

基于 DFT 的非同步采样情况下相量测量误差研究综述

闫常友¹, 张涛², 杨奇逊^{1,2}

(1. 华北电力大学电力工程系, 北京 102206; 2. 北京四方继保自动化有限公司, 北京 100085)

摘要: 首先介绍了相量测量及其标准, 然后简单描述了 DFT 和递归 DFT 算法。电网的频率往往是波动的, 使采样很难做到对被测信号进行整周期截断, FFT 算法的栅栏效应和泄漏现象将会导致较大的测量误差^[8]。讨论了几种常用的减小误差的方法, 最后说明了相量误差校正的现实性和重要性。

关键词: 相量测量; 傅里叶算法; 均值算法; 准同步; 插值

中图分类号: TM76 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2004)10-0080-05

0 引言

近几年相量测量技术获得重大发展, 同步相量测量技术的应用研究正引起人们的极大兴趣。所谓同步相量测量就是以 GPS 时间为基准对测量点上的电压和电流进行测量, 测量所得相量具有同一参考基准, 彼此间可以直接进行比较。基于 GPS 技术和傅里叶变换的同步测量能满足电力系统自动化要求的实时性和准确性。

IEEE 继电保护委员会继电器通信分委员会制定的规范化标准 IEEE1344—1995^[1], 对同步信号源、时间输入标准、相量计算、数据格式等进行了详细描述, 为同步相量测量技术的规范化应用奠定了基础。对于 50 Hz 工频量而言, 要保证相位误差小于 1°, 就必须要求同步误差不超过 55 μs。实现高精度相量的同步测量关键在于: 要在统一时间标准下进行同步测量; 用于时间测量的基准要有足够的分辨精度。GPS 提供的秒脉冲定时准确度可达 1 μs, 完全满足相角测量系统相位误差低于 1° 的要求。

目前常用的计算相量的方法快速傅里叶变换不能满足测量精度的要求。许多学者提出了很多误差校正方法。本文涉及的测量算法各有优缺点, 经过本文作者的仿真工作比较, 发现加窗后信号进行插值^[8]、均值算法^[9]的效果更好一些。

本文主要总结了他人的研究成果, 并对各种方法进行了详细说明。为进一步相量测量的理论研究和工程应用奠定基础。

1 相量测量的傅里叶算法

假设信号为

$$x_k = \sqrt{2} X \sin\left(\frac{2\pi}{N}k + \phi\right) \quad (1)$$

为 根据离散傅氏变换, $\{x_k\}$ 中所包含的基波分量为

$$X = (X_S + jX_C) / \sqrt{2} \quad (2)$$

其中

$$X_S = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \sin \frac{2\pi}{N}k$$
$$X_C = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cos \frac{2\pi}{N}k$$

或

$$X_S = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \sin \frac{2\pi}{N}k$$
$$X_C = \frac{2}{N} \left[\frac{1}{2} x_0 + \frac{1}{2} x_N + \sum_{k=1}^{N-1} x_k \cos \frac{2\pi}{N}k \right]$$

幅值 $X = \sqrt{X_S^2 + X_C^2}$,

相位 $\phi = \arctan\left(\frac{X_C}{X_S}\right)$ 。

递归形式:

X^r 对应的数据集为

$$x\{k = r, r+1, \dots, N+r-1\},$$

新的数据采样集为

$$x\{k = r+1, r+2, \dots, N+r\}$$

表达式为 $X^{r+1} = X^r + \frac{2}{\sqrt{2}N} (x_{N+r} - x_r) e^{-j\pi r}$ 。

2 频率泄露和栅栏现象及抑制方法

用 DFT 进行频谱分析时, 经常由于非周期采样产生泄露误差, 使测得的幅值、频率和相角偏离实际值, 尤其相位测量误差更大。

对电网电压和电流的基波幅值的测量分析, 通常是采用快速 Fourier 变换 (FFT) 实现的。当频率偏离 50 Hz 时, FFT 算法的栅栏效应和泄漏现象将会导致电流、电压的测量精度难以满足实际需求。

针对以上问题,国内外发表的论文提出了很多种方法,包括:准同步 DFT 法^[13],基于相位差的相位校正^[14],改进 FFT 算法^[15],自适应采样算法^[17],对加窗后信号进行插值^[8]、均值算法^[9]等。

2.1 准同步 DFT 法

准同步算法首先实现非同步采样时的高准确度平均值计算,然后通过一个新构造的函数,把傅里叶变换转化成求解一个周期函数的平均值的问题,将准同步算法和傅里叶变换结合。

引入周期函数 $g(t)$,一周期内平均值为

$$\overline{g(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) dt = \frac{1}{T} \int_{T_0}^{T_0+T} g(t) dt \quad (3)$$

令 $t = x/T$, $f(x) = g(t)$, 有

$$\overline{f(x)} = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^{2+} f(x) dx \quad (4)$$

若未能实现整周期采样,则存在误差,则有

$$\overline{f(x)} = \frac{1}{2+} \int_0^{2+} f(x) dx \quad (5)$$

实际测量值将存在误差。所以定义如下的递推公式:

$$F^n(x) = \frac{1}{2+} \int_0^{x+2+} F^{n-1}(x) dx \quad (6)$$

可以证明:

$$\lim_n F^n(x) = \overline{f(x)} = A_0, \text{ 其中 } A_0 \text{ 为基波幅值。}$$

为了简化计算,用求和代替积分,得到

$$F^n = \frac{1}{\sum_{i=0}^W i} \sum_{i=0}^W f_i = \frac{1}{N^n} \sum_{i=0}^W f_i \quad (7)$$

其中: i 为权系数, $W = nN$, n 一般为 3 ~ 5。

实际应用中, n 一般不大,收敛速度快。

令 $g(t) = f(t) \cos(\omega t)$, 可以想象, $f(t)$ 偏离等分点, 而 $\cos(\omega t)$ 恰好在等分点时, 得到 $g(t) = \frac{1}{N^n} \sum_{i=0}^W i g_i$, 从而得到基波的系数:

$$a = 2 \overline{g(t)} = 2 \frac{1}{N^n} \sum_{i=0}^W i g_i = \frac{2}{N^n} \sum_{i=0}^W i \cos \left| \frac{2i}{N} \right| f_i$$

$$b = 2 \overline{g(t)} = \frac{2}{N^n} \sum_{i=0}^W i \sin \left| \frac{2i}{N} \right| f_i$$

其中: $N, n, i, \cos \left| \frac{2i}{N} \right|, \sin \left| \frac{2i}{N} \right|, W$ 都是常数, 得到

$$a_k = \sum_{i=0}^W R_i f_i, \quad b_k = \sum_{i=0}^W I_i f_i.$$

准同步法的系数 R_i, I_i 可以事先生成, 运算非常简单, 处理量小, 满足实时性的要求。准同步法使用

了多个周期, 抗干扰性大于一般的 DFT^[13], 但是相位误差比较大。

2.2 基于相位差的相位校正

对于相同频率的信号, 以相同的采样点和采样频率做非整周期采样, 其泄露误差基本相同。通过构造与测量信号同频率的信号, 经过 FFT 求出相角, 再与真实信号求出的相角求差, 即可得到准确的相角值。

信号 $x(t) = A \cos(2\pi f_i t + \phi)$, 经过 FFT 变换后, 得到

$$\begin{cases} X = A \frac{\sin \pi d}{\sin(\pi d/N) N} \\ \phi = \pi d - \frac{\pi d^2}{N} \end{cases} \quad (8)$$

其中: $f_i = (1 + d)f_0$, 关键是要求出 d 。将原周期数据序列分段, 然后将后一段置为零, 得到新的周期数据序列 $x_0(n)$, 表达式为

$$x_0(n) = \begin{cases} x(n) & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0 & M \leq n \leq N-1 \end{cases} \quad (9)$$

其中: M 为偶数, N 为 2 的幂次方。对 $x_0(n)$ 做傅氏变换, 得到相位公式

$$\phi = \pi \left(\frac{M-d}{N} - \frac{d}{N} \right) \quad (10)$$

$$= (N-M) \frac{\pi d}{N}, \text{ 得到 } d = \frac{N}{(N-M)} \frac{141}{}$$

校正后的相位为

$$\phi = -\frac{N}{(N-M)} + \frac{141}{(N-M)} \quad (11)$$

若 $M = N/2$, 则 $d = 2 /$,

$$\phi = -2 + \frac{141}{N} \quad (12)$$

这时的精度最高。

此方法速度较快, 思路简单, 计算方便, 不考虑窗函数, 求解的相位精度高。

2.3 改进 FFT 算法

为了减小谐波的频谱泄露分量, 提高谐波检测精度, 需要使频谱分布中谱线幅值的衰减速度尽量快。构造新的频谱分布序列:

$$x_1(n) = \bar{x}_m(n) - \frac{1}{2} [\bar{x}_m(n-1) + \bar{x}_m(n+1)] \quad (13)$$

$\bar{x}_m(n)$ 是信号的频谱分布,

$$\bar{x}_m(n) = A_m N \frac{\sin[\pi(n-k_1-r)]}{2[(n-k_1)-r]} e^{j\pi(n-k_1)+r}$$

$$\text{令 } \bar{x}_m(n) = \frac{M}{t}, \quad t = n - k_1 - r,$$

$$M = \frac{-A_m N \sin(r) \exp[j(\dots + r)]}{2}$$

从而频谱分布主要集中在离实际频率最近的谱线上,而在其他的谱线上幅值减小,从而减少了频谱泄露分量。这种变换方法称为 FFT 的 3 点变换算法,简称 3 点算法。3 点算法相当于加窗 FFT 算法(海宁窗)。与加窗算法比较,此算法不用构造窗函数,只需要对 $\bar{x}_m(n)$ 做简单的变换,实现方便,频率特性分析简单。还可以构造 5 点算法,7 点算法。

对于 3 点算法有^[15]:

$$x_1(n) = \frac{-M}{t(t^2 - 1)} \quad (14)$$

对于 5 点算法有^[15]:

$$x_2(n) = \frac{M}{t(t^2 - 1)(t^2 - 4)} \quad (15)$$

对于 7 点算法有^[15]:

$$x_2(n) = \frac{M}{t(t^2 - 1)(t^2 - 4)(t^2 - 9)} \quad (16)$$

对应 $n = k_1$ 和 $n = k_1 + 1$ 的两条谱线的幅值最大,利用这两条谱线的参数可以实现非整数次谐波频率、幅值和相位的检测。

$$\left| \frac{\bar{x}_m(k_1)}{\bar{x}_m(k_1 + 1)} \right| = \frac{1-r}{r} \quad (17)$$

$$r = \frac{1}{1 + \dots}$$

幅值和相位如下: $\text{phase}[\bar{x}_m(k_1)] - r$ ^[15];

$$A = \left| \frac{2M}{N \sin(r)} \right| = \left| \frac{2\bar{x}_m(k_1)r}{N \sin(r)} \right| \quad (18)$$

此方法的相位计算结果非常准确,3 点法的相位误差百分率为 0.8%,5 点法和 7 点法的准确度更高,可以根据实际情况采用。

2.4 自适应采样算法

当信号频率出现波动时,必然导致非同步采样,由于电力系统的频率一般在额定频率上下小幅变化,所以可以认为相位在变化 $2/N$ 的时间间隔内,频率的变化可以忽略。

$$k = k_{-1} + 2 f_0^{k-1} (t_k - t_{k-1}) \quad (19)$$

表示信号的相位。采样时刻的确定:

$$t_k = t_{k-1} + \frac{1}{N f_{k-1}}, \text{其中 } f_{k-1} \text{ 是当前时刻的频率。}$$

而

$$2(f_0^N - f_0^{N-1}) T_S^k \frac{2(f_0^N - f_0^{N-1})}{N f_0^{N-1}}, \text{这样}$$

就得到下一时刻的频率,

$$f_0^N = f_0^{N-1} \left(1 + \frac{N}{2}\right) \quad (20)$$

从而可以实现自适应调整采样率。算法的关键是求两个相邻窗口的相位差。

影响该算法速度的主要是 FFT。近几年,DSP 芯片的出现及其在周期信号分析中的应用使 FFT 运算速度越来越快,完全可以满足系统实时性的要求。

2.5 加窗后信号插值法

为了提高 FFT 算法的精度,张伏生等提出了对加窗后信号进行插值的算法,极大提高了 FFT 计算的精度。

矩形窗的傅里叶变换

$$W_T(\omega) = \frac{\sin(\frac{\omega T}{2})}{\omega} \exp(-j \frac{\omega T}{2}) \quad (21)$$

离散形式为:

$$W_0(\omega) = D(\omega) = \frac{\sin(\frac{\omega}{N})}{N \sin(\frac{\omega}{N})} \exp(-j \frac{N-1}{N} \omega) \quad (22)$$

其中 N 为整数,上式成为狄里克来核。

余弦窗的表达式可以写为:

$$W_k(\omega) = \sum_{k=0}^k (-1)^k \frac{k}{2} [D(\omega - k) + D(\omega + k)]$$

当 $k = 1$ 时, $\alpha_0 = 0.54$, $\alpha_1 = 0.46$, 为哈明窗; $\alpha_0 = 0.5$, $\alpha_1 = 0.5$, 为海宁窗; $k = 2$, $\alpha_0 = 0.42$, $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.08$ 为布莱克曼窗。

插值的方法是利用离散频谱的相邻两个峰值点的比^[8]

$$\frac{|X_{mv}(l)|}{|X_{mv}(l+1)|} \quad (23)$$

来求出频率偏移量。加窗后的计算精度提高了三、四个数量级,尤其是相位,计算结果非常准确。

2.6 均值算法

文献^[9]提出了在定采样间隔的条件下,通过对错位 $1/4$ 个周期的两个数据窗的电压、电流等测量值进行均值处理,得到高准确度的基波相量,提高了测量准确度。

对于信号 $x_m = A_m \cos[100(1+d)t + \dots]$, 当 $d = 0$ 时,会导致非整周期采样。随着采样窗口中信号初始相位的不同,经过频谱分析得到不同的测量结果。通过仿真发现,信号幅值存在如图 1 所示波动(幅值 A 进行了归一化)。设 F_{w1} 和 F_{w2} 分别为被测信号在 t_1 和 t_2 时刻的波形按 50 Hz 频率进行截断和周期延拓后的周期信号的 Fourier 级数的基波系数; F_2 为被测信号在 t_2 时刻的波形整周期截断

并周期延拓后的 Fourier 级数的基波系数。 t_2 时刻比 t_1 时刻滞后 $1/4$ 个工频周期 (0.005 s)。根据图 1, 文献 [9] 提出的均值公式: $\bar{F}_2 = (j F_{w1} + F_{w2}) / 2$ 。通过泰勒展开, 比较 F_2 和 \bar{F}_2 , 可以得到相位和幅值的补偿公式:

$$A = \frac{A_m}{192} l (19 + 12 \sin 2 \) J d^2 + 0 d^3 \quad (24)$$

$$= \frac{3}{4} d - \frac{1}{8} \cos(2 \) d^2 + 0 d^3$$

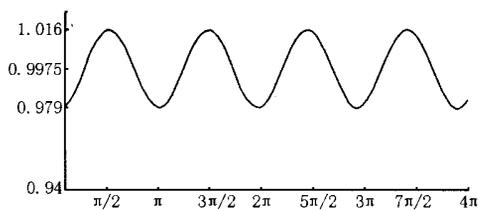


图 1 不同初相角 时的测量信号幅值

Fig. 1 Amplitude of the measured signal with various values of original phase angle

在实际计算中, 设每 20 ms 采样 N 次, 由 $[0, N - 1]$ 得到的相量为 X_{w1} , 由 $[N/4, 5N/4]$ 得到的基波相量为 X_{w2} , 而 $d = (2 - 1) / (/ 2) ^{-1}$, 从而得到补偿后的 \bar{F}_2 的公式为^[9]

$$\bar{F} = \frac{1}{2} (j X_{w1} + X_{w2}) \exp \left[- j \frac{3 \sqrt{2} (2 - 1) / - 1}{4} \right] \quad (25)$$

本文对均值算法进行了全面的仿真, 此算法可以快速准确地获得高精度的测量值。幅值计算误差小于 0.5%, 相位计算结果的误差小于 2.5%^[8]。

3 结语

本文总结了近几年关于非同步采样造成 DFT 误差的论文和资料, 有利于加深对相量测量误差校正的认识。准同步 DFT 算法和加窗后插值算法都使用了多周期采样, 虽然精度高, 但是实时性差; 基于相位差的相位校正方法计算速度快, 思路简单, 计算方便, 是一种比较好的方法; 改进 FFT 算法相当于加窗算法, 精度非常高, 但是算法复杂; 自适应采样算法虽然是一种比较理想的计算方法, 对于采样率要求较高的情况下, 增加了数据采集软件的难度; 均值算法可以获得高精度的测量值, 实时性好, 软件编写简单, 是一种理想的相量测量方法。

本文所提及的算法对同步相量测量都具有现实意义。并且随着新型高速芯片、高速通讯网、更好的 A/D 转换器的出现, 再加上高速采样率, 计算速度已

经不再是困扰实时监控的主要问题。GPS 技术使全网具有统一的时间标准, 同步相量测量能够实时提供反映电力系统运行状态的相量信息, 借助电力系统通讯网络将信息传送到调度中心, 实现整个电力系统的实时监测和稳定控制。

参考文献:

- [1] IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems[S].
- [2] YANG Jur-zhe, LIU Chi-wen. A Smart Method Makes DFT More Precise for Power System Frequency Estimation [Z], 1998.
- [3] 赵文春, 马伟明, 胡安 (ZHAO Wen-chun, MA Wei-ming, HU An). 电机测试中谐波分析的高精度 FFT 算法 (FFT Algorithm with High Accuracy for Harmonic Analysis in the Electric Machine) [J]. 中国电机工程学报 (Proceedings of the CSEE), 2001, 21(12): 83-87.
- [4] JIANG hui-lan. Improved Fourier Algorithm for Correcting Power System Frequency Deviation[J]. Transactions of Tianjin University, 2001, 9: 192-196.
- [5] 傅周兴, 等 (FU Zhou-xing, et al). 基于 GPS 同步时钟的相量测量在电力系统中的应用 (Study on Application of Synchronous Clock s Phasor Measurements Based on GPS in Power System) [J]. 继电器 (Relay), 2001, 29(7): 31-34.
- [6] 吴京涛, 等 (WU Jing-tao, et al). 同步相量测量算法与实测误差估计 (Synthetic Algorithm of Phasor Calculation and Its Validation in Real Network) [J]. 清华大学学报 (Journal of Tsinghua University), 2001, 41(4): 147-150.
- [7] 耿中行, 葛耀中 (GENG Zhong-xing, GE Yao-zhong). 电力系统谐波分析的高精度 FFT 算法 (FFT Algorithm with High Accuracy for Harmonic Analysis in Power System) [J]. 中国电机工程学报 (Proceedings of the CSEE), 1999, 19(3): 63-66.
- [8] 黄益庄, 李恒 (HUANG Yi-zhuang, LI Heng). 提高工频电流电压基波计算精度的 Fourier 均值算法 (Fourier Averaging Algorithm for Improving Accuracy of Basic Wave Voltage and Currents Calculations on Industrial Frequencies) [J]. 清华大学学报 (Journal of Tsinghua University), 2002, 42(9): 1196-1199.
- [9] 丁仁杰 (DING Ren-jie). 电力系统同步相量动态测量技术的研究与实现 (The Studies and Implementation of Synchronized Phasor Measurement Technique in Power System, Doctoral Dissertation) [D]. 北京: 清华大学 (Beijing: Tsinghua University), 1995.
- [10] 侯绣玉 (HOU Xi-yu). 基于 GPS 的相量实时测量及应用 (Phasor Measurements and Application Based on GPS) [J]. 福建电力与电工 (Fujian Electric Power and Electrical Engineering), 2002, 3: 25-27.
- [11] 杨奇迹 (YANG Qi-xun). 微型机继电保护基础 (Basis of

- Micro Computer Relay Protection) [Z]. 北京:华北电力学院(Beijing:North China Electric Power Institute).
- [12] 李芙蓉,等(LI Fuying, et al). 用准同步离散 Fourier 变换实现高准确度谐波分析(Realization of High Precision Harmonics Analysis with Pleisiochronous DFD) [J]. 清华大学学报(Journal of Tsinghua University), 1999, 39(5): 47-50.
- [13] 黄云志,徐科军(HUANG Yurzhi, XU Ke-jun). 一种提高相角计算精度的方法(A Phasor Calculating Method for Improving Precision) [J]. 合肥工业大学学报(Journal of Hefei University of Technology), 2000, 23(6): 314-317.
- [14] 薛蕙,杨仁刚(XUE Hui, YANG Rengang). 基于 FFT 的高精度谐波检测算法(Precise Algorithms for Harmonic Analysis Based on FFT Algorithm) [J]. 中国电机工程学报(Proceedings of the CSEE), 2002, 22(12): 106-110.
- [15] 陈华丽,陆怀恩,等(CHEN Huali, LU Huai-en, et al). 一种提高谐波测量精度的新算法(A Novel Method to Advance Accuracy in Harmonic Measurement) [J]. 继电器(Relay), 2003, 31(3): 40-43.
- [16] 马仁政,陈明凯(MA Rengzheng, CHEN Mingkai). 减少频谱泄露的一种自适应采样算法(An Adaptive Sampling Algorithm for Reducing Spectrum Leakage) [J]. 电力系统自动化(Automation of Electric Power Systems), 2002, 26(4): 55-57.
- [17] 潘华,黄纯(PAN Hua, HUANG Chun). 电力参数微机测量中采样周期的优化校正方法(The Sample Period Revise Methods of Power Parameter Measurements) [J]. 电力系统自动化(Automation of Electric Power Systems), 2002, 26(3): 71-75.
- [18] Collins J V K. High Accuracy Analog Measurements via Interpolated FFT[J]. IEEE Trans on IM, 1979.
- [19] On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform[J]. Proc IEEE, 1978.
- [20] Windows and Interpolation Algorithms to Improve Electrical Measurement Accuracy[J]. IEEE Trans on IM, 1989.
- [21] MA Hong-zhuang. Analysis and Simulation of Errors In Software Synchronous Sampling in Periodic signal Measurement [J]. Journal of Southeast University, 2000, 16.
- [22] 胡广书(HU Guang-shu). 数字信号处理(Digital Signals Processing) [M]. 北京:清华大学出版社(Beijing Tsinghua University Press), 2001.
- [23] 王世一(WANG Shi-yi). 数字信号处理(Digital Signals Processing) [M]. 北京:北京理工大学出版社(Beijing: Beijing University of Technology Press), 2002.
- [24] 周浩敏(ZHOU Hao-min). 信号处理技术基础(Digital Signals Processing Technology) [M]. 北京:北京航空航天大学出版社(Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press), 2002.
- [25] 孙仲康(SUN Zhong-kang). 快速傅立叶变换及应用(Fast DFT and Its Application) [M]. 北京:人民邮电出版社(Beijing: People's Posts and Telecommunications Press), 1982.

收稿日期: 2003-07-23; 修回日期: 2003-11-17

作者简介:

闫常友(1974 -),男,博士研究生,从事电力系统稳定控制与PMU的研究工作;

张涛(1971 -),男,高级工程师,总工,从事电力系统稳定与控制的研究工作;

杨奇逊(1938 -),男,教授,博士生导师,中国工程院院士,从事电力系统稳定与控制,变电站综合自动化研究工作。

Survey of phasor measurement errors on DFT-based non-synchronous sampling

YAN Chang-you¹, ZHANG Tao², YANG Qi-xun^{1,2}

(1. North China Electric Power University, Beijing 102206, China; 2. Beijing Sifang Automation Co., Ltd, Beijing 100085, China)

Abstract: This paper introduces the measurement and the standard of phasor measurement, and then presents DFT and recursive DFT algorithm generally. The frequency of the grid is always fluctuating, which makes the sampling signals non-synchronous. And the railing effect and leakage of FFT algorithm will result in obvious measurement errors. This paper discusses several methods of diminishing several measure errors, and indicates the feasibility and fundamentality of error correction for phasor measurement in a conclusion.

Key words: phasor measurement; DFT; average algorithm; quasi-synchronization; interpolation