

基于小波分析法求解阻抗的一种新算法

王安定 西安交通大学电气工程系 (710049)

谢春朝 太原工业大学 (030000)

【摘要】 提出了一种基于小波理论的阻抗计算新方法。此方法利用基函数为方波的小波函数,利用其中任意两次小波分量可以求解出感兴趣的电阻和电抗分量。给出了算法的理论推导和具体计算公式。为了简化分析,研究中采用了单相电路中电气量信号来检验该算法的有效性。在数字仿真计算中考虑了激励中有谐波存在的情况,同时也考虑了信号中含有随机噪声时的算法特性。为了便于对比,在仿真过程中也给出了由全周波富里叶算法计算出的结果。仿真结果表明,所提出的新算法比 Fourier 算法有下述优点:1. 运算量小于全周 Fourier 算法;2. 数据窗可灵活选择为全周波,1/2 或 1/4 周波;3. 计算精度高于全周 Fourier 算法。

【关键词】 小波分析 阻抗计算 富里叶算法

概述

在电力系统控制及保护应用中,许多情况下如果能在线估计出负荷等值阻抗将使保护功能优化及完善。在此,往往在电力系统中可监测的电气量为电压和电流,但真正感兴趣的量通常是等值负荷阻抗。因此如何从已知的电压和电流量准确及快速地计算阻抗值就成为必须要解决的问题。对于电力系统中广泛采用的距离保护而言,阻抗值的准确及快速计算的重要性更是不言而喻的。在电力系统稳定计算中,负荷阻抗的精确预测也是至关重要的。

电力系统中发生故障的情况是在所难免的,关键问题是当故障发生时,如果通过继电保护装置或其它一些故障测距设备能准确给出故障点至测量点的距离,使故障得以快速清除,从而确保系统的安全可靠连续运行。迄今为止,现有的故障测距算法除基于行波原理的方法之外,大多数均受到远端负荷阻抗的影响。而且就算法本身而论,在绝大多数情况下均需要通过计算从测量点到故障点的阻抗来归算出故障距离。

由上述可见,为了电力系统的安全可靠运行,研究出阻抗计算的精确算法是具有非常的

实用意义的。近年来,小波分析方法在许多领域都得到了广泛地应用。由于小波分析法具有一系列特点,因而在电力系统也得到了发展和应用。

本文提出了一种基于小波分析理论的新型阻抗求解方法。这种方法不需专门的滤波处理。算法中采用了最简单的方波函数作为小波变换的基函数,使得小波变换的运算非常简单。为了检验新算法的有效性,研究中采用一简单的单相电路进行了大量的数字仿真计算。在此仿真过程中,也同时给出了由全周波富里叶算法计算得出的结果以便于进行比较。

1 算法的提出

图1所示为本文数字仿真中采用的模型电路,其为一简单的单相模拟电路。在此电路中,当激励源 U_s 为已知时,若开关 K 在 $t = 0$ 时刻闭合,则在负荷 Z_{load} 两端的电压 U_t 和流经该负荷的电流 i_t 可根据电路知识求解。若,

$$U_t = U^* \sin(2\pi ft + \varphi) \quad (1)$$

则可求得流经负荷 Z_{load} 的电流 i_t 为:

$$i_t = I^* \sin(2\pi ft + \varphi - \theta) - I^* \sin(\varphi - \theta) e^{-t/\tau} \quad (2)$$

式中: $\theta = \text{tg}^{-1}(R/X)$, $X = 2\pi fL$, $\tau = L/R$,

$$I = U/Z, \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

根据微分方程模型,在负荷阻抗处的电压电流可由下式表示:

$$U = R^* i + L^* di/dt \quad (3)$$

将式(2) 两侧积分后可得:

$$U^* dt = R^* i^* dt + L^* i \quad (4)$$

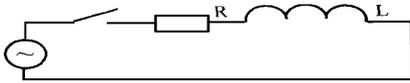


图1 简单的单相电路模型

由于图1中负荷两侧的电压即为加入该电路的激励源 U_s ,而流经负荷的电流可由式(2)求得。因此,对于任一时刻负荷两侧的电压及电流值均为已知。当然对于离散后的数字量,电压和电流的积分也是可以很方便地得到的。若 U_n 为电压 U 在 n 时刻的离散值,则电压 U 的积分 U_{int} 在 n 时刻的积分 U_{int_n} 的值应为:

$$U_{int_n} = [U_{n-1} + (U_{n-1} + U_n)/2]^* t \quad (5)$$

同样,电流 i 的积分在 n 时刻的值 i_{int_n} 应为:

$$i_{int_n} = [i_{n-1} + (i_{n-1} + i_n)/2]^* t \quad (6)$$

为了求解负荷阻抗 R 和 X ,现对式(4) 两侧进行小波变换,可得:

$$W(U_{int}) = R^* W(i_{int}) + L^* W(i) \quad (7)$$

众所周知,任一函数的小波变换是一个族系列。故为了求解 R 和 X 两个参数需利用小波变换系列中的任意两个分量得两个等式:

$$W_{n_1}(U_{int}) = R^* W_{n_1}(i_{int}) + L^* W_{n_1}(i) \quad (8)$$

$$W_{n_2}(U_{int}) = R^* W_{n_2}(i_{int}) + L^* W_{n_2}(i) \quad (9)$$

由式(8)和式(9)可求得:

$$R = [W_{n_1}(U_{int})^* W_{n_2}(i) - W_{n_2}(U_{int})^* W_{n_1}(i)] / [W_{n_1}(i_{int})^* W_{n_2}(i) - W_{n_2}(i_{int})^* W_{n_1}(i)] \quad (10)$$

$$L = [W_{n_1}(U_{int})^* W_{n_2}(i) - W_{n_2}(U_{int})^* W_{n_1}(i)] / [W_{n_1}(i_{int})^* W_{n_2}(i) - W_{n_2}(i_{int})^* W_{n_1}(i)] \quad (11)$$

从式(10)和式(11)可见,其分子和分母中都有积分项存在,因而在求解电压和电流的积分值时,式(5)和式(6)中乘 t 可暂时不进行。对于式(10),由于其分子和分母中积分项都为

一阶,因而完全可以忽略式(5)和式(6)中不乘 t 的作用。而对于式(11),由于其分子中积分项为两阶,但分母中积分项是一阶,故可在最后结果中乘以 t 来考虑忽略式(5)和式(6)中不乘 t 的影响。

在本文研究中,小波变换中基函数选定为最简单的方波函数,变换集中于 $0 \leq x \leq 2$ 之间。

$$h(t) = 1 \quad x < 1; \quad h(t) = -1 \quad x > 1 \quad (12)$$

2 数字仿真

利用图1所示的简单系统,由 Mathcad 软件按式(1)和式(2)产生电压电流数据。当然,在考虑有谐波分量存在时,必须对式(1)和式(2)加以修正。仿真计算中采样频率选为每周波可得64个采样点,即 $f_s = 3200\text{Hz}$ 。仿真过程中,可以在激励中增加谐波分量或加入白噪声。当然,也可以改变负荷参数的大小。对于阻抗参数的求解,可以选用其中任两次不同阶的小波分量。当采样频率确定之后,可以获得的小波分量的总阶数也就随之而确定了。对于小波变换而言,每周波的采样点数必须是2的整次幂,即应满足 $2^n = M$ 。当 $f_s = 3200\text{Hz}$ 时,则有 $M = 64$,故 $n = 6$,共可以得到6阶小波变换。由式(10)和式(12)可见,只要当 $n_1 \neq n_2$ 时,即任意两个不同阶次的小波变换就可得到所求解的电阻和电抗分量。在此一个周波内的采样点数为 M 。

对选定的小波变换基函数, n_1 阶小波分量可有, $n_1 = 0 \dots 5$, $n = 0 \dots M/2^{n_1} - 1$

$$W_{n_1}(i) = \frac{h(\frac{n \cdot 2^{n_1+1}}{M-1}) \cdot i_n}{M/2^{n_1}} \quad (13)$$

$$W_{n_1}(i_{int}) = \frac{h(\frac{n \cdot 2^{n_1+1}}{M-1}) \cdot i_{int_n}}{M/2^{n_1}} \quad (14)$$

$$W_{n_1}(U_{int}) = \frac{h(\frac{n \cdot 2^{n_1+1}}{M-1}) \cdot U_{int_n}}{M/2^{n_1}} \quad (15)$$

对于 n_2 阶小波分量,计算式类似于 n_1 阶小波分量的过程。

若不考虑运算量的限制,而只规定可用数

据必须在一个周波之内。则当小波变换阶数 n_1 和 n_2 选定后,在一个周波数据内可得到 2^{n_1} 个 n_1 阶小波变换。同样可有 2^{n_2} 个 n_2 阶小波变换。这样,在一个周波内可求解得的 R 和 X 则分别为一 $n_1 \times n_2$ 阶的矩阵。而矩阵中的每一个分量可由式(10)或式(11)求得。具体的某个分量所需的数据长度为 $M/2^{n_1}$ 或 $M/2^{n_2}$,应为其中大者。

在实际应用时,如考虑类似于微机保护中时限(动作速度)的限制,可考虑只选择最早计算得的一次结果进行判断。而且可根据精度的要求,选择适当阶次的小波分量多次计算然后求平均值而得最后结果进行判断。例如当微机保护中每周波采样16点数据时,选择 $n_1 = 2$, $n_2 = 3$ 的情况下所需数据窗为半个周波。若利用故障录波数据离线进行故障定位计算时,可考虑充分利用一个周波的数据。即当选定小波阶次后,将可求出的每个 R 和 X 分量都进行计算,即得到整个 $n_1 \times n_2$ 阶矩阵,然后,由均值算法求出最后结果。这种计算方法必须增加计算

量,但数据窗可仍然保持在一个周波之内,因而在离线场合不要求很高的计算速度情况下是有益的。

下面给出小波变换算法和富里叶变换算法的运算量统计和仿真的结果。

2.1 运算量统计

仍设 M 为一个周波内的采样点数,则计算出求解 R 、 X 时所需的小波分量的运算量为: $3 * (M/2^{n_1} + M/2^{n_2})$ 次加减法,6次乘法。由富里叶算法计算电压和电流的实虚部分量所需的运算量为: $4 * M$ 次加减法, $4 * M$ 次乘法。无论哪种算法,在求得所要求的各变换分量后,最后求解 R 和 X 时运算型式是完全相同的。由此可见,在数据窗相同的情况下,小波变换算法的运算量远小于富里叶变换的算法的运算量。当然,对于小波变换算法,为提高计算精度,可采用在一个周波内不同时段的小波分量求出 R 和 X ,然后由均值算法得出最后的结果。此时由于需多次计算 R 和 X ,因而运算量将大大增加,

有时可能会大于富里叶算法的运算量。如做 n_1 次均值则可统计得所需进行的运算量为: $3 * n_1 * (M/2^{n_1} + M/2^{n_2})$ 次加减法, $6 * n_1$ 次乘法, n_1 次求解 R 和 X 的运算。

2.2 仿真计算结果

在本文研究中,选取了 $M = 64$ 。仿真计算中采用了多种小波分量的组合情况,表中列出了采用 n_1 次均值运算的结果。表1为纯工频激励的仿真结果,从表可见,小波变换法所产生的误差仅为0.2%。由于富里叶算法受非周期分量的影响,故其产生的误差可高达17%以上。表2为不同负荷阻抗情况下的结果,对于大电阻分量的场合由于时间常数较小,故富里叶算法产生的误差将更大。

表1 纯工频激励情况(实际负荷: $R = 5, X = 5$)

| | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| n_1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 富里叶算法 |
| n_2 | 4 | 4 | 5 | 6 | 5 | 6 | 6 | 全周波 |
| R | 4.997 | 5.001 | 5.001 | 5.001 | 5.003 | 5.016 | 5.0 | 5.396 |
| X | 5.001 | 4.997 | 4.997 | 4.996 | 4.993 | 4.99 | 4.996 | 5.852 |

表2 纯工频激励情况(实际负荷: $R = 20, X = 5$)

| | | | | | | | | |
|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|
| n_1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 富里叶算法 |
| n_2 | 4 | 4 | 5 | 6 | 5 | 6 | 6 | 全周波 |
| R | 20.01 | 20.015 | 19.978 | 20.011 | 20.013 | 19.962 | 20.02 | 21.527 |
| X | 4.996 | 5.018 | 5.004 | 5.001 | 5.001 | 5.022 | 5.001 | 5.999 |

表3 激励中含有2.5%的随机噪声和10%三次谐波情况(实际负荷: $R = 5, X = 20$)

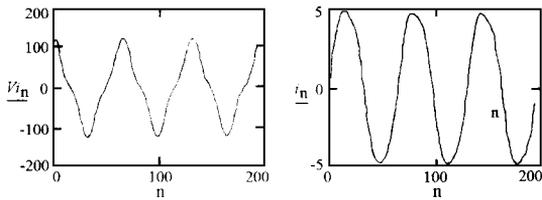
| | | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|
| n_1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 富里叶算法 |
| n_2 | 4 | 4 | 5 | 6 | 5 | 6 | 6 | 全周波 |
| R | 4.999 | 4.848 | 5.048 | 4.374 | 5.044 | 5.654 | 3.36 | 5.014 |
| X | 20.102 | 20.067 | 19.974 | 18.781 | 20.695 | 20.818 | 16.78 | 19.801 |

表4 激励中含有20%三次谐波的情况(实际负荷: $R = 5, X = 20$)

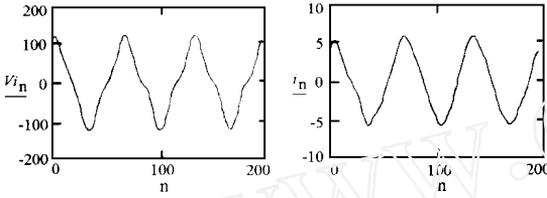
| | | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|
| n_1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 富里叶算法 |
| n_2 | 4 | 4 | 5 | 6 | 5 | 6 | 6 | 全周波 |
| R | 5.001 | 5.0 | 5.002 | 5.007 | 5.002 | 5.002 | 5.002 | 5.019 |
| X | 20.011 | 19.986 | 19.987 | 19.993 | 19.994 | 19.994 | 19.99 | 19.693 |

表5 激励中含有20%三次谐波的情况(实际负荷: $R = 20, X = 5$)

| | | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|
| n_1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 富里叶算法 |
| n_2 | 4 | 4 | 5 | 6 | 5 | 6 | 6 | 全周波 |
| R | 20.036 | 20.009 | 19.966 | 20.002 | 19.961 | 20.007 | 20.02 | 21.57 |
| X | 5.012 | 5.0 | 5.019 | 5.006 | 4.97 | 5.012 | 4.997 | 6.029 |



(a) 电压波形 (b) 电流波形
图 2 对应于表 4 情况下的电气量波形



(a) 电压波形 (b) 电流波形
图 3 对应于表 5 情况下的电气量波形

图 2 和图 3 分别给出了对应表 4 和表 5 情况下负荷两侧电压波形和流经负荷的电流波形。在含有谐波的情况下,小波变换算法仍然具有较高的计算精度。由于所加入为整次倍谐波,故对富里叶算法的影响也不大,其误差主要来自于非周期分量的作用。

从仿真结果可见,在数据窗均为一个周波时,采用小波分析算法比采用富里叶算法的计算精度要高许多。而且利用小波分析计算的结果受谐波影响很小,在 20% 三次谐波存在的情况下,由小波分析计算所得的结果其误差仍小于 1%。当电气量中有随机噪声存在时,阻抗计算的精度较低,可能是由于使小波算法中分母值接近于零所造成的。这种场合下,采用低阶次的小波(其数据窗较长)可以获得较高的

A NEW WAVELET ANALYSING METHOD OF CALCULATING IMPEDANCE

Wan Anding (Xi 'an Jiaotong University, 710049)

Xie Chunchao (Taiyuan Industry University, 030000)

O. W. p. Thomas C. Christopoulos (University of Nottingham, U. K.)

Abstract A new method, which is based on wavelet analysing, of calculating impedance is proposed in this paper. The wavelet based on square wave function is used in the new method, the resistance and reactance components of the interested impedance can be calculated from any two components of signals' wavelets. To simplify the analysis, in the paper the electrical signals of a single phase circuit are used to verify the correctness of the proposed method. In the simulation, the effect of harmonics and random noise in the source of the circuit is also investigated. For comparison, the results of calculated impedance using Fourier method are also tabled out. The simulation shows that the new method is of several advantages over the Fourier method. 1. The calculating burden of the new method is less than that of the Fourier method. 2. The data

测量精度。

3 结论

本文提出的利用小波变换的计算阻抗方法,具有原理简单,运算工作量小以及计算精度高等一系列优点。仿真结果表明,本文提出的算法不受直流衰减分量的影响,由于该算法基于求解负荷微分方程模型,故承袭了解微分方程算法的这一优点。此外,该算法对谐波分量具有较高的免疫能力。这种算法的一个缺陷是只能适用于每周波采样点为 2 的整幂次方的场合。如采样点不满足前述要求,就必须应用插值算法使数据满足要求后才能使之适应。但这必将导致运算量的增加。

本文第一作者非常感谢鲍玉刚基金会,中华人民共和国国家教委和英国文化教育委员会(British Council)给予的 SBFSS 奖学金资助。另外,作者也感谢英国 Nottingham 大学提供了各种设备才使得本研究得以顺利进行。

参考文献

- 1 Wavelets: A tutorial in theory and applications ... Boston, Academic press, Inc., 1992.
- 2 崔锦泰(Charles k. Chui), (美)著,程正兴译. 小波分析导论. 西安:西安交通大学出版社,1995.
- 3 徐佩霞,孙功宪编著. 小波分析与应用实例. 合肥:中国科学技术大学出版社,1996.

王安定,男,1958年生,博士,副教授,从事电力系统及其自动化的研究工作。