

冷备用冗余的可靠性分析方法

崔建华, 陆俭国, 金少华, 顾颖萌

(河北工业大学电器研究所, 天津 300130)

摘要: 提出了冷备用冗余系统的可靠性计算方法, 并将冷备用冗余方式与其余冗余方式进行比较, 说明其优越性。文章还列举几种典型备用冗余系统和混合冗余系统, 给出使用方面的建议。

关键词: 冷备用; 可靠性; 功率输出

中图分类号: TM501 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2000)01-0058-04

1 引言

冷备用冗余系统早已存在。一般地, 系统存在一个主设备和一个事故备用设备, 主设备可以无冗余或有热备用冗余, 备用设备在主设备正常运行时处于关机待命即冷备用状态, 当主设备发生故障时, 备用设备启动, 接续系统功能。主设备向备用系统的切换一般是采用停机的方法。

冷备用冗余系统的传统应用受到器件容量和切换手段的限制。为此, 从经济性角度出发, 工业系统大量采用 $N+1$ 冗余, 即在 N 个可以 100% 承担系统功能的子项外增设一个冗余子项的冗余方法, 一般采用热备用方式, 即冗余子项(可以是 $N+1$ 个子项中的任意一个)与其它子项共同投入运行, 共同分担系统功能。另外, 在具有多个相同系统的场合, 还可以采用增设一台公用冷备用系统的解决方案。

随着器件制造水平的提高, 主系统额定输出所需的输出部件串并联数正在逐步减少, 在中规模控制系统上, 这一数目已可以减到 1, 在这样的主系统中引入冷备用冗余概念已成为可能。在电气设备范围内, 由于控制系统的进步, 在某些场合下还可以做到运行子项到冷备用子项的快速无扰动切换而无须停机, 从而扩大了这种冗余方式的使用范围。对冷备用系统的可靠性加以分析对这种系统的可靠性预计和推广应用具有现实的必要性。

2 双重冷备用冗余的可靠性分析

设系统 L 由两个相互独立的子项 L_1 、 L_2 联接

而成, 方式为冷备用切换, 即当 L_1 损坏时 L_2 开始工作。已知 L_1 、 L_2 的寿命分别为 X 、 Y , 故障分布函数和概率密度服从参数为 λ 、 μ 的指数分布, 即:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0; \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} \quad (1)$$

$$F_Y(y) = \begin{cases} 1 - e^{-\mu y}, & y > 0; \\ 0, & y \leq 0. \end{cases} \quad (2)$$

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0; \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} \quad (3)$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \mu e^{-\mu y}, & y > 0; \\ 0, & y \leq 0. \end{cases} \quad (4)$$

由于子项 L_1 故障时子项 L_2 才开始工作, 故整个系统 L 的寿命是 L_1 、 L_2 两者寿命之和, 令系统的寿命为 Z , 其概率密度为关于 X 、 Y 的二维概率密度, 记为 $f_Z(z)$, 则有:

$$Z = X + Y \quad (5)$$

$$f_Z(z) = \int_0^z f_X(z-y)f_Y(y)dy \quad (6)$$

将(3)式和(4)式代入(6)式

$$f_Z(z) = \int_0^z \lambda e^{-\lambda(z-y)} \mu e^{-\mu y} dy \quad (7)$$

当时, 有:

$$f_Z(z) = \begin{cases} \lambda \mu (e^{-\lambda z} - e^{-\mu z}), & z > 0; \\ 0, & z \leq 0. \end{cases} \quad (8)$$

由于:

$$F_Z(z) = \int_0^z f_Z(t) dt,$$

故有:

$$F_Z(z) = \begin{cases} \frac{(1 - e^{-\lambda z}) - (1 - e^{-\mu z})}{\lambda - \mu}, & z > 0; \\ 0, & z \leq 0. \end{cases} \quad (9)$$

收稿日期: 1999-07-19

作者简介: 崔建华(1965-), 男, 硕士, 高级工程师, 从事智能电器与机电一体化的研究工作。

$$R_Z(z) = \begin{cases} \frac{e^{-z} - e^{-z}}{1 - e^{-z}}, & z > 0; \\ 1, & z = 0. \end{cases} \quad (10)$$

当 λ_1, λ_2 相同时, 根据(7)式可得:

$$f_Z(z) = \int_0^z 2e^{-z} dy,$$

即:

$$f_Z(z) = \begin{cases} 2e^{-z}, & z > 0, \\ 0, & z = 0. \end{cases} \quad (11)$$

$$F_Z(z) = \begin{cases} 1 - e^{-z} - ze^{-z}, & z > 0; \\ 0, & z = 0. \end{cases} \quad (12)$$

$$R_Z(z) = \begin{cases} e^{-z} + ze^{-z}, & z > 0; \\ 1, & z = 0. \end{cases} \quad (13)$$

3 多重冷备用冗余的可靠性分析

从上述方法着手, 对于一个有三个子项组成的冷备用冗余系统, 其第三个子项 L_3 的寿命为 M , 故障分布函数和概率密度服从参数为 λ ($\lambda > 0$) 的指数分布, 即:

$$F_M(m) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda m}, & m > 0; \\ 0, & m = 0. \end{cases} \quad (14)$$

$$f_M(m) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda m}, & m > 0; \\ 0, & m = 0. \end{cases} \quad (15)$$

令系统的寿命 (故障分布函数) 为 T , 其概率密度为关于 Z, M 的二维概率密度, 记为 $f_T(t)$, 后面令 $t, m, z > 0$, 则有:

$$T = Z + M \quad (16)$$

$$f_T(t) = \int_0^t f_Z(t-m)f_M(m)dm \quad (17)$$

当各子项的参数不同时, 即 $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$ 时有:

$$f_T(t) = \int_0^t \frac{1}{\lambda_1} [e^{-\lambda_1(t-m)} - e^{-\lambda_2(t-m)}] e^{-\lambda_3 m} dm \quad (18)$$

$$f_T(t) = \frac{[e^{-\lambda_1 t} (\lambda_2 - \lambda_3) - e^{-\lambda_2 t} (\lambda_1 - \lambda_3) + e^{-\lambda_3 t} (\lambda_1 - \lambda_2)]}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_3 - \lambda_1)} \quad (19)$$

$$F_T(t) = \frac{(1 - e^{-\lambda_1 t})}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)} - \frac{(1 - e^{-\lambda_2 t})}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} + \frac{(1 - e^{-\lambda_3 t})}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \quad (20)$$

$$R_T(t) = \frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)} - \frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} + \frac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \quad (21)$$

当子项 L_1, L_2 的参数相同, L_3 不同时, 即 $\lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3$ 时, 有:

$$f_T(t) = \int_0^t 2e^{-\lambda(t-m)} (t-m) e^{-\lambda_3 m} dm$$

$$f_T(t) = \int_0^t 2e^{-\lambda t} e^{-\lambda(-m)} (t-m) dm$$

$$f_T(t) = \frac{2[e^{-\lambda t} - e^{-\lambda_3 t} + (\lambda - \lambda_3)te^{-\lambda t}]}{(\lambda - \lambda_3)^2} \quad (22)$$

$$F_T(t) = \frac{2(1 - e^{-\lambda t})}{(\lambda - \lambda_3)^2} - \frac{(1 - e^{-\lambda_3 t})}{(\lambda - \lambda_3)^2} + \frac{(1 - e^{-\lambda_3 t} - \lambda_3 t e^{-\lambda_3 t})}{(\lambda - \lambda_3)} \quad (23)$$

$$R_T(t) = 1 - F_T(t) \quad (24)$$

当各子项参数相同时:

$$f_T(t) = \int_0^t 3e^{-\lambda(t-m)} dm \quad (25)$$

$$f_T(t) = \frac{3t^2 e^{-\lambda t}}{2} \quad (26)$$

$$F_T(t) = 1 - e^{-\lambda t} - \lambda t e^{-\lambda t} - \frac{1}{2} (\lambda t)^2 e^{-\lambda t} \quad (27)$$

$$R_T(t) = e^{-\lambda t} + \lambda t e^{-\lambda t} + \frac{1}{2} (\lambda t)^2 e^{-\lambda t} \quad (28)$$

如果系统由 m 个子项组成, 每个子项均服从参数为 λ 的指数分布, 系统按冷备用冗余原则组建, 则系统的故障概率函数 $F_S(t)$ 服从参数为 λ 的泊松分布:

$$F_S(t) = 1 - \sum_{k=0}^{m-1} \frac{1}{k!} (\lambda t)^k \cdot e^{-\lambda t}; \quad (29)$$

$$f_S(t) = \frac{1}{(m-1)!} \lambda^m t^{m-1} \cdot e^{-\lambda t} \quad (30)$$

即: $F_S(t) \sim (\lambda t)^m$; 对应的可靠度函数:

$$R_S(t) = \sum_{k=0}^{m-1} \frac{1}{k!} (\lambda t)^k \cdot e^{-\lambda t}; \quad (31)$$

系统寿命为:

$$M_S = m/\lambda \quad (32)$$

4 冷备用冗余与 n 取 1 冗余的比较

设系统有 n 个组成系统的子项并联, 任一个子项正常运行就可以维持系统的全部功能, 这样的系统冗余形式就是 n 取 1 冗余或并联冗余。设各子项服从指数分布且故障率 λ 相同, 则子项的寿命为 $1/\lambda$ 。该系统的故障概率 F_S , 概率密度 f_S 和平均寿命 M_S 为:

$$F_S(t) = (1 - e^{-\lambda t})^n \quad (33)$$

$$f_S(t) = n(1 - e^{-\lambda t})^{n-1} e^{-\lambda t} \quad (34)$$

$$M_S(t) = \int_0^t F_S(t) dt \quad (35)$$

$$M_S(t) = tF_S(t) \Big|_0 - \int_0^t F_S(t) dt$$

将故障概率函数代入上式,并使用

$$(1 - e^{-t})^i = (1 - e^{-t})^{i-1} \cdot [(1 - e^{-t})^i] / (i)$$

可得:

$$M_S(t) = \sum_{i=1}^n (i)^{-1} \quad (36)$$

由式(36)和式(32)可以看出, n 取 1 冗余系统的平均寿命随着冗余子项数的增加按调和级数规律增加,而冷备用冗余系统的平均寿命则按照等差级数规律增加,例如,2 个子项组成的冷备用冗余系统的寿命(2 λ)与 4 个子项组成的 4 取 1 冗余系统的寿命(2.083 λ)已经相当,而前者的费用却只有后者的一半,当 n 的数值加大时,这一比例还会进一步加大。可见,冷备用系统的冗余效果显著大于 n 取 1 冗余,在取代 $N+1$ 冗余时,应该首选冷备用系统而不是 n 取 1 冗余。

进一步分析可以证明,在构成系统的子项数相同的情况下,冷备用系统的故障率总是低于 n 取 1 冗余系统,两者的故障率函数均为单增函数,前者和后者分别在 $t_1 = n/\lambda$ 和 $t_2 = 1n(n)/\lambda$ 处存在拐点, $t_1 > t_2$ 。限于篇幅,不再叙述。

5 冷备用冗余与并联冗余的混合

在实际应用中经常会遇到冷备用冗余和并联冗余混合使用的情况,一般的,前者是功率器件,后者则是用于对前者进行控制的电子控制级的器件。假定 B_1, B_2 为冷备用冗余系统的两个子项,其故障率为 λ , A_1, A_2 为并联冗余的两个子项,故障率为 λ ,通常系统可有两种组成方式:图 1 表示 B_1, B_2 分别由 A_1, A_2 控制,系统 1 在 A_1 与 B_1 或 A_2 与 B_2 正常工作时才正常工作,而对于图 2 所示系统 2, B_1, B_2 由 A_1, A_2 并联后控制,系统除上述关系成立外,

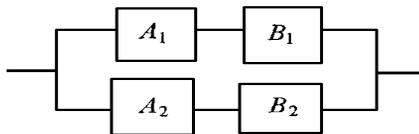


图1 混合冗余系统 1

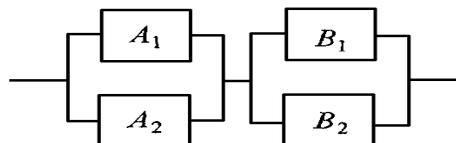


图2 混合冗余系统 2

在 A_2 与 B_1 或 A_1 与 B_2 正常工作时也能正常工作。

我们来分析系统 1 的可靠性,定义事件 1: A_1 与 B_1 可正常工作到 t 时刻,定义 A_1 和 B_1 组成通道的寿命为随机变量 X ,显然, X 与事件 1 对应;定义事件 2:事件 1(假定系统 1 因此切换至由 A_2 和 B_2 组成的通道),且 A_2 可以正常工作到 t 时刻,且 B_2 结束备用并延续工作到 t 时刻,定义 B_2 的寿命为随机变量 Y ;定义事件 3:系统 1 正常工作到 t 时刻,定义系统 1 的寿命为随机变量 T 。可见,事件 3 是事件 1 和事件 2 的或事件,由于事件 1 与事件 2 不相容,事件 3 的概率亦即系统 1 的可靠度可以表达为事件 1 和事件 2 概率的简单和,使用 R 表示各部件的可靠度,则系统 1 的可靠度为:

$$R(t) = R_{A1}(t) R_{B2}(t) + R_{A2}(t) P\{x < t, x + y > t\} \quad (37)$$

随机变量 X 的概率密度函数为:

$$f_X(x) = (\lambda + \lambda) e^{-(\lambda + \lambda)x}$$

随机变量 Y 的概率密度函数为:

$$f_Y(y) = \lambda e^{-\lambda y}$$

由于 X, Y 独立, $f(x, y) = f_X(x) f_Y(y)$

$$P\{x < t, x + y > t\} = \int_0^{t-x} \int_{t-x}^{t+x} f(x, y) dy dx =$$

$$\int_0^{t-x} (\lambda + \lambda) e^{-(\lambda + \lambda)x} \lambda e^{-\lambda y} dy dx =$$

$$\int_0^t (\lambda + \lambda) e^{-(\lambda + \lambda)x} \lambda e^{-\lambda(t-x)} dx =$$

$$\int_0^t (\lambda + \lambda) e^{-(\lambda + \lambda)x} \lambda e^{-\lambda t + \lambda x} dx =$$

$$\lambda e^{-\lambda t} (\lambda + \lambda) (1 - e^{-t}) /$$

故系统 1 的可靠度为:

$$R_1(t) = e^{-(\lambda + \lambda)t} [1 + (\lambda + \lambda) (1 - e^{-t}) / \lambda] \quad (38)$$

系统 2 的可靠度可以由下式给出:

$$R_2(t) = (2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}) (1 + \lambda t) e^{-\lambda t} \quad (39)$$

可以证明,系统 2 的可靠度大于等于系统 1 的可靠度。

系统 1 的寿命为:

$$m_{S1} = \frac{2}{\lambda + \lambda} - \frac{1}{2\lambda + \lambda} + \frac{1}{(\lambda + \lambda)(2\lambda + \lambda)} \quad (40)$$

系统 2 的寿命为:

$$m_{S2} = \frac{2}{+} - \frac{1}{2+} + \frac{7^2 + 6^2 + 3}{(+)^2(2+)^2} \quad (41)$$

系统 2 寿命与系统 1 寿命之差为:

$$m_{S2} - m_{S1} = \frac{5^2 + 3^2}{(+)^2(2+)^2} > 0 \quad (43)$$

系统 2 的寿命大于系统 1 的寿命。

仅当 $=0$ 或 $=0$ 时寿命才相等。

当 \gg 或 \ll 时,两个系统的可靠度将趋于一致,可选用系统 1,系统会在物理组成的独立性方面表现出优势,当与可比时,选择系统 2 可提高系统的可靠性。

6 结论

本文通过对冷备用冗余系统的可靠性分析比

A method for reliability analysis on back-up redundancy

CUI Jian-hua, LU Jian-guo, JIN Shao-hua, GU Ying-meng

(Research Institute of Electrical Apparatus, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China)

Abstract: In this paper, the authors give a method for the reliability calculating and predicting of a system with back-up or even mixed back-up redundancy. Comparisons have made in the paper between back-up redundancy and other redundancy forms to show the advantages of the former after some typical systems with back-up redundancy are analyzed and references are worked out to the reliability design before system layout. It is proposed that the back-up redundancy should be put forward widely into practical use, especially in the expensive power stage of electrical control system, because of high system reliability and availability as well as low system cost reached.

Key words: back-up redundancy; reliability; power stage

(上接第 40 页)

[3] 王维俭. 主设备保护的几个理论和运行问题. 电力系统自动化, 1999(11):1-5.

较,给出了其可靠性分析方法,说明了其优越性。使用这种系统可简化控制装置功率输出部分的设计,提高该部的可靠性,应该在工业控制领域内加以推广。

参考文献:

- [1] Cui Jianhua, Fu Zhongwen. Reliability Analysis Of Excitation System (Configuration 1), HDC/ ES-970530-1. HDC ABB Generation AB, 1997, 5.
- [2] 傅仲文, 崔建华. 励磁系统电气结构的可靠性分析. 水电厂自动化, 1998, 2.
- [3] 陆俭国, 唐义良. 电器可靠性理论及其应用. 机械工业出版社, 1996.

[4] 朱声石. 高压电网继电保护原理与技术(第 2 版). 北京:中国电力出版社, 1995.

[5] 王梅义. 电网继电保护应用. 北京:中国电力出版社, 1999. 8.

Microprocessor-based phase-to-phase backup protection of power transformer

ZHU Sheng-shi¹, WU Yun-xiang²

(1. Electric Power Automation Institute, Nanjing 210003; 2. Electric Power Bureau of Anhui Province, Hefei 230000, China)

Abstract: It is proposed that two differential protections backup each other against internal fault of power transformer and the distance relays are used mainly as backup protection of LV busbar and feeder faults. The negative sequence distance relay and elliptical characteristic relay are available.

Key words: backup protection of power transformer; distance relay