[3]</sup>。

### 1.2 李氏指数 (Lip schitz exponent 简记 L. E)

数学上通常采用李氏指数来描述信号奇异性,也就是信号的奇异性监测理论。

定义:设  $0 < a < 1$ ,在  $t_0$  点若存在常数  $k$ ,对  $t_0$  的邻域  $I$  使得下式成立

$$|f(t) - f(t_0)| \leq k |t - t_0|^a \quad (3)$$

则称函数  $f(t)$  在  $t_0$  处的 L. E 为  $a_0$

如果  $a=1$ ,则函数  $f(t)$  在  $t_0$  点是可微的,称函数  $f(t)$  在  $t_0$  点没有奇异性。如果  $a=0$ ,则函数  $f(t)$  在  $t_0$  是间断的。 $a$  越大,说明奇异函数  $f(t)$  越接近规则,奇异性越小; $a$  越小,说明奇异函数  $f(t)$  在  $t_0$  点的变化越尖锐,奇异性越大。

信号或函数的奇异性可用其李氏指数来刻画,其数值可通过小波变换模极大值在多尺度上的数值表示出来。可以证明当  $t$  在区间  $[t_1, t_2]$  中时,如果有  $|W T_a x(t)| \leq K a$ ,即:

$$\lg |W T_a x(t)| \leq \lg K + \lg a \quad (4)$$

则  $x(t)$  在区间  $[t_1, t_2]$  中为均匀 Lip schitz  $a_0$ 。式中  $K$  是一个与所用  $\psi(t)$  有关的常数。当  $a=2^j$  时,上式可化为:

$$\lg |W T_{2^j} x(t)| \leq \lg K + j \quad (5)$$

式中:  $j$  这一项把小波变换的尺度特征  $j$  与 Lip schitz 指数联系起来。式(5)给出小波变换的对数值随小波函数尺度(也就是  $j$ )或 Lip schitz 指数的变化规律。

## 2 剔除奇异点监测谐波方法

### 2.1 基本原理

电力设备正常运行时发出的电磁信号较为平稳,一旦出现状态异常必然含有突变信号或高频谐振干扰。运用小波分解和重构可以将信号的高频和低频部分分别进行处理,对于包含噪音和奇异信息的高频成分,利用小波变换确定信号突变点和高频谐振的发生时刻及幅值;对于低频成分可以通过 FFT 确定各次谐波的含量。这样,结合小波变换与傅里叶变换的优势,不但可以监测到信号突变的发生时刻,而且,由于小波分解,信号中的大部分噪音和奇异已经剔除,不会将干扰信号的能量混入到其它频谱中,提高了频域分析的精确度,满足了测量各次谐波含有率标准的要求。根据以上说明,设计了如下剔除奇异点监测谐波的方法,对谐波信号进行分析。

#### 2.1.1 采样频率的选取

由于分析重点不同,对信号采样频率的要求也不一样。本文主要是针对谐波测量中的问题进行研究,因此以谐波测量的要求为主。假设通过分析希望得到基波及最高为  $s_n$  次谐波的幅值,那么根据采样定理,在进行 FFT 时离散信号的采样频率  $f_{sr}$  不能低于  $2 \times 50 \times s_n$ 。因为 FFT 所分析的对象是来自于小波的低频重构部分,所以,进行小波分解的信号采样频率  $f_{sw}$  不能低于  $2 \times (2 \times 50 \times s_n)$  (当用小波重构的第一层进行 FFT 时  $f_{sw}$  等于该值)。考虑到采样频率越高,对设备的性能要求越高;采样数据越多,计算量越大,时间延迟越长等因素,本文选择小波重构的第一层进行 FFT。另外,为了避免“混叠现象”,减少频谱泄露,在采样过程中应加入前置低通滤波器,同时尽量满足整周期采样。

#### 2.1.2 选择小波函数

小波函数的种类很多,用不同的小波函数分析同一个问题结果会不同。选择小波的依据是:时域中小波函数和被分析信号具有相似性;频域中小波函数的功率谱与被分析信号的功率谱相匹配。二者的相似度越高,分析效果越好。大量的研究成果表明,样条函数在奇异点的监测中具有很大的优

势<sup>[3]</sup>。对于本文,我们希望实现时域定位精确,同时尽量减小计算量,经过反复试验,发现采用三次样条函数作为小波函数时效果比较理想。

### 2.1.3 判断奇异点

第一步:在3个相邻尺度下对电流信号进行小波分解,并根据实际要求将近似和细节重构部分数值存入数组。

第二步:检测此3个尺度下细节小波参数  $WT_{di}(a, t)$  的极值  $|WT_{di}(a, t)|_{\max}$ 。如果在此相邻两尺度的相应位置处均有局部极值,且其值不低于某设定值,则此点便被认为是奇异点的候选点。在电力系统中,设定值应根据各地的电压等级、电网容量、设备情况及监测要求来具体设置。

第三步:为了避免相邻奇异点在电流曲线上相互影响,采用一定隔离算法。

第四步:每一个候选点经隔离步骤后,计算其中两尺度下  $|WT_{di}(a, t)|_{\max}$  的比值  $K(a_1, a_2)$ 。将此计算结果与式(4)中的理论值作一比较。如果计算得的  $K$  值与理论值相差小于一定的限值,则该候选点被确认为是奇异点,否则抛弃。由于这一步只对初步选出的候选点进行计算,所以计算量不会很大。整定值的设定应该由大量的分析计算和现场实验得到,由于时间和技术的关系,本文只是利用 Matlab 进行了数字仿真,对于模型进行分析,并由此得出一个理论上的结论。

### 2.1.4 用小波的低频重构部分进行 FFT

将小波变换后近似部分数据取出,进行快速傅里叶变换,分辨出电流信号中各次谐波的含有率。

## 3 剔除奇异点监测谐波方法的 Matlab 仿真检验

### 3.1 原始仿真对象的选取及其 FFT

我们选取一组由基波及 2~50 次谐波分量组成的正弦电流信号作为原始的仿真对象,忽略相位影响,电流工频  $f_1$  为 50 Hz。最高频率是 50 次谐波,即 2500 Hz。按照采样定理,采样频率应不低于 5000 Hz。为了和后面的分析进行对比,选取采样频率为 10000 Hz。在测量谐波次数时,我国国标没有对间谐波进行规定,因此,一般情况下只对基频的整数次谐波进行监测,也就是在频域中的分辨率至少要达到 50 Hz。要想满足该条件,在用矩形窗对信号截断时,数据的有效长度必须满足:

$$\frac{2f_s}{N} < 50 \quad \text{即} \quad N > 400$$

这里取电流波形的 3 个整周期为研究对象,即实际采样时间为 0.06 s,离散信号的有效长度  $N = 600$ 。合成后波形如图 1(a)所示。发现电流信号中存在着幅值较大的谐波。对该电流信号进行 FFT,频谱分布如图 1(b)所示。经快速傅里叶变换后,将基波及各整数次谐波的频域幅值保存为数组  $X(i)$ 。

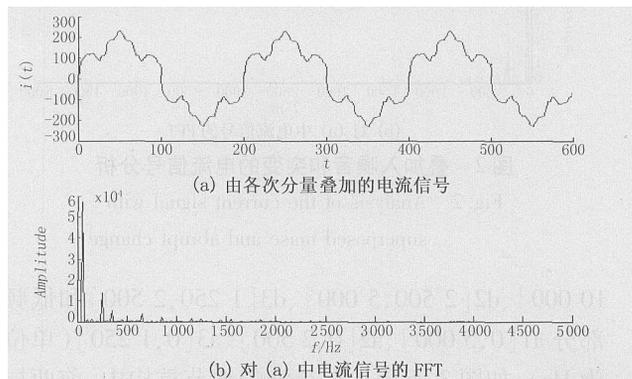


图 1 仿真对象的原始样本分析

Fig 1 Original sample analysis of simulated object

### 3.2 叠加干扰的仿真对象及其 FFT

在  $t = 0.0265$  s,即在时轴的 265 时刻加入一个幅值为 100 的瞬时扰动信号,使电流信号中产生一个奇异点。另外,在实际应用中,信号中都或多或少的存在噪音,因此,这里给电流信号叠加入高斯白噪声  $n(t)$ 。合成后的总电流  $i(t)$  波形如图 2(a)所示。按照目前传统的谐波分析方法,即对信号在有效采样区间上用 FFT 进行谐波分析,得到的频域分析结果如图 2(b)所示。基波及各整数次谐波的频域幅值保存为数组  $X_{in}(i)$ 。

结果显示,频域中不仅包含整数次谐波,还混有间谐波成分;频谱中产生了高于 50 次的谐波成分;对照  $X(i)$  与  $X_{in}(i)$ ,发现混入噪音和突变信号后电流的频域幅值总体有所增加,但由于奇异信号的能量很小,所以经过 FFT 后,幅值变化不是十分明显,无法断定奇异的发生。这说明:噪音和奇异信号的能量已经混入到整个频谱当中;奇异信号的能量较小无法用 FFT 对其进行判断,确定信号是否具有奇异和奇异性的强弱;即使奇异能量较大,由于 FFT 缺乏空间局部性,该方法也只能提供一维信号在时间轴上的全局奇异性,难以确定奇异点的时域位置。

### 3.3 用剔除奇异点监测谐波的方法对电流信号进行分析

选择三次样条函数作为小波函数,对叠加有噪音和突变的电流信号进行小波变换。本实验进行了三层小波分解和重构,分别是高频部分  $d1[5000,$

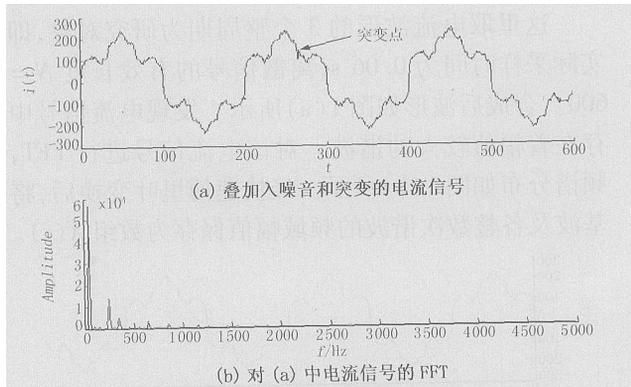


图 2 叠加入噪声和突变的电流信号分析

Fig 2 Analysis of the current signal with superposed noise and abrupt change

10 000]、 $d2[2\ 500, 5\ 000]$ 、 $d3[1\ 250, 2\ 500]$ 和低频部分  $a1[0, 5\ 000]$ 、 $a2[0, 2\ 500]$ 、 $a3[0, 1\ 250]$  (单位为 Hz),如图 3所示。在小波的细节重构中,前两层高频部分  $d1$ 、 $d2$ 将信号的奇异点显示得相当明显,即在 260 采样点附近有一处局部模极大值,可以判断在该采样点附近存在奇异点。因为信号的奇异性表现在高频部分,小波变换后的各层高频小波系数均会在这两处有局部模极大值点,对于简单的信号极大值判断(例如本例),可以认为模局部极大值点就是奇异点。在  $d1$ 、 $d2$ 中,第 265 个采样点就是局部模极大值点,最大模值分别为 27.386 0、26.865 5,同时,没有发现奇异的混叠现象,由此可以确定第 265 个采样点就是电流信号的奇异点。由采样频率  $f_s = 10\ 000$  Hz 可知,第 265 个采样点对应的时刻是 0.026 5 s,这与加入突变的时间吻合。这证明小波变换在判断奇异点的过程中确实有很好的时间精确度。

由于仿真监测对象简单,所以在确定奇异点时省略了一些第二节中所提到的步骤。如果信号中混有大量噪声,并且存在多处奇异相互重叠的复杂情况,就需要采用前面所提到的奇异点确定方法,按步骤进行详细计算,和理论值比较得出结论。

将  $a1$  中的数据导出,作为 FFT 的分析对象来监测谐波,分析结果分别如图 4 所示。基波及各整数次谐波的频域幅值保存为  $X_{w_t,fft}(i)$ 。

### 3.4 比较

根据能量定理:对一离散的时间函数进行离散傅里叶变换,在时域内计算的功率与频域内计算得出的功率相等<sup>[4]</sup>。即

$$\sum_{n=0}^{N-1} |f(n)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |F(k)|^2 \quad (6)$$

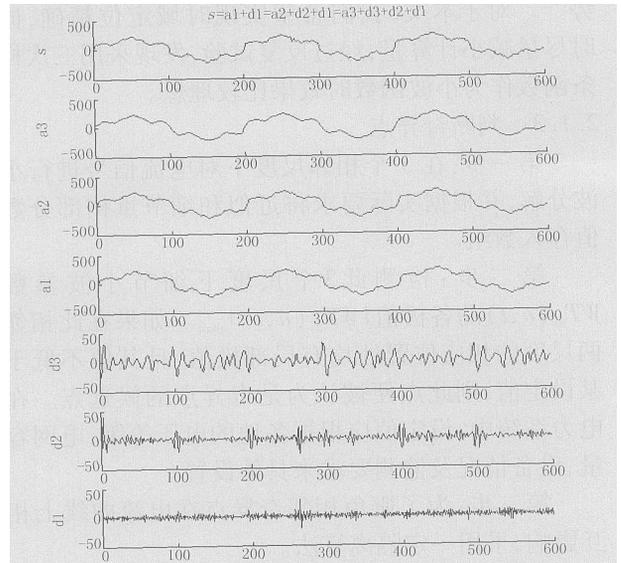


图 3 叠加入噪声和突变的电流信号的小波分解

Fig 3 Wavelet decomposition of the current signal with superposed noise and abrupt change

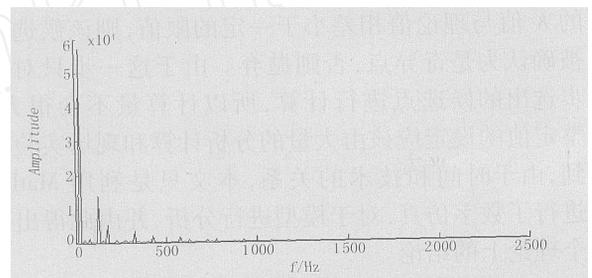


图 4 对小波重构部分进行 FFT 的分析结果

Fig 4 FFT analysis of the wavelet restructured signal

由式(6)可知,对于某一组周期信号,用不同方法分析,如果在时域中进行相同的采样,则它们频域中的能量相等,因此其频域幅值具有可比性。前面的仿真分析对象,都是近似相同的电流信号,有效采样长度都是三个整周期。它们的不同之处在于是否叠加入噪声和突变成分。由于噪声和突变信号频率较高,一般不在谐波分析要求范围(0~2 500 Hz)内,而且它们不是周期函数,因此不属于谐波考虑范畴。所以对原始仿真对象加入噪声和突变,或者通过小波变换将高频噪声和突变滤除,对单次谐波含量的分析不会造成太大的影响。因此,对于叠加干扰后电流信号的频域分析,快速傅里叶变换和剔除奇异点监测谐波的方法具有可比性,都应该与没有干扰的原始仿真对象的 FFT 分析结果相靠拢。即  $X(i)$  应该作为  $X_{fft}(i)$  与  $X_{w_t,fft}(i)$  的估计值。

用传统方法对混有干扰的信号进行 FFT 变换得到的结果与估计值进行比较,结果如图 5(a)所

示;用剔除奇异点监测谐波的方法对混有干扰的信号进行分析得到的结果与估计值的比较结果如图5(b)所示。可以直观的看出后者的效果较前者要好的多。

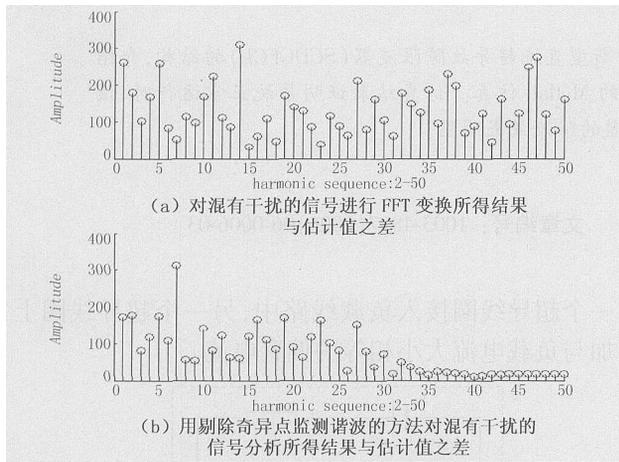


图5 两种方法分析结果与估计值的比较

Fig 5 Comparison of two methods analysis results with their estimation values

为了定量的对传统方法和剔除奇异点监测谐波的方法做出比较,计算两种方法的分析结果对于估计值的离差平方和,见式(7)、(8)。

$$\sum_{i=1}^{50} [X_{fft}(i) - x(i)]^2 = 1.5320 \times 10^6 \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{50} [X_{w_tfft}(i) - x(i)]^2 = 6.7723 \times 10^5 \quad (8)$$

文献[5]明确指出,序列的观察值与它们各自的估计值之间的离差平方和越小,则序列与其估计值之间的拟合趋势越好。

#### 4 结语

上述内容足以证明剔除奇异点监测谐波的方法

有效的结合了傅里叶变换和小波变换的优点,较传统的FFT监测谐波有明显优势,它不但可以判断信号奇异性,确定突变发生的时间坐标,还可以滤除一定范围的干扰信号,使后续的谐波分析准确度更高,误差更小。

#### 参考文献:

- [1] Santos, Powers E J, Grady W M. Power Quality Disturbance Data Compression Using Wavelet Transform Methods[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1997, 12(3): 1250-1256
- [2] Gaouda A M, Salama M A, Sultan M R, et al. Power Quality Detection and Classification Using Wavelet multi-resolution Signal Decomposition[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1999, 14(4): 1469-1476
- [3] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京:科学出版社, 1999.
- [4] YANG Fu-sheng. Engineering Analysis and Application of Wavelet Transformation[M]. Beijing: Science Press, 1999.
- [5] 王世一. 数字信号处理[M]. 北京:北京理工大学出版社, 1997.
- [6] WANG Shi-yi. Digital Signal Processing[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1997.
- [7] 耿修林. 应用统计学[M]. 北京:科学出版社, 2002.
- [8] GENG Xiu-lin. Applications Statistics[M]. Beijing: Science Press, 2002.

收稿日期: 2004-07-12; 修回日期: 2004-09-09

作者简介:

郝丽丽(1979-),女,硕士,主要研究方向为电能质量的监测控制;E-mail: lili\_hao@163.com

徐群(1963-),男,副教授,从事计算机测控技术及自动控制。

### Study of detecting power harmonic by eliminating singular point

HAO Li-li<sup>1</sup>, XU Qun<sup>2</sup>

(1. Automation College, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China;

2. School of Electrical Engineering, Hohai University, Nanjing 210000, China)

**Abstract:** With the increasing of non-linear load in power system, harmonic interference has become more and more complicated. To monitor and detect it, detained analysis and accurate measurement of harmonics are needed. An approach to analyze harmonic signal based on wavelet transform and Fast Fourier Transform (FFT) is described. It detects and eliminates singular point with wavelet transformation, and analyses the low frequency signal, which got from the wavelet transform by Fast Fourier Transform. Compared with traditional harmonic analysis method by computer simulation, it has a satisfactory result.

**Key words:** harmonic monitor; FFT; wavelet transform; singularity