

Hopf 分岔的劳斯判据及其在电力系统中的应用

张志朝, 张尧, 张建设, 武志刚

(华南理工大学电力学院, 广东 广州 510640)

摘要: 采用 Hopf 分岔理论研究电力系统的稳定运行问题, 能够比较全面地考虑非线性系统的非线性状态, 深入揭示系统失稳的机理。然而以往方法在计算 Hopf 分岔点时, 每改变一次参数都要计算一次系统 Jacobian 矩阵的特征值并判断特征根实部是否为零, 导致计算量较大。通过引入 Hopf 分岔的劳斯判据, 可直接求得非线性系统的 Hopf 分岔点以及系统振荡的频率, 克服了以往方法因计算系统 Jacobian 矩阵的计算量大的缺点。简单电力系统的算例分析证明了所提方法的有效性。

关键词: 电力系统; 分岔理论; Hopf 分岔; 劳斯判据

中图分类号: TM712 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2005)01-0034-04

0 引言

Hopf 分岔是非线性系统众多分岔中的一种, Hopf 分岔的出现将引起系统的周期振荡, 使得描述系统的微分方程出现周期解, 故而求取 Hopf 分岔点并由此采取有效措施使得系统运行点远离分岔点对于系统的安全稳定运行有重要意义。

求取系统分岔点的方法众多, 文献[1, 2]通过变换 Jacobian 矩阵 $A(\mu)$, 将特征根穿越虚轴化为穿越单位圆的问题来求取系统的 Hopf 分岔点; 文献[3]采用延拓算法来计算系统的分岔点; 文献[4]用 Hurwitz 行列式研究 Hopf 分岔问题, 建立了 Hopf 分岔的代数方法等。但以往方法在计算 Hopf 分岔点时, 每改变一次系统控制参数, 都要计算系统的 Jacobian 矩阵的特征根并判断特征根实部是否为零, 为了不至于漏掉系统分岔点, 在进行搜索计算时, 控制参数的步长不能取的太大, 这样就导致了循环次数的增加, 计算量的增大。

本文依据控制理论中的劳斯判据, 给出了在控制参数变化时非线性系统状态发生改变的临界条件以及系统振荡的频率, 克服了以往方法在计算 Hopf 分岔点时, 每改变一次参数都要计算一次系统 Jacobian 矩阵的特征根并判断特征根实部是否为零的计算量大的缺点, 提出了一种求取分岔点的快速方法。最后采用了本文所提算法对一简单电力系统算例进行分析, 算例表明该方法能够快速有效地得到系统的 Hopf 分岔点, 并且所得数值满足所需精度要求。

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50337010); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20020561004)

同时采用传统方法和仿真进行验证, 所得结果与本方法的基本一致, 证明了本方法的有效性。

1 Hopf 分岔的劳斯判据

考虑一个一般的非线性系统:

$$\dot{x} = f(x, \mu), \quad x \in R^n, \mu \in R^m \quad (1)$$

其中: x 为系统的状态变量, μ 为控制参数。

系统(1)的孤立平衡点为 $x = x_0(\mu)$, 即 $f(x_0(\mu), \mu) = 0$ 。经过适当变换, 总可以将系统(1)的平衡点 $x = x_0(\mu)$ 变换到坐标原点。不失一般性, 以下假设平衡点为坐标原点, 设 $f(x, \mu)$ 在原点的邻域内关于 x 和 μ 解析, 且当 μ 属于包含零在内的某一区间时, $f(x, \mu) \neq 0$ 。式(1)在平衡点 $x = 0$ 的 Jacobian 矩阵为:

$$A(\mu) = D_x f(0, \mu) \quad (2)$$

经典 Hopf 分岔理论的主要内容如下^[5]:

(1) $A(\mu_0) = D_x f(0, \mu_0)$ 的特征根中有且仅有一对共轭复根

$$= (\mu_0) \pm (\mu_0)j \quad (3)$$

其中:

$$(\mu_0) = \sigma > 0; \quad (\mu_0) = 0; \quad (\mu_0) = \omega > 0。$$

(2) $A(\mu_0) = D_x f(0, \mu_0)$ 的其余 $n - 2$ 个特征根具有负实部。则式(1)在参数 $\mu = \mu_0$ 处发生 Hopf 分岔, 即在 $\mu = \mu_0$ 附近存在周期运动解。

Hopf 分岔的劳斯判据由 3 个相互关联的定理组成。则 Jacobian 矩阵可以表示为

$$A(\mu) = D_x f(0, \mu) \quad (4)$$

将其特征方程 $\det(I - A) = 0$ 展开, 得

$$\lambda^n + a_1(\mu)\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1}(\mu)\lambda + a_n(\mu) = 0 \quad (5)$$

表 1 非线性系统的 Jacobian 矩阵的劳斯表
Tab.1 The Louts table for Jacobian matrix of nonlinear system

	c			
n	$c_{1,1} = 1$	$c_{1,2} = a_2$	$c_{1,3} = a_4$...
n-1	$c_{2,1} = a_1$	$c_{2,2} = a_3$	$c_{2,3} = a_5$...
n-2	$c_{3,1} = (a_1 * a_2 - a_3) / a_1$	$c_{3,2} = (a_1 * a_4 - a_5) / a_1$
...
1	$c_{n-1,1}$	$c_{n-1,2}$
0	$c_{n,1}$			

其中: $a(\mu)$ 为方程(5)的系数,由方程(5)得到的劳斯表中的系数记为 $c(\mu)$,以下 $a(\mu)$ 、 $c(\mu)$ 简记为 a 、 c ,则上述方程的劳斯表见表 1。

定理一 实系数代数方程(5)有一对纯虚根,且其余 $n - 2$ 个根均具有负实部的充分必要条件是:

$$a_i > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

$$c_{n-1,1} > 0, \quad c_{n-2,2} > 0, \quad c_{i,1} > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n - 2) \quad (7)$$

定理二 对于实系数方程(5),如果 $a_n(\mu) > 0$,且存在 $\mu = \mu_c$,使式(5)的所有特征根具有负实部,则式(5)在 $\mu = \mu_0$ 处存在一对纯虚根 $\pm j \omega_0$,且其他特征根均具有负实部的充分条件是:

$$c_{n-3,1}(\mu_0) > 0 \quad (8)$$

其中 μ_0 为满足方程 $c_{n-1,1}(\mu) = 0$ 并且与 μ_c 的距离 $|\mu - \mu_c|$ 为最小的解,即

$$\mu_0 = \min\{|\mu - \mu_c| \mid c_{n-1,1}(\mu) = 0\} \quad (9)$$

定理三^[6] 如果式(1)的 Jacobian 矩阵的特征多项式方程(5)在 $\mu = \mu_c$ 时其特征根具有负实部,且劳斯表满足以下条件:

$$c_{n-3,1}(\mu_0) > 0 \quad (10)$$

其中: $\mu_0 = \min\{|\mu - \mu_c| \mid c_{n-1,1}(\mu) = 0\}$,则式(5)在 $\mu = \mu_0$ 处有一对纯虚根 $\pm j \omega_0$,其余特征根均有负实部。设 U 、 V 分别为对应特征根 $j \omega_0$ 和 $-j \omega_0$ 的特征向量,且 $U^T V = 1$,而

$$\text{Re}(U^T(\mu) A(\mu) V(\mu)) \Big|_{\mu=\mu_0} < 0$$

则系统(1)在 $\mu = \mu_c$ 处发生 Hopf 分岔,即在参数 $\mu = \mu_c$ 处存在周期运动,频率为 ω_0 。

定理三实际给出了 Hopf 分岔点的一种寻找方法。如果从方程 $c_{n-1,1} = 0$ 中精确解出 μ_0 ,则由定理一,从劳斯表中可求出纯虚根 $\pm j \omega_0$,从而可根据定理三直接判断是否存在 Hopf 分岔。

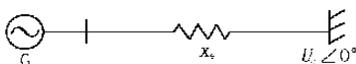


图 1 算例系统

Fig.1 Example system

2 应用劳斯判据求取电力系统中的 Hopf 分岔点

电力系统可用 n 阶微分方程来表示,如式(1)所示,则式(1)中的状态变量 x 可取为:发电机功角,转速,发电机内电势 dq 轴分量 E_d, E_q ,负荷节点电压 V_L 和相角 δ_L 等,控制参数 μ 可取为:发电机阻尼系数 D ,励磁器放大倍数 K_e ,负荷有功功率 P 和无功功率 Q 等。

根据式(4)可得出 n 阶电力系统的特征矩阵:

$$A(\mu) = D_x f(0, \mu) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$a_{ij}(i, j = 1, 2, \dots, n)$ 为描述电力系统的动态特性函数 $f(x, \mu)$ 在平衡点处对状态变量 x 偏微分的取值。

由线性代数理论可知,特征矩阵 A 对应唯一的特征方程 $f(\lambda)$:

$$f(\lambda) = (-1)^n \lambda^n + (-1)^{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} a_{ii} \lambda^{n-1} + \dots + \det(A(u)) = 0 \quad (11)$$

由式(11)中的系数可得如表 1 所示的劳斯表中的元素,进而根据劳斯判据中的定理三可计算出系统的 Hopf 分岔点。

3 算例分析

为叙述方便,本文分析如图 1 所示的经典单机-无穷大简单电力系统。假定发电机装有按机端电压偏差调节的快速比例式自动电压调节器,那么可用如下微分代数方程来描述系统:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega_0(\delta - 1) \\ \dot{\omega} &= \frac{1}{T_j} (P_m - D(\omega - 1) - P_{E_q}) \end{aligned}$$

$$\dot{E}_q = \frac{1}{T_{d0}} (E_{fd} - E_q - (x_d - x_d') I_d)$$

$$E_{fd} = u_G - K_e (u_G - u_G)$$

$$u_G = \sqrt{(U_c \cos \delta + I_d x_e)^2 + (I_q x_d)^2}$$

$$I_d = \frac{E_q - U_c \cos \delta}{x_d + x_e}$$

$$I_q = \frac{U_c \sin \delta}{x_q \Sigma}$$

其中:

$$P_{E_q} = E_q U_c \sin \delta / x_d \Sigma + U_c^2 (x_d \Sigma - x_d) \cdot \sin 2\delta / 2 x_d \Sigma x_d \Sigma$$

参数取值如下:

$x_d = 0.982, x_d \Sigma = x_q \Sigma = 1.486, x_d' = 0.344, x_d' \Sigma = 0.848, x_e = 0.504, U_c = 1, E_{q0} = 1.972, T_{d0} = 5, \delta_0 = 49^\circ, T_j = 10, K_e = 10$ 。消去代数变量 E_{fd}, u_G, I_d, I_q , 保

留状态变量, 移平衡点到原点, 可得式(2)中的 A 阵为:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -K_1/T_j & -D/T_j & -K_2/T_j \\ -\frac{1}{T_{d0}}(K_4 + K_5 K_e) & 0 & -\frac{1}{T_{d0}}(\frac{1}{K_3} + K_6 K_e) \end{bmatrix}$$

以上各参数意义均见文献[7]。由式(11)可得特征方程为:

$$\lambda^3 + \left[\frac{1}{T_{d0}} \left(\frac{1}{K_3} + K_6 K_e \right) + \frac{D}{T_j} \right] \lambda^2 + \left[\frac{K_1}{T_j T_{d0}} + K_1 K_6 K_e - K_2 K_4 - K_2 K_5 K_e \right] \lambda = 0$$

因而可得劳斯表, 如表 2 所示。

表 2 算例系统的劳斯表

Tab. 2 The Louts table for example system

	c	
3	$c_{1,1} = 1$	$c_{1,2} = 0 K_1 / T_j$
2	$c_{2,1} = \frac{1}{T_{d0}} \left(\frac{1}{K_3} + K_6 K_e \right) + \frac{D}{T_j}$	$c_{2,2} = \frac{0}{T_j T_{d0}} \left(\frac{K_1}{K_3} + K_6 K_e - K_2 K_4 - K_2 K_5 K_e \right)$
1	$c_{3,1} = \frac{0 K_2 (T_{d0} K_1 D + T_j K_2 K_4 + T_j K_2 K_5 K_e)}{T_j^2 + T_j^2 K_3 K_6 K_e + T_j D T_{d0} K_3}$	0
0	$c_{4,1} = \frac{0}{T_j T_{d0}} \left(\frac{K_1}{K_3} + K_6 K_e - K_2 K_4 - K_2 K_5 K_e \right)$	

由劳斯表可以看出, $c_{1,1} > 0, c_{1,2} > 0, c_{2,1} > 0, c_{2,2} > 0$, 系统若出现 Hopf 分岔, 只能 $c_{3,1} = 0$ 。取 D 为控制参数, 则可得 $D = D_0 = 0.664 041 5$ 时, 根据文献[4], 振荡频率为 $\omega_0 = \sqrt{\frac{C_{2,2}}{c_{2,1}}} = 6.029 958$, 且 $\omega_j = 0$ 对应的特征向量 UV 满足定理三的条件, 故系统发生 Hopf 分岔。

4 特征根分析及仿真验证

4.1 特征根分析

采取传统的 Hopf 分岔点求取方法, 逐步增大控制参数 D , 发现当 $D = D_0 = 0.664 041 5$ 时, 系统特征根分别为: $\lambda_{1,2} = \pm j6.037 4, \lambda_3 = -1.495 0$, 即出现实部为零的共轭复根, 系统发生 Hopf 分岔, 这与本文所提方法所得结果一致。

4.2 仿真验证

由控制理论知, 若图 1 所示系统稳定运行, 则必须满足 $c_{3,1} > 0$, 才能保证 A 矩阵的所有特征根分布在左半轴, 即 $D > 0.664 041 5$; 当 $D < 0.664 041 5$

时, 系统不稳定运行, 具体仿真见图 2~4, 纵坐标为 / rad, 横坐标为 t/s。

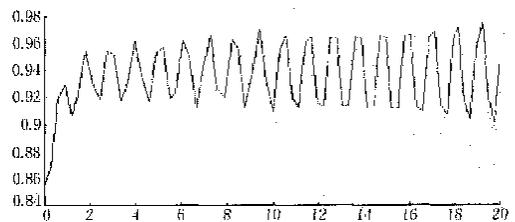


图 2 参数 $D=0.6$ 的仿真结果

Fig. 2 Simulation result with parameter $D=0.6$

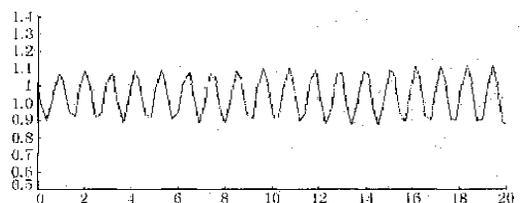


图 3 控制参数 $D=0.664 041 5$ 的仿真结果

Fig. 3 Simulation result with parameter $D=0.664 041 5$

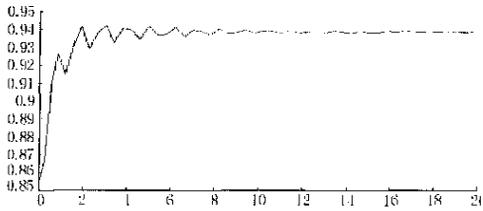


图4 控制参数 $D = 8$ 的仿真结果

Fig. 4 Simulation result with parameter $D = 8$

5 结论

1) 本文将控制理论中判断系统是否稳定的劳斯判据引入到电力系统的稳定分析中,可以比较快速地判别出电力系统发生 Hopf 分岔的条件,同时可以计算出系统振荡的频率,这些优点使得在进行分岔计算时,每次改变控制参数的值不需要进行 Jacobian 矩阵的特征根求解,大大减小了计算量,为电力系统寻找 Hopf 分岔点开辟了新的途径。

2) 电力系统中某些参数(如阻尼系数,励磁调节器放大系数等)如果取值不当往往会造成系统增幅性低频振荡和非线性振荡。本文选择发电机阻尼系数 D 作为分岔参数,对采用本文所提算法计算所得结果进行了仿真,由仿真结果可以看出,所提算法能够精确得到 Hopf 分岔点,在 Hopf 分岔点以及 hopf 分岔点左右区间内,系统均表现出了不同的振荡模式,证实了本文所提方法的有效性。

3) 尽管本文采用的算例系统比较简单,但该系统能够捕捉到其发生 hopf 分岔的基本特征。可作为今后进一步推广上述理论的基础。

参考文献:

[1] 武际成,周昆. 高维 Hopf 分岔的数值方法[J]. 北京大学学报(自然科学版),1993,29(5):574-582.
 WU Ji-cheng, ZHOU Kun. Numerical Copulation for High Dimerrion Hopf Bifurcation[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis,1993,29(5):574-582.
 [2] 胡国根,彭志炜. 研究电力系统电压动态稳定性的一种新方法(上)[J]. 电力系统自动化,1999,21(23):32-36.
 HU Guo-gen, PENG Zhi-wei. A New Method for Studying the Voltage Dynamic Stability of Power System by U-

sing Bifurcation Theory:Part One[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999,21(23):32-36.
 [3] 曹国云,陈陈. 间接法计算非线性电压稳定模型的平衡点分岔值[J]. 电力系统自动化,1999,21(23):17-20.
 CAO Guo-yun, CHEN Chen. Calculation of Bifurcation Values of Equilibrium for Non-linear Voltage Stability Model by Indirect Method[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999,21(23):17-20.
 [4] 陈文成,陈国良. Hopf 分岔的代数判据[J]. 应用数学学报,1992,15(2):251-259.
 CHEN Wen-cheng, CHEN Guo-liang. An Algorithm Criterion for Hopf Bifurcation[J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 1992,15(2):251-259.
 [5] Hassard B D, Kazarinoff N D, Wan Y H. Theory and Applications of Hopf Bifurcation[M]. Cambridge: Cambridge University Press,1981.
 [6] 张继业,杨栩仁,曾京. Hopf 分岔的代数判据及其在车辆动力学中的应用[J]. 力学学报,2000,32(5):596-605.
 ZHANG Ji-ye, YANG Xu-ren, ZENG Jing. Algorithm Criterion for Hopf Bifurcation and Its Application to Vehicle Dynamics[J]. Journal of Mechanics,2000,32(5):596-605.
 [7] 李光琦. 电力系统暂态分析[M]. 北京:水利电力出版社,1985.
 LI Guang-qi. Transient Analysis of Power Systems[M]. Beijing: Hydraulic and Electric Power Press,1985.
 [8] Mees A I, Chua L O. The Hopf Bifurcation Theorem and its Applications to Nonlinear Oscillations in Circuits and Systems [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 1979, Cas-26, (4).
 [9] Ajjarapu V, Lee B. Bifurcation Theory and Its Application to Nonlinear Dynamical Phenomena in an Electrical Power System[J]. Trans on Power Systems,1992,1(7).

收稿日期: 2004-04-30; 修回日期: 2004-06-29

作者简介:

张志朝(1980-),男,硕士研究生,主要研究方向为电力系统电压稳定分析;E-mail: chaor@mail@163.net

张尧(1948-),男,教授,博士生导师,长期从事电力系统运行分析与控制、电压稳定性研究等;

张建设(1979-),男,博士研究生,主要研究方向为电力系统电压稳定分析。

Louts criterion for Hopf bifurcation and its application to electric power systems

ZHANG Zhi-chao, ZHANG Yao, ZHANG Jiarr she, WU Zhi-gang

(Electric Power College, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

(下转第 41 页 continued on page 41)

- 1997, 33(9) :1725-1733.
- [2] Lu Q, Sun Y Z, Xu Z, et al. Decentralized Nonlinear Optimal Excitation Control [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1996, 11(4) :1957-1962.
- [3] Jerome M. Transient Stability Augmentation Using a Hierarchical Control Structure [J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1980, 99(1) :256-267.
- [4] 李兴源, 刘取, 高景德. 多机电力系统再同步最优变目标控制 [J]. 中国电机工程学报, 1994, 14(4) :33-37.
- LI Xing-yuan, LIU Qu, GAO Jing-de. Optimal-variable-aim Control of Resynchronization in Multimachine Power Systems [J]. Proceedings of the CSEE, 1994, 14(4) :33-37.
- [5] 李兴源, 邱晓燕, 刘红超, 等. 改善暂态稳定性的 HVDC 非线性控制策略 [J]. 电力系统自动化, 2002, 26(14) :16-19.
- LI Xing-yuan, QIU Xiao-yan, LIU Hong-chao, et al. A Nonlinear Control Strategy of HVDC for Improving Transient Stability of Power Systems [J]. Automation of Electric Power Systems, 2002, 26(14) :16-19.
- [6] Zaborszky J, Whang K W, Prasad K. Stabilizing Control in Emergencies, Part One [J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1981, 100(5) :2374-2389.
- [7] 马幼捷. SVC 与发电机励磁协调非线性控制 [J]. 电工技术学报, 1998, 13(4) :1-4.
- MA You-jie. The Nonlinear Control of SVC Coordinate with the Excitation System of Generator [J]. Journal of Electrotechnics, 1998, 13(4) :1-4.

收稿日期: 2004-04-29; 修回日期: 2004-05-31

作者简介:

王晓燕(1976-), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力系统稳定与控制; E-mail: wxy-sc@163.com

邱晓燕(1966-), 女, 副教授, 硕士生导师, 从事电力系统分析、稳定和控制在方面的研究工作。

An decentralized nonlinear optimal excitation control strategy based on observation decoupled state space model for multi-machine power systems

WANG Xiao-yan, QIU Xiao-yan

(School of Electrical and Information, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: To improve transient stability of multi-machine power systems, this paper presents a control strategy of generator excitation based on the direct feedback linearization method of nonlinear systems and the optimal control theory of linear systems. Using an observation decoupled state space model of multi-machine power systems, the control rule is easy to be implemented because it needs only local information to drive the subsystems to reach their local equilibrium points, and then the total system is stable. The simulation results show that the proposed method can improve transient stability of multi-machine power systems significantly.

Key words: excitation control; observation decoupled state space model; optimal control

(上接第 37 页 continued from page 37)

Abstract: By using Hopf bifurcation theory to analyze the stability operation of electric power systems, the nonlinear characteristics of nonlinear systems can be totally involved and the instability reasons for systems be revealed further. While to calculate the Hopf bifurcation points, the previous methods involve a great deal of computation of the eigenvalues of system's Jacobian matrix and decision whether the real parts of the eigenvalues were zero when there exist any change of the parameters in the system. In this paper, with the Louts criterion for Hopf bifurcation, the Hopf bifurcation point of the nonlinear systems and the corresponding frequency at this point can be obtained directly, which overcomes the drawback of the traditional method involving much computation for systems' Jacobian matrix. The method introduced in the paper is proved effective by the example for a simple electric power system.

This project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50337010) and Research Fund for the Doctoral Programme of Higher Education (No. 20020561004).

Key words: power system; bifurcation theory; Hopf bifurcation; Louts criterion