

故障分析中的小波软阈值改进除噪方法

刘毅华¹, 赵光宙²

(1. 浙江大学宁波理工学院, 浙江 宁波 315100; 2. 浙江大学电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘要: 软阈值消噪是信号消噪中的标准算法。故障检测中的信号去噪,要求在降低噪声水平的同时,保留信号中用于故障检测的奇异特征。通过分析信号和噪声的小波系数在小波空间的不同特性,在“噪声强度估计”、“阈值选择策略”和“小波系数调整策略”三个方面对软阈值除噪技术进行了改进。仿真研究表明改进方法较好地解决了保护信号局部特征和抑制噪声之间的矛盾,并对各种类型的故障信号均能进行有效的分析。

关键词: 故障分析; 小波变换; 软阈值; 去噪

中图分类号: TM711 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2004)24-0015-05

0 引言

小波分析(Wavelet Analysis)由于具有良好的时频局部化特性和对信号自适应“变焦距”多尺度分析的能力,能够探测在正常信号中出现的暂态反常信号并展示其成分,所以一经出现就被应用到故障检测中。但电信号中所存在的噪声会影响小波检测方法的性能,严重的甚至会导致小波检测方法失效,因此如何有效地降噪就成为故障检测的关键环节之一。

Mallat 通过寻找小波变换系数的局部极大值点重构信号,以此来逼近未被噪声污染的原始信号^[1],但这种方法只能以 10^{-2} 级的均方误差近似地恢复信号。由 Donoho 提出的基于阈值处理的小波软阈值去噪技术^[2],被证明是一种有效的方法。本文在软阈值去噪方法的基础上,结合故障信号的特点,在“噪声强度估计”、“阈值选择策略”和“系数调整策略”三个方面提出了改进,使得去噪更具稳健性,在去噪和保留信号特征这对矛盾的选择上增加了灵活性。

本文用改进后的算法在低噪和高噪情况下,分别对信号进行一次和二次小波分解,进行了仿真,检验了各种故障信号在不同信噪比下的去噪误差,验证了改进方法的优越性。

1 小波软阈值消噪方法分析

1.1 小波分解与重构

小波变换是变尺度的时频联合分析方法。对于基本小波函数 $\psi(t)$, 信号 $f(t) \in L^2(R)$ 的连续小波变换可定义为:

$$Wf(s, x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-x}{s}\right) dt = \langle f, \psi_{s,x} \rangle \quad (1)$$

式中: $\psi_{s,x}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-x}{s}\right)$ 是通过将 $\psi(t)$ 进行 s 伸缩和 x 平移而得到。

通过调整尺度因子 s , 小波变换可将信号 $f(t)$ 分解成不同频带上的分量进行分析;通过调节位移因子 x , 小波变换又可将信号分解为不同时间区间上的分量进行分析。在实际应用中,常对尺度因子 s 和位移因子 x 进行二进制离散,即 $s = 2^j$ 和 $x = 2^j \cdot k$ ($j = 0, 1, 2, \dots; k \in Z$), 相应的小波函数为 $\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi\left(\frac{t}{2^j} - k\right)$ (简记为 $\psi_{j,k}$), 则小波分解算法为:

$$\begin{cases} S^j f(t) = \sum_m h_m S^{j-1} f(t - 2^{j-1} m) \\ W^j f(t) = \sum_m g_m S^{j-1} f(t - 2^{j-1} m) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $S^j f(t)$ 为采样信号 $f(t)$ 的离散平滑逼近信号(简记为 S^j , 一般令 S^0 为原始采样信号); $W^j f(t)$ 为 $f(t)$ 的离散细节信号(即小波变换,简记为 W^j); $j = 1, 2, \dots, J$; J 为小波分解的最高次数; $\{h_m | m \in Z\}$ 、 $\{g_m | m \in Z\}$ 分别为分解过程的低通和高通滤波器系数。

对应的小波重构算法为:

$$S^{j-1} f(t) = \sum_m h_m S^j f(t - 2^j m) + \sum_m g_m W^j f(t - 2^j m) \quad (3)$$

式中: $\{h_m | m \in Z\}$ 、 $\{g_m | m \in Z\}$ 分别为重构过程的低通和高通滤波器系数。

1.2 小波除噪的基本原理

除噪的基本目的是减小噪声部分的值,使除噪后的信号尽可能地逼近原始信号。一个含噪信号可用下式表示:

$$S(n) = f(n) + e(n) \quad (4)$$

式中: $f(n)$ 为原始信号, $e(n)$ 为高斯白噪声 $N(0, 1)$, σ 为噪声强度。

小波除噪的基本原理是令 $S^0 = s(n)$, 在尺度空间对信号 $s(n)$ 进行降阶分解, 过程如图 1(a) 所示。在每一尺度 j 下都将信号分解成概貌分量 S^j 和细节分量 W^j , 在更高一级的小波分解中, 又将上一级的概貌分量 S^j 进一步分解成频率更低的概貌分量 S^{j+1} 和细节分量 W^{j+1} 。概貌分量 S^j 主要包含信号中的低频成分; 而细节分量 W^j 只包含信号的高频部分, 其中也包括高频噪声。分别消除各级细节分量中的噪声成分, 然后按小波分解反演算法对信号进行重构, 如图 1(b) 所示, 就能得到消噪后的信号。

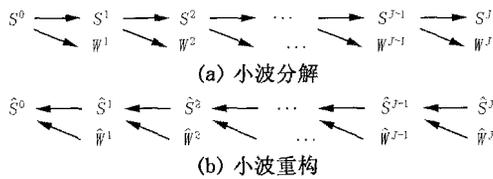


图 1 小波分解和重构算法示意图

Fig. 1 Wavelet decomposition and reconstruction algorithms

1.3 软阈值除噪

由于信号的能量主要集中在低频段, 而噪声则遍布整个频段, 同时信号和噪声的小波系数在小波空间中的传播特性也不同^[3]: 随着尺度的增加, 连续信号的小波变换系数也增加, 而白噪声的小波系数则随尺度的增大迅速减小。这样在较高的采样频率下, 选择适当的分解尺度 J (见图 1), 使信号的能量主要集中在概貌分量 S^j 中, 然后设定一阈值, 按照一定的规则对各级细节分量的小波系数进行阈值调整, 消除其中的噪声成分, 就能达到去噪的目的。

阈值的选择一直是小波去噪的一个研究热点。相对于不实用的“硬阈值”算法^[4]对各层小波系数采用相同的调整阈值, 软阈值去噪方法在不同的小波分解层上采用不同的阈值, 体现了小波分解过程中信号系数和噪声系数的不同传播特性, 其去噪效果被证明是有效的。

小波软阈值去噪的关键步骤是“噪声强度估计”、“阈值设定”和“小波系数调整”, 其基本实现如下。

1.3.1 噪声强度的估计

噪声强度 可用以下经验公式估计:

$$\sigma = \frac{1}{0.6745} \cdot \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |w_k^j| \quad (5)$$

式中: w_k^j 是第 j 层小波系数 ($1 \leq j \leq J$); N 是该层小

波系数个数; J 是小波分解的最高次数 (参见图 1)。

1.3.2 通用阈值的计算

为了达到良好的去噪效果, 选取的阈值应该刚好大于噪声系数的最大水平。由于在正交小波基下, 对式 (4) 中噪声 e 的分解使得其高频系数也是一个标准高斯白噪声, 可以证明^[5]: 噪声系数的最大幅度有一个刚好低于 T_1 的非常高的概率 (趋近于 1)。而通用阈值 T_1 可由下式计算

$$T_1 = \sqrt{2 \ln N}$$

式中: σ 为噪声强度; N 为所处理的系数个数。

1.3.3 自适应阈值的计算

为了使信号的逼近误差最小, 阈值必须能自适应于小波系数的变化。自适应阈值的计算方法为: 将某层小波系数的平方按由小到大顺序排列, 构成向量 $P = [p_1, p_2, \dots, p_N]$, 其中 p_1, p_2, \dots, p_N, N 为该层小波系数个数。由此计算风险向量 $R = [r_1, r_2, \dots, r_N]$, 其中:

$$r_i = \sum_{k=1}^i p_k + (N - i) p_i + (N - 2i)^2 \quad (7)$$

以 R 元素中的最小值 r_{\min} 作为逼近误差, 由 r_{\min} 的下标找出对应的 P_{\min} , 则自适应阈值 T_a 为:

$$T_a = \sqrt{P_{\min}} \quad (8)$$

1.3.4 阈值选择策略

计算某一层小波系数平方的平均值 $P_a = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N p_k$ 以及极小能量水平 $N = 2^2 N^{1/2} (\ln N)^{3/2}$, 则有:

$$T = \begin{cases} T_1 & P_a - 2 < N \\ \min(T_1, T_a) & \end{cases} \quad (9)$$

T 是最终选取的软阈值。

1.3.5 系数调整策略

小波系数的调整策略主要有两种, 分别为硬取阈值法和软取阈值法, 硬取阈值函数为

$$d(w) = \begin{cases} w & \text{若 } |w| > T \\ 0 & \text{若 } |w| \leq T \end{cases} \quad (10)$$

软取阈值函数为

$$d(w) = \begin{cases} w - T & \text{若 } w > T \\ w + T & \text{若 } w < -T \\ 0 & \end{cases} \quad (11)$$

式中, $d(w)$ 为阈值调整后的小波系数, T 为所采用的阈值。

1.4 故障检测中的信号去噪

出于检测故障的目的, 故障检测中的信号去噪,

既要降低噪声水平,又要保留信号中用于故障检测的奇异特征,这是在故障检测中使用去噪技术所要解决的一个难点。Donoho 的软阈值去噪方法考虑了小波空间中信号系数和噪声系数的不同传播特性,但没有体现信号在时域中不同时刻的特性。本文结合信号的正则性来分析其小波分解,在软阈值降噪技术的基础上作了如下改进。

1.4.1 噪声强度估计

假若信号 $f(t)$ 在 j, k 的支集上是光滑的,则信号系数 $|<f, \psi_{j,k}>|$ 很小,小波系数主要是噪声成分;相反地,若信号 f 在 j, k 的支集上有突变,则 $|<f, \psi_{j,k}>|$ 会很大,此时小波分解系数中信号能量将占据主导,用此类小波系数来估计,会引入很大的误差(尤其在低噪情况下),须先将他们剔除。具体操作为:将小波系数按绝对值由小到大排列,得到向量 $D = [d_1, d_2, \dots, d_N]$,其中, $d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_N$,作如下尝试:依次删除该向量中最大的小波系数后计算平均

$$D_i = \frac{1}{N-i} \sum_{k=1}^{N-i} d_k \quad i = 0, 1, 2 \quad (12)$$

当 D_i 与 D_{i+1} 很接近时,再用下式估计噪声强度:

$$= \frac{1}{0.6745} \cdot D_i \quad (13)$$

1.4.2 阈值选择策略

当信号 $f(t)$ 在 j, k 的支集上光滑,小波系数的主要成分是噪声时,为消除噪声必须置阈值 T 为 $\sqrt{2 \ln N}$;相反地,当 $f(t)$ 在 j, k 的支集上有突变时,应选用较小的阈值,以尽可能保护该奇异特征。为此,需要选用不同的阈值来调整同一层上的不同小波系数,以反映信号在不同时刻的不同特性。具体的改进如下:计算极小能量水平 $N = 2N^{1/2} \cdot (\ln N)^{3/2}$,对于某一层上的某个小波系数 $w_k, 1 \leq k \leq N$,按下式选择阈值

$$T_k = \begin{cases} T_1 & w_k^2 - T_1^2 < N \\ \min(T_1, T_a) & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

并以此作为调整该小波系数 w_k 的阈值。

1.4.3 小波系数调整策略

对小波系数硬取阈值,在信号 $f(t)$ 是正则的区域消除了噪声,但在奇性的邻域内仍有噪声的痕迹,不利于准确检测奇异点;软取阈值在突变处降低了噪声影响,但对系数减 T ,作用太强,甚至会引入“人工噪声”(见表 1),整体降噪性能往往不及硬取阈

值,因此这两种方法都不是最佳选择。本文在软取阈值的基础上引入一个反映噪声强度的系数 $k(\cdot)$,具体调整函数为

$$d(w_k) = \begin{cases} w_k - k(\cdot) \cdot T_k & \text{若 } w_k > T_k \\ w_k + k(\cdot) \cdot T_k & \text{若 } w_k < -T_k \\ 0 & \text{若 } |w_k| \leq T_k \end{cases} \quad (15)$$

在本文的仿真实验中,选取

$$k(\cdot) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |w_k|^2} \quad (16)$$

其中, A 为信号 $f(t)$ 的幅值。

2 算例及结果检验

算法检验采用三相传输线发生短路故障时的故障行波电压信号,仿真产生的信号是包含正常工况信号和故障信号的混杂信号,均由 Matlab/Simulink⁹ 软件产生。如图 2(a) 所示,信号在故障时刻发生突变,对应的小波系数取非零值,如图 2(b) 所示,图中其后出现的大量非零值,是由于故障行波在传输线端部不断反射,故障分量不断叠加而引起的。为检验改进软阈值算法的去噪性能,在仿真信号上人为叠加白噪声,信噪比按以下公式计算

$$SNR_{db} = 10 \lg(P_S / P_N) \quad (17)$$

式中: P_S 为信号能量, P_N 为噪声能量。

本文算例中所使用的小波为一种高斯型小波

$$\psi(2^j) = (2^j)^2 \exp(-(2^j)^2/2) \quad (18)$$

2.1 信噪比为 24.8 db 时算法的去噪效果

国内外在研究电力信号去噪时,信噪比多在 30 ~ 50 db 之间选择^[6],本文将信噪比控制在 25 db 左右。令由仿真电路产生的测量信号为原信号;在原信号上人为叠加噪声,并使信噪比为 24.8 db,则得到带噪信号;对带噪信号进行一层小波分解和改进的软阈值消噪后,再用小波算法进行重构,则得到重构后的去噪信号。下面对单相接地短路故障的仿真信号进行去噪处理,如图 2 所示。由图 2(d) 可知:利用消噪后信号的小波变换系数能准确定位故障时刻。

2.2 在噪声强度更大情况下的去噪方法

当噪声加大,即信噪比下降到 19.2 db 时,信号严重失真,此时在小波第一层分解空间上,反映信号故障的奇异点被噪声完全淹没了,如图 3(a) 所示。

根据信号和噪声的小波系数在小波空间中的传播特性,可将该信号进行多层小波分解,如图 3 所

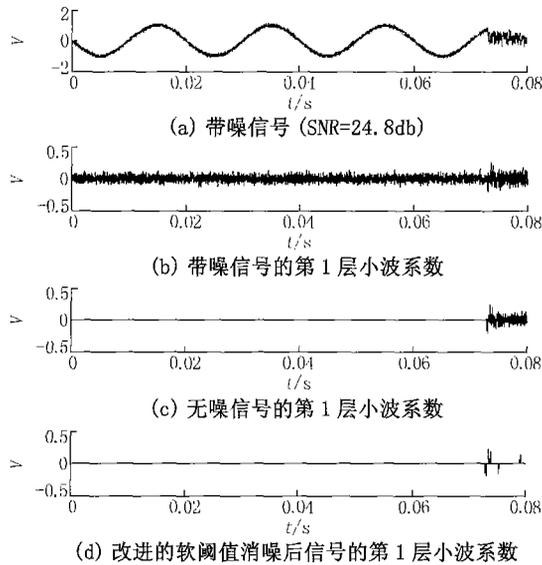


图2 故障电压信号及其去噪结果

Fig. 2 Fault voltage signal and denoising results

示。由图3(a)、(b)可知,此时进行故障检测还是很困难的。但通过对第1、2层小波系数进行改进的软阈值去噪后,可以得到图3(c)和(d)所示的结果,其第2层小波系数仍保持反映故障的非零点。由此可见,若噪声强度太大,在 W_1 空间可能无法进行有效的信号去噪和检测,但可以进行多层小波变换,在 W_2 或 W_3 等更高层上进行信号去噪和检测,从而得到准确的故障检测结果。可以根据式(16)中 $k(\)$ 的值确定是否需要多层小波变换以及在哪一层上进行信号去噪和检测。

2.3 软阈值小波方法和普通小波方法的比较

由图2和图3可知,虽然小波变换能很好地检测信号中的各个奇异点,但由于噪声的存在,普通小波方法在进行故障信号分析时会受到影响,甚至失效而检测不到故障信息。改进的软阈值去噪算法在去噪的基础上能很好地保护信号的特征成分,其与小波变换的结合能对被噪声污染的信号进行有效的信号分析。

2.4 改进算法的去噪性能

为检验改进算法的去噪性能,针对不同信噪比的信号,分别用原算法和改进算法进行去噪处理,去噪后信号的信噪比如表1所示。表1中的数据均是仅对第一层小波系数进行去噪处理后的计算结果。由表1的计算数据可知,改进算法不仅克服了软取阈值法在低噪情况下丧失去噪能力的缺点,而且在

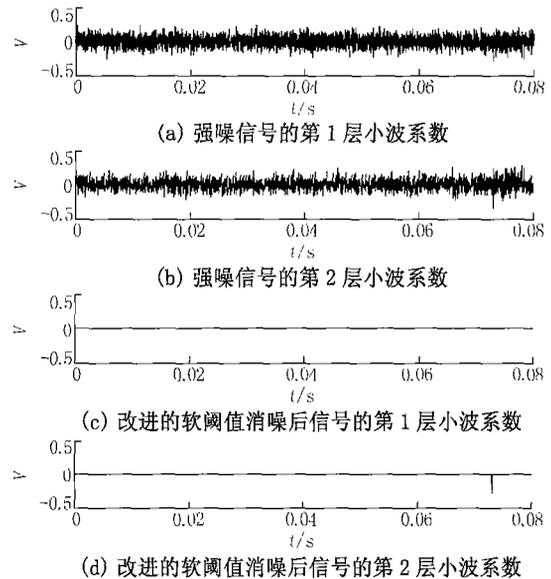


图3 信号的小波系数及其去噪结果

Fig. 3 Wavelet coefficients & denoising results of signal under big noise

除噪性能上大大提高,已接近并超过硬取阈值法。

由此可见,改进算法在克服两种方法缺点的同时又兼具两者的优点。

表1 新老算法的去噪性能比较

Tab. 1 Denoising results comparison of the new & old algorithms

带噪信号 信噪比/db	软取阈值的 原算法/db	软取阈值的 改进算法/db	硬取阈值的 算法/db
50	49.309 6	52.351 0	52.354 5
45	44.640 8	47.208 1	47.211 0
40	40.108 8	42.027 8	42.024 6
35	35.674 1	36.789 3	36.757 2
30	31.725 7	32.181 1	32.120 2
25	27.293 8	27.397 6	27.343 6

注:表中的计算结果均是计算100次后所求得平均值。

2.5 算法有效性的检验

图2和图3只说明本文所介绍的算法能在去噪后保留原信号中的特征成分,为说明前后信号数据的有效性,需用信号去噪前后的赋范均方误差公式来验证:

$$E_r = \frac{\sum (f(n) - \hat{f}(n))^2}{\sum f(n)^2} \quad (19)$$

式中: $f(n)$ 为未经加噪的原始采样信号; $\hat{f}(n)$ 为去噪后的信号; n 为采样点数。

利用式(17),可得到表2的计算结果。表2中数据均是利用改进算法对第一层小波系数进行去噪

处理后的计算结果。

由表 2 的计算数据可知,信号去噪前后数据之

间的误差很小,大多为 $10^{-5} \sim 10^{-4}$ 数量级,远小于

Mallat 的信号重构法中的重构误差。

表 2 各种故障信号在不同信噪比下的去噪误差

Tab. 2 Denoising errors of different fault signals under different signal noise ratios

信噪比/ db	单相接地短路	两相短路	两相接地短路	三相短路	三相接地短路
50	5.820×10^{-6}	5.596×10^{-6}	6.656×10^{-6}	5.766×10^{-6}	5.759×10^{-6}
45	1.902×10^{-5}	1.730×10^{-5}	2.194×10^{-5}	1.801×10^{-5}	1.784×10^{-5}
40	6.269×10^{-5}	5.322×10^{-5}	6.707×10^{-5}	5.472×10^{-5}	5.453×10^{-5}
35	2.094×10^{-4}	1.688×10^{-4}	2.034×10^{-4}	1.744×10^{-4}	1.740×10^{-4}
30	6.052×10^{-4}	5.148×10^{-4}	5.717×10^{-4}	5.303×10^{-4}	5.315×10^{-4}
25	1.821×10^{-3}	1.672×10^{-3}	1.786×10^{-3}	1.734×10^{-3}	1.734×10^{-3}
20	5.167×10^{-3}	4.954×10^{-3}	5.153×10^{-3}	5.082×10^{-3}	5.108×10^{-3}

注:表中的计算结果均是计算 100 次后所求得平均值。

3 结论

小波分析方法是继傅里叶变换之后,处理信号奇异性问题的最好分析工具。本文在分析故障信号正则性的基础上,在“噪声强度估计”、“阈值选择策略”和“系数调整策略”三个关键环节上对小波软阈值去噪技术做了改进。仿真计算的结果表明,本文所采用的方法可以在消除信号噪声的同时,保持故障信号中的奇异特征,从而得到准确的故障检测结果。

致谢

感谢浙江大学宁波理工学院科研启动基金对本项目的资助。

参考文献:

- [1] Mallat S, Zhong S. Complete Signal Representation from Multiscale Edges[J]. IEEE Trans on Pattern Anal Machine Intell, 1992, 14(7): 710-732.
- [2] Donoho D L. De-noising by Soft-thresholding [J]. IEEE

Trans on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.

- [3] Mallat S, Hwang W L. Singularity Detection and Processing with Wavelets[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1992, 38(2): 617-643.
- [4] Santoso S, Powers E J, Grady W M. Power Quality Disturbance Data Compression Using Wavelet Transform Methods [J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1997, 12(3): 1250-1257.
- [5] Berman S M. Sojourns and Extremes of Stochastic Processes [J]. Wadsworth, Reading, MA, 1989.
- [6] Angrisani L, Daponte P, D'Apuzo M, et al. A Measurement Method Based on the Wavelet Transform for Power Quality Analysis[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1998, 13(4): 990-998.

收稿日期: 2004-04-27; 修回日期: 2004-06-12

作者简介:

刘毅华(1976-),男,硕士,主要研究方向为电力系统故障检测、小波分析及其应用等; E-mail: nit-lyh@163.com

赵光宙(1946-),男,教授,博士,主要从事自动控制理论及应用、非线性系统分析与控制、计算机控制技术、信号分析与故障诊断等领域的研究和开发工作。

Denoising by wavelet soft-thresholding in fault analysis

LIU Yi-hua¹, ZHAO Guang-zhou²

(1. Ningbo Institute of Technology, Zhejiang University, Ningbo 315100, China;

2. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Denoising by soft-thresholding has been a standard algorithm in signal denoising. In fault measurement, it not only requires to reduce the noise, but also to reserve the singularity of signal. By analysing the different characteristics of signal and noise in wavelet analysis, this paper proposes an improved algorithm to enhance the denoising technique of wavelet soft-thresholding in estimating noise intensity, selecting threshold and adjusting wavelet coefficients. Simulations show that the new method solves the conflict commendably between protection of the local signals characteristics and restriction of noise, and can make proper analysis for different fault signals.

Key words: fault analysis; wavelet transform; soft-threshold; denoising