

两种小波网络的函数逼近能力比较与应用

刘志刚,何正友,钱清泉

(西南交通大学电气化自动化研究所,四川 成都 610031)

摘要: 基于小波分析中小波变换的两个不同角度,分别介绍了两种不同的小波网络,并对这两种小波网络的构成、模型和函数逼近能力进行了讨论,给出了这两种小波网络对一阶梯函数逼近的仿真结果,得出第二种小波网络具有更好的函数逼近能力,最后介绍了这两种小波网络在信号分类器方面的应用,给出了各自学习模型和仿真结果。

关键词: 小波变换; 小波网络; 函数逼近; 信号分类

中图分类号: TM711 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2003)06-0038-04

1 引言

小波神经网络是神经网络和小波分析的结合,简称小波网络。小波网络是 Q. H. Zhang 和 A. Benveniste 在 1992 年作为对前馈神经网络逼近任意函数变换的概念提出的^[1]。最近几年来,小波和神经网络结合的这种思想被不断地提出和改进^[2-7]。小波网络与传统神经网络相比较,具有更好的函数逼近效果。如何利用小波分析与神经网络构造性能更好的小波网络是本文所探讨的问题。

本文的组织如下:第一部分从小波分析的连续小波变换导出第一种小波网络;第二部分从小波分析的离散小波变换导出第二种小波网络;第三部分对这两种小波网络进行比较和分析,给出函数逼近的仿真结果;第四部分讨论了这两种小波网络作为信号分类器在识别电力系统短路信号方面的应用。

2 由连续小波变换导出的小波网络

如果函数 $\Psi \in L^2(\mathbb{R})$ 并且满足容许条件^[9]:

$$C_{\Psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\Psi}(w)|^2}{|w|} dw < \infty \quad (1)$$

这里 $\hat{\Psi}(w)$ 是 $\Psi(t)$ 的 Fourier 变换, $\Psi(t)$ 称为‘母小波’,由 $\Psi(t)$ 经过平移和伸缩产生的一簇函数, $\{\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right), a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$, 称其为一个‘小波序列’, a, b 分别称为伸缩因子和平移因子。对于任意函数 $f \in L^2(\mathbb{R})$ 的连续小波变换为^[9]:

$$\Psi_f(a, b) = \langle f, \Psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{|a|^{-1/2}} \int_{\mathbb{R}} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (2)$$

从式(2)可以看出,连续小波变换 $\Psi_f(a, b)$ 代表了 $f(t)$ 在 $\Psi_f(a, b)$ 上的投影。这种投影构成了以 a, b 为坐标的时频空间上的局部分布,即能量有限分布。若直接根据上式构造神经网络,其相当于把样本投影在一个平面上,实现起来是非常困难的。若考虑样本本身的分布特性,即其分布在有限 N 个时域样点局域内集中,而在其它区域内的分布近似为 0,则可以得到如下派生的估计方程(3),若根据 H. H Szu 等的观点^[3],也可以得到如下方程:

$$f(t) = \sum_{i=1}^N w_i \Psi_{a_i, b_i}(t) \quad (3)$$

由等式(3)可以得到相应的神经网络示意图^[3](图 1)。

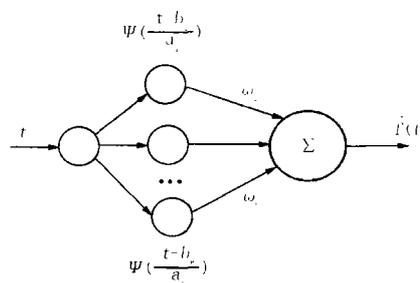


图 1 由等式(3)构成的小波网络
Fig.1 Wavelet network based on equation(3)

从图 1 所示的小波网络可以得到:

$$\hat{f}(t) = \sum_{k=1}^N w_k \Psi\left(\frac{t-b_k}{a_k}\right) \quad (4)$$

这里 w_k 是权重, b_k 是该小波网络位移参数, a_k 是尺度参数。如果恰当地选择网络的权重和位移尺度参数,那么该小波网络就可以逼近函数 $f(t)$ 。当然,位移参数、尺度参数和权重的选取,可以通过类似 BP 算法来调整得到。

3 由离散小波变换导出的小波网络

空间 $L^2(\mathbb{R})$ 中的函数 $f(t)$ 的离散小波变换被定义为: $d_{j,k} = \langle f, \Psi_{j,k} \rangle = |a|^{-1/2} \int f(t) \overline{\Psi_{j,k}} dt$ 。假定一个 $L^2(\mathbb{R})$ 空间和一个向量序列, $\{\Psi_{j,k}\} \subset L^2(\mathbb{R})$, $\{\Psi_{j,k}\}$ 被称为一个框架, 如果存在一个常数 $A > 0$, 并且 $B < \infty$, $B \geq A$, 并且满足:

$$A \|f\|_2^2 \leq \sum_n |\langle f, \Psi_{j,k} \rangle|^2 \leq B \|f\|_2^2 \quad (5)$$

对于任何函数 $f \in L^2(\mathbb{R})$, A 和 B 被称为框架界。任何函数 $f \in L^2(\mathbb{R})$ 都可以被写为^[8]:

$$f = \sum_{j,k} \langle f, S^{-1} \Psi_{j,k}(t) \rangle \Psi_{j,k} \quad (6)$$

S 称为框架算子。

在小波变换的实际计算中, 等式(6)中多项式的有限项之和就可以对函数 $f \in L^2(\mathbb{R})$ 进行有效的逼近。即:

$$f = \sum_{j,k} w_{j,k} \Psi_{j,k}(t) = \sum_{j,k} w_{j,k} \Psi\left(\frac{t-b_k}{a_j}\right) = \sum_j \sum_k w_{j,k} \Psi\left(\frac{t-b_k}{a_j}\right) \quad (7)$$

其中: $w_{j,k} = \langle f, S^{-1} \Psi_{j,k}(t) \rangle$; $M, N < \infty$; a_k, b_j 分别为相应的平移参数和尺度参数。

根据等式(7)可以得到相应的神经网络示意图(图2)。

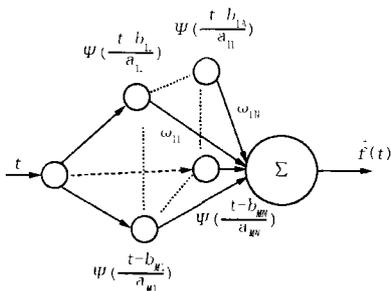


图2 由等式(7)构成的小波网络

Fig.2 Wavelet network based on equation(7)

从图2所示的小波网络可以得到:

$$\hat{f}(t) = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N w_{j,k} \Psi\left(\frac{t-b_k}{a_j}\right) \quad (8)$$

这里 $w_{j,k}$ 是权重, b_k 是该小波网络位移参数, a_j 是尺度参数。

4 两种小波网络逼近能力比较

下面分别采用不同的方法对一阶梯状函数图

3(a)进行逼近, 所有方法均采用学习步数为 1000, 能量函数误差为 0.000 01 的标准, 两种小波网络中的小波基均采用 Morlet 小波, $h(t) = \cos(1.75t) \exp(-t^2/2)$ 。图 3(b) 中采用加动量的 BP 算法逼近, 图 3(c) 中采用第一种小波网络逼近, 图 3(d) 采用第二种小波网络逼近, 并且分别绘制了它们的误差。从图中可以看出, 第二种小波网络的逼近效果最好, 采用 BP 算法神经网络的逼近效果最差, 小波网络对信号中的突变部分的逼近比采用 BP 算法神经网络逼近明显优越, 这正是小波分析的突出优点。

第一种小波网络与第二种小波网络的差别主要在于: 第一种小波网络仅把时域信号在一组固定的伸缩因子 a 和平移因子 b 的小波基上进行内积运算, 也就是说每改变一次伸缩因子 a , 只有一个平移因子 b 对应, 没有更精细的进行运算; 第二种小波网络把时域信号在一组不固定的伸缩因子 a 和平移因子 b 的小波基上进行内积运算, 也就是说每改变一次伸缩因子 a , 有多个平移因子 b 对应, 对信号更精细地进行了运算, 所以其函数逼近效果比第一种小波网络要好。由于第二种小波网络在函数逼近时, 实际上对输入进行了二维的组合, 其逼近时间要比第一种小波网络长一些。

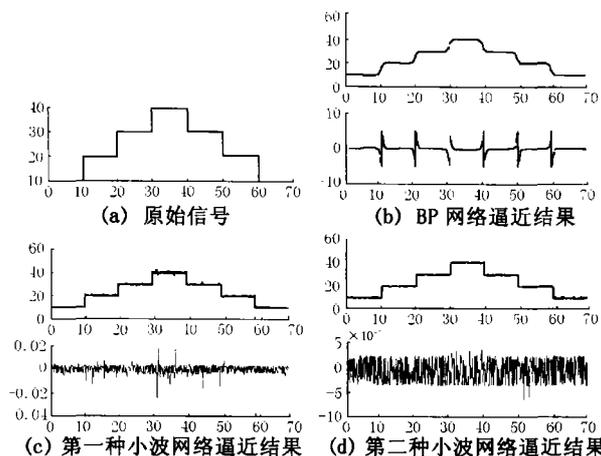


图3 不同网络方法逼近结果及误差

Fig.3 Function approximation and error with different tools

5 两种小波网络的应用

上述小波网络除了可以进行函数逼近之外, 还可以作为信号特征提取的分类功能等。小波网络用于函数逼近是小波函数直接作为神经网络中的激励函数, 而小波网络用于信号的特征提取是小波函数仅作为信号特征提取的前置处理工具, 把处理后的特征作为样本进行输入。

在分析上述小波网络的基础上,分别构造相应的信号分类器,如图4和图5。两种小波网络中的小波函数仍采用 Morlet 小波。

第一种小波网络的模型为:

$$f_n = \sigma \left[\sum_{k=1}^K w_k \sum_{t=1}^T x_n(t) \Psi \left(\frac{t-b_k}{a_k} \right) \right] \quad (9)$$

第二种小波网络的模型为:

$$f_n = \sigma \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N w_{i,j,k} \sum_{t=1}^T x_n(t) \Psi \left(\frac{t-b_j}{a_i} \right) \right] = \sigma(u_n) \quad (10)$$

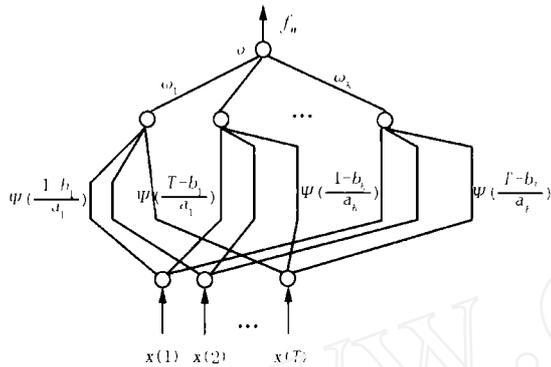


图4 第一种小波网络分类器

Fig.4 Signal classification with first kind of wavelet network

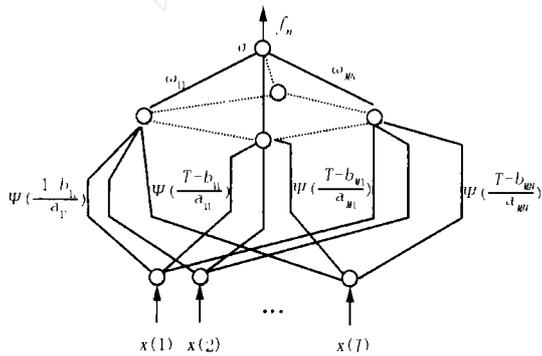


图5 第二种小波网络分类器

Fig.5 Signal classification with second kind of wavelet network

第二种小波网络的模型与第一种小波网络的模型相比,除了更精细刻画信号外,其小波函数还可以是非显式表达式^[10]。

第一种小波网络的学习算法可以参见文献[3],下面给出第二种小波网络的学习算法:

令 $E = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (d_n - f_n)^2$, d_n 为信号 $x_n(t)$ 的期望分类输出, $t' = (t - b_j)/a_i$, $\sigma' = \frac{\partial \sigma(u)}{\partial u} = \sigma(u) \cdot [1 - \sigma(u)]$, E 对参数 w_{ij} 、 a_i 、 b_j 的梯度分别为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} &= \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T (d_n - f_n) \sigma'(u_n) x_n(t) \cos(1.75t') \cdot \\ &\quad \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \\ \frac{\partial E}{\partial b_j} &= - \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T (d_n - f_n) \sigma'(u_n) x_n(t) w_{ij} \cdot \\ &\quad [1.75 \sin(1.75t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \cdot \frac{1}{a_i} + \\ &\quad \cos(1.75t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \cdot \frac{t'}{a_i}] \\ \frac{\partial E}{\partial a_i} &= - \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T (d_n - f_n) \sigma'(u_n) x_n(t) w_{ij} \cdot \\ &\quad [1.75 \sin(1.75t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \cdot \frac{t'}{a_i} + \\ &\quad \cos(1.75t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \cdot \frac{t'}{a_i}] \quad (11) \end{aligned}$$

得到 E 对参数 w_{ij} 、 a_i 、 b_j 的梯度后,可以采用 BP 算法或其它优化算法来调整参数 w_{ij} 、 a_i 、 b_j 以达到满意结果。

上述两种小波网络模型可以看作典型的三层神经网络结构,但是作为实际的应用,则仅仅包含神经网络的输入层和输出层,缺少隐层,所以可以作进一步扩展,即把此两种模型中的信号通过小波函数的提取作为神经网络的小波变换层,利用神经网络的分层原则构成多层小波网络,用来处理更为复杂的信号分类问题。

我们知道,高压输电线路上的故障需要正确地检测、分类和尽可能地切除,故障分类器是输电线保护中的基本模块。下面举一个简单的例子来说明上述两种小波网络作为信号分类器的应用,该例子用于对电力系统高压输电线故障类型的简单判断。对一简单的电力系统进行仿真,该系统采用文献[11]中的系统。系统模型为:双侧电源供电的两段输电母线,长度分别为 170 km 和 190 km;被研究线路为 170 km 的 C 相输电线。为了更有效地实现分类结果,两种小波网络分别加入一神经网络的隐层结构,作为对通过小波网络的补充,利用这两种改进的小波网络对该系统 C 相中的电流进行信号分类(正常、C 相接地、非 C 相接地)。其中,接地短路持续时间为 0.05 s,断路器在地短路 0.01 s 后断开,然后持续 0.05 s 后闭合。取正常运行时 C 相中的电流为 A 类样本,非 C 相接地时的电流为 B 类样本,C 相接地时的电流为 C 类样本。为简单起见,样本的选取直接采用 C 相在发生故障后到断路器自动重合之间的电流时域值作为输入的样本点,采样间隔为 1 ms;

在发生短路时,可限定在线路的某一区域内接地短路;系统工况为 50% 负荷;A、B、C 三类样本的选取分别采用不同故障时刻的电流值。

利用第一种小波网络进行分类时,网络结构为 1-30-1,利用第二种小波网络进行分类时,网络结构为 1-30×10-1,算法采用改进的 BP 算法,调节的参数有:权重 w_k 、平移参数 b_k 和尺度参数 a_k 。

每类信号各取 10 组(根据不同时刻的情况),其中 8 组用作训练,其余 2 组用作测试。

第一种小波网络分类结果:

A 类	期望值: 0	输出: 0.1086
B 类	期望值: 0.5	输出: 0.5868
C 类	期望值: 1	输出: 0.8752

第二种小波网络分类结果:

A 类	期望值: 0	输出: 0.0967
B 类	期望值: 0.5	输出: 0.4793
C 类	期望值: 1	输出: 0.9114

从上述结果来看,第二种小波网络分类能力比第一种小波网络分类能力要好,其优点如前面所讨论的,但是其训练时间要长。

上述故障分类过程可以通过图 6 来表示:



图 6 小波网络分类原理图

Fig. 6 Classification with wavelet network

进一步讨论:若分类更复杂的情况,则需要增加新的测试样本对小波网络进行训练,样本的选取应考虑更为复杂的情况,如考虑故障地点的改变、故障类型的细分、暂态信号的影响、系统运行方式的变化、故障点阻抗的影响等等。对于小波网络的改进主要体现在对学习算法的改进,尤其对于第二种小波网络,由于其结构的庞大,导致训练时间的增加,一种较好的改进算法是采用在文献[2]的算法:首先利用相关谱估计技术估计需要训练信号的时频集中区,接着计算小波框架的时频集中区,根据两者相交不为零,或后一种可以覆盖前一种时频集中区,估计出小波函数的离散采样值,这样一来可以避免对平移参数和尺度参数的训练。

The function approximation ability comparison of two wavelet networks and their applications

LIU Zhi-gang, HE Zheng-you, QIAN Qing-quan

(Institute of Electrification & Automation Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

(下转第 45 页)

6 结论

小波网络与传统神经网络函数逼近能力相比较,具有明显的优势,基于小波离散变换的小波网络比通常所利用的小波网络具有更好的逼近效果。

参考文献:

- [1] Zhang Q H, Benveniste A. Wavelet network[J]. IEEE Trans on Neural Network, 1992, 3(6): 889-898.
- [2] Pati Y C, Krishnaprasad P S. Analysis and synthesis of feedforward neural network using discrete affine wavelet transformations [J]. IEEE Trans on Neural Network, 1993, 4(1): 73-85.
- [3] Szu H H, Telfer B, Kadambe B. Neural network adaptive wavelets for signal representation and classification[J]. Optical Engineering, 1992, 31(9): 1907-1906.
- [4] Zhang J, et al. Wavelet neural networks for function learning [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(6): 1485-1497.
- [5] Jiao L C, et al. Multiwavelet neural networks and its approximation properties[J]. IEEE Trans on Neural Network, 2001, 12(5): 1060-1066.
- [6] Zhang Q H. Using wavelet network in nonparametric estimation [J]. IEEE Trans on Neural Network, 1997, 8(2): 227-236.
- [7] Delyon B, et al. Accuracy analysis for wavelet approximations [J]. IEEE Trans on Neural Network, 1995, 6(3): 332-348.
- [8] Daubechies. Ten Lectures on Wavelets, CBMS-Conference Lecture Notes[M], SIAM Philadelphia, V. 61, 1992.
- [9] Chui C K. Wavelets: A Tutorial in Theory and Application [M], New York: Academic, 1992.
- [10] 何正友, 钱清泉. 小波神经网络改进结构及其学习算法[J]. 西南交通大学学报, 1993, 34(5): 436-440.
- [11] 王晓茹. 基于小波变换和神经网络的高压电网故障信号处理与保护研究[D]. 成都: 西南交通大学博士学位论文, 1998.

收稿日期: 2002-08-14

作者简介:

刘志刚(1975-), 男, 博士研究生, 研究方向为电力系统及自动化、铁路智能监控系统;

何正友(1970-), 男, 副教授, 研究方向为电力系统及自动化、小波分析及应用等;

钱清泉(1936-), 男, 教授、博士生导师、中国工程院院士, 研究方向: 电力系统及自动化、智能交通系统等。

3.2 仿真结果分析

表1~3给出的仿真结果表明以下几点:

(1)在线路空载情况下发生不同类型的故障,算法1具有很高的测距精度;但在两端电势摆角为 20° 的情况下发生不同类型短路其测距精度有明显下降。这表明负荷电流对算法1的测距精度有很大影响。

(2)无论是空载还是负载情况下发生短路,算法2都具有很高的测距精度和稳定性;对于300 km的输电线路,除个别故障情况外,其绝对测距误差不超过0.6 km(对应的相对误差不超过0.2%)。这表明,算法2能完全消除负荷电流对测距精度的影响。

(3)故障类型和故障电阻对两种算法基本无影响;故障位置对两种算法略有影响,表现为在线路中点附近发生两相短路或两相短路接地故障时测距精度有所下降。

4 结论

本文以单根导线的长线方程为基础,结合故障分量的概念,提出一种基于分布参数线路模型的正序故障分量测距算法。算法利用线路两端的正序故障分量电压和电流(同步基波相量)以及线路正序参

数直接计算故障距离。算法不需故障类型判别、不受故障电阻、系统阻抗的影响,解决了负荷电流和线路模型不准确对测距精度的影响问题。EMTP仿真结果验证了该算法的高精度和稳定性。

参考文献:

- [1] Johns A T, Jamali S, Accurate Fault Location Technique for Power Transmission Lines[J]. IEEE Proc, Vol. 137, Pt. C, No.6, Nov. 1990.
- [2] Girgis A A, Hart D G, et al. A New Fault Location Technique for Two and Three-Terminal Lines[J]. IEEE Trans on PWRD, Vol.7, No.1 Jan. 1992.
- [3] 卢继平,叶一麟.适应于任何具体结构的输电线路精确故障定位[J].电力系统自动化,1998,(11).
- [4] 葛耀中.新型继电保护与故障测距原理与技术[M].西安:西安交通大学出版社,1996.

收稿日期: 2002-09-15

作者简介:

安艳秋(1963-),女,硕士,讲师,主要从事电路理论和数字仿真方面的研究;

高厚磊(1963-),男,博士,教授,主要从事电力系统继电保护、故障测距、同步测量等方面的研究。

An accurate fault location algorithm based on distributed parameter line model

AN Yan-qiu, GAO Hou-lei

(School of Electrical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

Abstract: To remove the effect on two-terminal fault location by load current and imperfect line model, an accurate fault location algorithm based on distributed parameter line model is proposed in this paper. Basing on the wave equation of homogeneous transmission line, the fault location is directly calculated by using positive sequence fault components of voltages and currents derived at both line ends, as well as line positive sequence parameters. The algorithm does not need fault type identification, and its accuracy is not affected by fault resistance, system impedance, pre-fault load current and shunt capacitance. The EMTP based digital simulation has shown its correctness and high accuracy.

Key words: fault location; transmission lines; distributed parameter; fault component

(上接第41页)

Abstract: In this paper, from two different aspects of wavelet transformations in wavelet analysis, two wavelet networks are induced, and the constructions, models and function approximation abilities of the two wavelet networks are presented. The simulations of a ladder function approximation with the two wavelet networks are done, and the result is that the function approximation ability of the second wavelet network is better than the first. The two wavelet networks used as signal classification are discussed, and the learning models and simulation results are given in the end.

Key words: wavelet transformation; wavelet network; function approximation; signal classification