一种消除非周期分量对非递推富氏算法影响的精确方法

周大敏　重庆后勤工程学院，重庆　(400041)

【摘要】　提出了一种从不同数据窗的非递推富氏算法中消除衰减非周期分量影响的新方法。新的校正方法对衰减时间常数 τ 和数据窗长短未作假定和要求，是从富氏算法滤波结果的基础上严格推导得出的，理论分析和仿真验算都证明上述算法原理是正确的，补偿效果很好。新的校正方法还具有计算量小，只需在原算法基础上增加两个采样点，以及受分次谐波影响很小等特点，具有较高的理论和实用价值。

【关键词】　富氏算法　非周期分量　电力系统

引言

富氏滤波算法在电力系统中应用很广，尤其是作为电力系统微机保护提取基波分量的一种算法，富氏滤波占有重要的地位。全波富氏算法能滤除所有整次谐波分量(假定提取基波分量)且具有稳定性好的优点，但数据窗为一个周波，响应速度相对较慢。半波富氏算法只有半个周期的采样数据，响应快，但它只能滤除奇次谐波，滤波能力相对较弱。文献[2,3]提出了两种根据要求能滤除任意指定的谐波分量的短窗滤波方法，可以兼顾滤波精度和响应速度的要求，有着重要的用途。

电力系统故障后的电流、电压信号中包含有衰减的非周期分量，富氏算法对衰减非周期分量的抑制能力很差。对如何消除衰减非周期分量给富氏滤波算法带来的影响，人们进行了深入的研究，提出了不少方法[4-8]。对衰减非周期分量的处理方式，归结起来主要有三种：

(1) 利用正弦波前、后半周波形特征；

(2) 假定衰减非周期分量的时间常数已知；

(3) 差分法。

第一类校正方法由于是利用正弦波前、后半周反相的特点，因此，这类方法只能用于全波富氏算法，对于非全波数据窗富氏算法不适用。另外，当输入信号中包含有非整次谐波分量时，由于一个周期内交变分量的积分值不为零，将使计算值 $r = e^{-T_s/\tau}$ 带来很大的误差。第二类校正法的主要缺点是要预知衰减时间常数 τ，当实际的 τ 值不同于补偿算法中采用的 τ 值时，误差可能相当大[1]。此外，也不能应用于短窗富氏算法且受分次谐波影响很大。第三类方法的补偿效果与采样频率有很大的关系。由此可见，以上三类校正方法理论上都不能实现对衰减非周期分量的精确补偿。

本文提出一种能完全消除衰减非周期分量影响的精确方法，适用于各种数据窗的非递推富氏算法。精确校正法所需数据窗只需在原滤波算法基础上增加两点，计算也比较简单，具有较高的实用性。

1　富氏算法及衰减非周期分量的影响

1.1　全波及半波富氏算法

设输入信号为：

$$i(t) = A e^{-at} + \sum_{n=1}^{M} I_m(n)\cos(n\omega \cdot t + \phi_n) \tag{1}$$

式中 $I_{m(n)}$、ϕ_n 分别为 n 次谐波的幅值和初相位。根据全波富氏算法，n 次谐波分量的实部模值 $I_{\mathrm{Re}(n)}$ 和虚部模值 $I_{\mathrm{im}(n)}$ 的时域表达式分别为：

$$I_{\mathrm{Re}(n)} = \frac{2}{T}\int_0^T i(t)\cos(n\omega \cdot t) \cdot dt \tag{2}$$

$$I_{\mathrm{im}(n)} = \frac{2}{T}\int_0^T i(t)\sin(n\omega \cdot t) \cdot dt \tag{3}$$

1997—11—03 收稿

式中 T、ω 分别为基频分量的周期和角频率($\omega = 2\pi/T$)。

用交流采样值表示的全波富氏算法为:

$$I_{\mathrm{Re}(n)} = \frac{2}{N}\sum_{k=1}^{N} i(k)\cos(nk\cdot\frac{2\pi}{N}) \tag{4}$$

$$I_{\mathrm{im}(n)} = \frac{2}{N}\sum_{k=1}^{N} i(k)\sin(nk\cdot\frac{2\pi}{N}) \tag{5}$$

N 为一个周期的采样次数。

半波富氏算法时域表达式为:

$$I_{\mathrm{Re}(n)} = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} i(t)\cos(n\omega\cdot t)\cdot \mathrm{d}t \tag{6}$$

$$I_{\mathrm{im}(n)} = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} i(t)\sin(n\omega\cdot t)\cdot \mathrm{d}t \tag{7}$$

用交流采样值表示的半波富氏算法为:

$$I_{\mathrm{Re}(n)} = \frac{4}{T}\sum_{k=1}^{N/2} i(k)\cos(nk\cdot\frac{2\pi}{N}) \tag{8}$$

$$I_{\mathrm{im}(n)} = \frac{4}{T}\sum_{k=1}^{N/2} i(k)\sin(nk\cdot\frac{2\pi}{N}) \tag{9}$$

n 次谐波的幅值 $I_{m(n)}$ 和初相位 ϕ_n 为:

$$I_{m(n)} = \sqrt{I_{\mathrm{Re}(n)}^2 + I_{\mathrm{im}(n)}^2} \tag{10}$$

$$\phi_n = \mathrm{arctg}\frac{I_{\mathrm{im}(n)}}{I_{Re(n)}} \tag{11}$$

如输入信号具有式(1)所示的形式,经过富氏滤波算法处理后,$I_{\mathrm{Re}(n)}$、$I_{\mathrm{im}(n)}$ 的理论值应为:

$$I_{\mathrm{Re}(n)} = I_{m(n)}\cos\phi_n \tag{12}$$

$$I_{\mathrm{im}(n)} = I_{m(n)}\sin\phi_n \tag{13}$$

1.2　衰减非周期分量对全波富氏算法的影响

将式(1)分别代入式(2)、(3)得到:

$$I_{\mathrm{Re}(n)} = I_{m(n)}\cos\phi_n + \frac{2}{T}\int_0^T A\mathrm{e}^{-at}\cos(n\omega\cdot t)\cdot \mathrm{d}t \tag{14}$$

$$I_{\mathrm{im}[n]} = I_{m(n)}\sin\phi_n + \frac{2}{T}\int_0^T A\mathrm{e}^{-at}\sin(n\omega\cdot t)\cdot \mathrm{d}t \tag{15}$$

令 $$\Delta K_C = = \frac{2}{T}\int_0^T A\mathrm{e}^{-at}\cos(n\omega\cdot t)\cdot \mathrm{d}t \tag{16}$$

$$\Delta K_S = = \frac{2}{T}\int_0^T A\mathrm{e}^{-at}\sin(n\omega\cdot t)\cdot \mathrm{d}t \tag{17}$$

可见,当输入信号中包含衰减非周期分量时,由于 $A\neq 0$、$a\neq 0$,导致 $\Delta K_C\neq 0$、$\Delta K_S\neq 0$,将未经校正的 $I_{\mathrm{Re}(n)}$、$I_{im(n)}$ 作为实际有用信号的实、虚部必然带来很大的误差,试验证明,如不采取措施,在最严重的情况下,由衰减非周期分量对富氏算法造成的计算误差可能超过 10 %,因此必须对其校正。

2　衰减非周期分量的消除

2.1　消除对全波富氏算法的影响

设对故障后输入信号 $i(t)$ 进行等间隔采样,下面以时域形式对校正方法进行介绍。

(1) 取数据窗 1,$t\in[0, T]$,根据式(12)～(17)得

$$I_{\mathrm{Re}(n)} = I_{m(n)}\cos\phi_n + \Delta K_C \tag{18}$$

$$I_{\mathrm{im}(n)} = I_{m(n)}\sin\phi_n + \Delta K_S \tag{19}$$

(2) 延迟 ΔT,取数据窗 2,$t\in[\Delta T, T+\Delta T]$,得到

$$\begin{aligned} I'_{\mathrm{Re}(n)} &= I_{m(n)}\cos(\phi_n + n\omega\cdot\Delta T) + \\ &\frac{2}{T}\int_0^T A\mathrm{e}^{-a(t+\Delta T)}\cos(n\omega\cdot t)\cdot \mathrm{d}t = \\ &I_{m(n)}\cos(\phi_n + n\omega\cdot\Delta T) + \\ &\mathrm{e}^{-a\Delta T}\cdot\Delta K_C \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} I'_{\mathrm{im}(n)} &= I_{m(n)}\sin(\phi_n + n\omega\cdot\Delta T) + \\ &\frac{2}{T}\int_0^T A\mathrm{e}^{-a(t+\Delta T)}\sin(n\omega\cdot t)\cdot \mathrm{d}t = \\ &I_{m(n)}\sin(\phi_n + n\omega\cdot\Delta T) + \\ &\mathrm{e}^{-a\Delta T}\cdot\Delta K_S \end{aligned} \tag{21}$$

式(20)、(21)又可以写为:

$$\begin{aligned} I'_{\mathrm{Re}[n]} &= K_{C1}\cdot I_{m(n)}\cos\phi_n - \\ &K_{S1}\cdot I_{m(n)}\sin\phi_n + \mathrm{e}^{-a\Delta T}\cdot\Delta K_C \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} I'_{\mathrm{im}[n]} &= K_{C1}\cdot I_{m(n)}\sin\phi_n - \\ &K_{S1}\cdot I_{m(n)}\cos\phi_n + \mathrm{e}^{-a\Delta T}\cdot\Delta K_C \end{aligned} \tag{23}$$

式中 $K_{C1} = \cos(n\omega\cdot\Delta T)$,
$K_{S1} = \sin(n\omega\cdot\Delta T)$

对确定的谐波次数 n 和确定的延迟 ΔT,K_{C1},K_{S1} 是两个常数。理论上说,ΔT 可以任意确定,但对等间隔采样,满足 $\Delta T = i\cdot T_S(i = 1,2,\cdots\cdots)$,$T_S$ 为采样周期。为提高算法的响应速度,

应取 $\Delta T = T_S$。

(3) 延迟 $2\Delta T$,取数据窗 3, $t \in [2\Delta T, T + 2\Delta T]$,对该窗口中的信号进行富氏滤波,得到:

$$I''_{Re[n]} = I_{m(n)}\cos(\phi_n + 2n\omega\cdot\Delta T) + \frac{2}{T}\int_0^T A e^{-a(t+2\Delta T)}\cos(n\omega\cdot t)\cdot dt = K_{C1} I_{m(n)}\cos(\phi_n + n\omega\cdot\Delta T) - K_{SL}\cdot I_{m(n)}\sin(\phi_n + n\omega\cdot\Delta T) + e^{-2a\Delta T}\cdot\Delta K_C \quad (24)$$

$$I''_{im[n]} = I_{m(n)}\sin(\phi_n + 2n\omega\cdot\Delta T) + \frac{2}{T}\int_0^T A e^{-a(t+2\Delta T)}\sin(n\omega\cdot t)\cdot dt = K_{C1} I_{m(n)}\sin(\phi_n + n\omega\cdot\Delta T) + K_{SL}\cdot I_{m(n)}\cos(\phi_n + n\omega\cdot\Delta T) + e^{-2a\Delta T}\cdot\Delta K_C \quad (25)$$

令

$$A = I'_{Re[n]} - K_{C1} I_{Re(n)} + K_{S1} I_{im(n)} \quad (26)$$

$$B = I'_{im[n]} - K_{C1} I_{im(n)} + K_{S1} I_{Re(n)} \quad (27)$$

$$C = I''_{Re[n]} - K_{C1} I'_{Re(n)} + K_{S1} I'_{im(n)} \quad (28)$$

$$D = I''_{im[n]} - K_{C1} I'_{im(n)} + K_{S1} I'_{Re(n)} \quad (29)$$

根据式(18) ~ (25),得到

$$A = (e^{-a\Delta T} - K_{C1})\Delta K_C + K_{S1}\cdot\Delta K_S \quad (30)$$

$$B = (e^{-a\Delta T} - K_{C1})\Delta K_S + K_{S1}\cdot\Delta K_C \quad (31)$$

$$C = e^{-a\Delta T}[(e^{-a\Delta T} - K_{C1})\Delta K_C + K_{S1}\cdot\Delta K_S] \quad (32)$$

$$D = e^{-a\Delta T}[(e^{-a\Delta T} - K_{C1})\Delta K_S + K_{S1}\cdot\Delta K_C] \quad (33)$$

由式(30) ~ (33) 得到:

$$K_T = e^{-a\Delta T} = \frac{|C| + |D|}{|A| + |B|} \quad (34)$$

$$\Delta K_C = \frac{A\cdot(K_T - K_{C1}) - B\cdot K_{S1}}{1 + K_T^2 - 2\cdot K_{C1}\cdot K_T} \quad (35)$$

$$\Delta K_S = \frac{B\cdot(K_T - K_{C1}) - A\cdot K_{S1}}{1 + K_T^2 - 2\cdot K_{C1}\cdot K_T} \quad (36)$$

求得 $e^{-a\Delta T}$、ΔK_C、ΔK_S 后,可以很方便地消除衰减非周期分量的影响,校正后的实、虚部分别为:

$$I_{m(n)}\sin\phi_n = I_{im(n)} - \Delta K_S \quad (37)$$

$$I_{m(n)}\cos\phi_n = I_{Re(n)} - \Delta K_S \quad (38)$$

也可用 $I_{Re(n)}, I_{im(n)}; I'_{Re(n)}, I'_{im(n)}; I''_{Re(n)}, I''_{im(n)}$ 校正后的结果进行加权求得信号的实、虚部,这里不再推导。

从上面算法的推导过程看出,校正算法的数据窗为 $(N + 2)$ 点,计算量比较小。采用这种校正方法,不需要作任何假定,也未作任何简化,只要输入信号具有式(1) 的形式,则可精确的消除衰减非周期分量的影响。

分析式(30) ~ (34) 得知,当不存在非周期分量时,式(34) 分母项 $|A| + |B| = 0$,因此当 $|A| + |B| \le \varepsilon$ 时,不进行校正。

2.2　消除对半波富氏算法的影响

假定式(1) 不含偶次谐波,所含最高谐波次数满足采样定理。

将式(1) 代入式(6)、(7),推得

$$I_{Re(n)} = I_{m(n)}\sin\phi_n + \frac{4}{T}\int_0^{T/2} A e^{-at}\cos(n\omega\cdot t)\cdot dt \quad (39)$$

$$I_{im(n)} = I_{m(n)}\cos\phi_n + \frac{4}{T}\int_0^{T/2} A e^{-at}\sin(n\omega\cdot t)\cdot dt \quad (40)$$

与全波富氏算法比较,可见只要令

$$\Delta K_C = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} A e^{-at}\cos(n\omega\cdot t)\cdot dt \quad (41)$$

$$\Delta K_S = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} A e^{-at}\sin(n\omega\cdot t)\cdot dt \quad (42)$$

其余完全相同,因此,用于全波富氏算法的校正公式可直接用于半波富氏算法。

2.3　其它数据窗的富氏算法

文献[2,3] 提出了根据要求能滤除任意指定的谐波分量而又有较快的响应速度的滤波方法。文[2] 提出的滤除直流、二、三、四次谐波分量的九采样($N = 12$) 计算公式为:

$$B = 0.5 * [i(1) - i(2) + i(7) - i(8)] + i(3) - i(4) + i(5) - i(6) \quad (43)$$

$$C = 0.5 * [i(2) - i(3) + i(8) - i(9)] + i(4) - i(5) + i(6) - i(7) \quad (44)$$

$$I_{Re(1)} = \frac{2}{3 - \sqrt{3}}\left(\frac{1 - \sqrt{3}}{2}\cdot B + C\right) \quad (45)$$

$$I_{\mathrm{im}(1)} = \frac{2}{3-\sqrt{3}}\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\cdot B - C\right) \qquad (46)$$

用文献[3]方法设计的滤除直流、二、三、四次谐波分量的算法为:

$$I_{\mathrm{im}(1)}^{(n)} = i(n) - i(n-1) + i(n-6) - i(n-7) + 2*[i(n-2) - i(n-3) + i(n-4) - i(n-5)] \qquad (47)$$

$$I_{\mathrm{Re}(1)}^{(n)} = 2 * I_{\mathrm{im}(1)}^{(n-1)} - \sqrt{3} * I_{\mathrm{im}(1)}^{(n)} \qquad (48)$$

式中 n 为序列号

尽管这些滤波器的设计方法形式上有所不同,但其实质还是富氏算法。虽然不便从时域上写出待滤取分量的实、虚部表达式,但滤波结果的实、虚部可以表示为:$I_{\mathrm{Re}(n)} = I_{m(n)}\cos\phi_n$、$I_{\mathrm{im}(n)} = I_{m(n)}\sin\phi_n$,因此,考虑衰减非周期分量 Ae^{-at} 的影响后,仍可以将滤波结果写为:

$$I_{\mathrm{Re}(n)} = I_{m(n)}\cos\phi_n + \Delta K_C \qquad (49)$$

$$I_{\mathrm{im}(n)} = I_{m(n)}\sin\phi_n + \Delta K_S \qquad (50)$$

衰减非周期分量 Ae^{-at} 经 ΔT 延迟后,必然要衰减 $e^{-a\Delta t}$。因此,前面介绍的对衰减非周期分量的校正方法也同样实用于各种不同数据窗的富氏算法,仿真结果证明以上分析是正确的。

3　算法仿真

为了验证算法的正确性和精度,以下面的信号作为输入,对算法进行了仿真并与其它算法进行了比较(取 $\tau = 20\mathrm{ms}$),同时还对信号中存在分次谐波的情况进行了仿真。

$$i(t) = 100e^{-t/\tau} + 100\sin(\omega_0 t + 30°) + 10\sin(2\omega_0 t) + 30\sin(3\omega_0 t) + 10\sin(4\omega_0 t) + 20\sin(5\omega_0 t) + 10\sin(0.5\omega_0 t)$$

半波富氏算法以真流、一、三、五次谐波为输入;文[2,3]方法以直流、一、二、三、四次谐波为输入。仿真结果见表 1、表 2。

表 1　算法仿真结果及比较(无分次谐波)

	未对衰减非周期分量进行补偿				对衰减非周期分量进行补偿			
	幅值	误差 %	相位	误差 %	幅值	误差 %	相位	误差 %
全波富氏	120.8485	20.8485	28.93311	-3.5563	99.99996	-0.00004	29.99998	-0.00007
半波富氏	206.1838	106.1838	26.82001	-10.6	100	0	30.00001	0.00003
文 2 方法	117.2912	17.2912	36.51556	21.7185	100.0001	0.00001	29.99992	-0.0003
文 3 方法	116.9359	16.9359	26.81974	-10.6	100.0006	0.00006	29.99967	-0.00011
τ校正法	120.8485	20.8485	28.93311	-3.5563	99.99998	-0.00002	30	0
全波校正	120.8485	20.8485	28.93311	-3.5563	99.99998	-0.00002	30	0

表 2　算法仿真结果及比较(有分次谐波)

	无衰减非周期分量				对衰减非周期分量进行补偿			
	幅值	误差 %	相位	误差 %	幅值	误差 %	相位	误差 %
全波富氏	118.8197	18.8197	27.11053	-9.6316	99.04965	-0.95035	29.62028	-1.2657
半波富氏	106.0957	6.8957	26.50546	-11.6485	100.317	0.317	28.92528	-3.5824
文 2 方法	115.1057	15.1057	34.20065	14.0022	98.99062	-1.00938	29.40401	-1.9866
文 3 方法	115.2394	15.2394	25.10007	-16.3331	99.1698	-0.8302	29.6597	-1.1343
τ校正法	118.8197	18.8197	27.11853	-9.6316	96.24998	-3.75002	28.48083	-5.0372
全波校正	118.8197	18.8197	27.11853	-9.6316	98.52513	-1.47487	28.40141	-5.3294

从上面的仿真结果可以看出,对全周波数据窗且信号中无分次谐波时,本文算法与全周波校正法结果一致,但当信号中有分次谐波时,本文算法的精度要高得多。分析分次谐波对算法的影响知道,有分次谐波存在时,由于一个周期内的积分值 $\sum_{k=1}^{N} i_k$ 中不仅包含非周期分量,还包括交变分量的作用,对已知 τ 值校正法和全

周校正法的影响是直接的,它与富氏算法的滤波能力无关。而分次谐波对本文算法的影响是由于富氏算法本身对分次谐波没有滤波能力,与校正方法本身无关,影响是间接的,所引起的误差也要小得多。

4　结论

本文提出了从不同数据窗的非递推富氏算法中消除衰减非周期分量影响的精确方法,算法具有校正计算量小,响应延迟较小,校正方法与衰减时间常数及数据窗长度无关等特点,突破了现在校正方法的局限性,对输入信号中有、无分次谐波所作的仿真表明,算法的原理是正确的,具有很高的校正精度。根据文中的分析及仿真结果,可以得出以下两点结论:

(1) 文中的校正方法不仅适用于富氏算法,对其它滤波算法,只要滤波结果可以表示为 $I_{\mathrm{Re}(n)} = I_{m(n)}\cos\phi_n$、$I_{\mathrm{im}(n)} = I_{m(n)}\sin\phi_n$,一般都可直接套用。

(2) 理论上说,文中的校正方法不受分次谐波的影响,但由于富氏算法本身不能滤除分次谐波,所以间接地影响了校正精度,但与其它方法相比,分次谐波所产生的影响要小得多。

参考文献

1　陈德树. 计算机继电保护原理与技术. 水利电力出版社,1992

2　扬晓建、孙淑信. 全周波富氏算法的推广. 电力系统自动化,1987(3)

3　陆于平. 计算机保护中的快速算法. 东南大学,1992(4)

4　张志竞等. 富里叶算法和微分方程算法的改进. 电力系统自动化,1983(5)

5　连秉中. 富里叶算法的直流误差补偿. 中国电机工程学会第四次继电保护和安全自动装置学术会议论文集,1986

6　伊项根、陈德树. 数字保护中相关算法的误差分析. 中国电机工程学会第四次继电保护和安全自动置学术会议论文集,1986

7　贾贵玺等. 关于推广的富氏算法滤除衰减直流分量的探讨. 电力系统自动化,1992(2)

8　熊岗、陈陈. 一种能消除衰减直流分量的交流采样算法. 电力系统自动化,1987(2)

周大敏,男,1959 年生,硕士,副教授,从事电力系统继电保护等的教学和研究。

AN ACCURATE ALGORITHM TO ELIMINATE DECAYING DC COMPONENT FROM NONRECURSIVE FOURIER ALGORITHM

Zhou Damin (Chongqing Logistic Engineering College, Chongqing, 400041)

Abstract　In this paper two methods of eliminating decaying DC component from Fourier algorithm are proposed, one for unrecursion Fourier algorithm and the other for recursion, which can be of any data windows. Unlike the parallel corretive method and that of wave feature of Sine, the methods of this paper don't require the decaying costant τ to be knowed in advance and having an one cycle's window, it is deduced out based on the filtering result of Fourier algorithm. The theory analysing and simulating result show that the new algorithms are correct in principal and have a very high compensate accuration. Excepting a relative small computation requirment, the new algorithms have only two sample's delay, and the effecte of friction hamonics on the new algorithm is much small than that on the others. All of the above shows that the methods presented in this paper are of value in theory and in practice.

Keywords　fourier algorithm　decaying DC components　power system

更　　正

《继电器》1998 年第 3 期第 52 页倒数第一行"(下转 56 页)"应改为"(下转 55 页)",特此更正。并向广大读者致歉。