

工作量大。另外，当互感线路状态变化的时候，一般总是希望能根据网络状态变化前的已知节点导纳矩阵 Y ，直接进行快速修正计算，以得到网络状态变化后的节点导纳矩阵 Y' 。关于在求取节点导纳矩阵时对互感线路的处理方法已有不少论述，但所见文献中论述的实用算法，通常只是对于几种互感线路的简单的具体接线适用，缺乏通用性，局限性大，同时在编制计算机程序时亦不方便。本文给出了一种通用算法，它可适用于互感线路的各种复杂接线形式的变化，模型简单，编程方便，已应用于实际的计算。

1 算法原理及数学模型

众所周知，电力系统整个网络的节点导纳矩阵等于无互感支路网络部分的节点导纳矩阵和有互感支路网络部分的节点导纳矩阵的和。设网络变化前无互感部分的节点导纳矩阵为 $Y_L^{(0)}$ ，有互感部分的节点导纳矩阵为 $Y_M^{(0)}$ ，则此时整个网络的节点导纳矩阵 $Y^{(0)}$ 就为：

$$Y^{(0)} = Y_L^{(0)} + Y_M^{(0)} \quad (1)$$

由于现在着重讨论的是有互感支路部分网络接线的变化，故网络接线变化后的节点导纳矩阵 Y 为：

$$Y = Y_L^{(0)} + Y_M = Y^{(0)} - Y_M^{(0)} + Y_M = Y^{(0)} + \Delta Y_M \quad (2)$$

式中 Y_M ——为网络接线变化后的有互感支路部分的网络对应的节点导纳矩阵；

ΔY_M ——为有互感支路部分网络对应的节点导纳矩阵的修正增量，即：

$$\Delta Y_M = Y_M - Y_M^{(0)} \quad (3)$$

由式(3)可以看出，只要求出网络接线变化前的 $Y_M^{(0)}$ 和网络接线变化后的 Y_M 的元素，就可算出 ΔY_M ，在这里关键的是能比较方便的求得各种不同接线的有互感支路的部分网络的节点导纳矩阵。根据节点导纳矩阵元素的物理意义，可以导出一种实用的模型。下面以图1所示的网络为例进行分析和推导。

在图1中，线路一端标示的“*”号为互感支路的同名端，规定支路电流的正方向由“*”端流向非“*”端，支路电压降的正方向与该支路电流的正方向相同。于是可列出图1中互感支路的电压与电流的关系为：

$$\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{i}_{p,q1} \\ \dot{i}_{p,q2} \\ \dot{i}_{r,s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{U}_p - \dot{U}_q \\ \dot{U}_p - \dot{U}_q \\ \dot{U}_r - \dot{U}_s \end{pmatrix} \quad (4)$$

令式中

$$\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{pmatrix} = Z$$

Z 为该网络的支路阻抗矩阵。

以支路阻抗矩阵的逆矩阵 Y 左乘以式(4)的两侧，得：

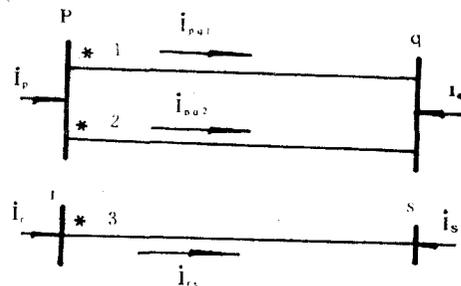


图1

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{p,q1} \\ \dot{I}_{p,q2} \\ \dot{I}_{r,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_p - \dot{U}_q \\ \dot{U}_p - \dot{U}_q \\ \dot{U}_r - \dot{U}_s \end{bmatrix} \quad (5)$$

式(5)中

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} = y = Z^{-1} \quad (6)$$

y 为该网络的支路导纳矩阵。

为便于分析,将式(5)中的各节点电压分开表示,方程变为:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{p,q1} \\ \dot{I}_{p,q2} \\ \dot{I}_{r,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_p \\ \dot{U}_q \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{21} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\dot{U}_q \\ -\dot{U}_q \\ 0 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{U}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{U}_s \end{bmatrix} \quad (7)$$

规定网络中各节点注入电流的正方向是以流向节点为正。在图1中网络各节点的注入电流为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_p &= \dot{I}_{p,q1} + \dot{I}_{p,q2} \\ \dot{I}_q &= \dot{I}_{q,p1} + \dot{I}_{q,p2} = -(\dot{I}_{p,q1} + \dot{I}_{p,q2}) \\ \dot{I}_s &= \dot{I}_{r,s} = -\dot{I}_{r,s} \\ \dot{I}_r &= \dot{I}_{r,s} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

众所周知,节点导纳矩阵元素的物理意义为:节点导纳矩阵中第*i*列的对角元元素 Y_{ii} ,即节点*i*的自导纳,在数值上等于第*i*节点加单位电压,而其余节点全部接地时,从节点*i*流向网络的注入电流;第*i*列的非对角元 Y_{ji} ,即节点*i*与节点*j*之间的互导纳,它在数值上等于节点*i*加单位电压,其他节点都接地时,从节点*j*流向网络的注入电流值。

根据以上所述节点导纳矩阵元素的物理意义,从式(7)和式(8)出发,可以求得图1所示网络节点导纳矩阵的元素。以对应于*p*节点的一列元素的求解说明。计算的条 件为:只在网络的*p*节点加单位电压,而将其余节点都接地,则有:

$$\begin{aligned} Y_{pp} &= \dot{I}_p = \dot{I}_{p,q1} + \dot{I}_{p,q2} = y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22} \\ Y_{qp} &= \dot{I}_q = -(\dot{I}_{p,q1} + \dot{I}_{p,q2}) = -(y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22}) \\ Y_{rp} &= \dot{I}_r = \dot{I}_{r,s} = y_{31} + y_{32} \end{aligned}$$

$$Y_{11} = \dot{I}_1 = \dot{I}_1, \quad \dot{I}_2 = -\dot{I}_2, \quad \dot{I}_3 = -(y_{31} + y_{32})$$

观察和分析所得到的这些结果可知, 有互感支路网络节点导纳矩阵元素的求取有以下的规律存在:

1.1 节点导纳矩阵中任一元素 Y_{LH} 的数值等于对应节点 L 及 H 间所接支路的自导纳及其中一节点 L 上所接支路与另一节点 H 上所接支路间的互导纳元素的和, L = H 时对应于对角元元素为其特列。

2.2 计算结果数值前的符号为“+”还是为“-”, 则取决于所对应的节点是同名端还是异名端。根据这些规律, 能比较容易地通过归纳得出计算任意接线形式的有互感支路网络节点导纳矩阵元素的一般实用公式。

设有一任意接线形式的互感支路接在网络中的 p、q、r、s...T 的节点上, 计算该网络对应的节点导纳矩阵中任一第 L 行、第 H 列元素的一般实用公式为:

$$Y_{LH} = \pm \sum_{j=K_L}^{K_L+M_L-1} \sum_{i=K_H}^{K_H+M_H-1} y_{ij} \quad (L, H = p, q, r, s \dots T) \quad (9)$$

式中 y_{ij} —网络支路导纳矩阵 i 行 j 列的元素;

K_L (K_H)—接于 L (H) 节点的互感支路的起始的顺序号;

M_L (M_H)—接于 L (H) 节点的互感支路的总数;

“±”—求对应异名端点间的元素时取“-”号; 求对应同名端点间的元素时取“+”, 求对角元元素时亦属此种情况。

式 (9) 对于任何含有互感支路的网络均适用。显然, 作为其特例, 对于互感支路部分的网络也必然是可行的, 所以它是计算节点导纳矩阵元素的更为一般化的实用数学模型。

式 (2)、式 (3) 和式 (9) 就构成了在有互感支路的网络部分状态变化时, 对节点导纳矩阵进行修正计算的通用算法。该算法对网络互感支路接线的型式没有限制, 适用范围广、公式简单、统一、编程计算方便。

2 算例分析

求以下情况的对节点导纳矩阵进行修正计算的增量 ΔY_M 。

2.1 并联互感线路中任一回路两端接地

网络变化前及变化后的接线示意图如图 2 (a) 及图 2 (b) 所示。这种情况出现在停电检修一回线路时。在图 2 中, 设两回并联线路的互感阻抗为 $Z_{pq(M)}$, 它们的自阻抗各为 $Z_{pq(L)}$, 则其支路阻抗矩阵为:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{pq(L)} & Z_{pq(M)} \\ Z_{pq(M)} & Z_{pq(L)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

对应的支路导纳矩阵为:

$$y = Z^{-1} = \frac{1}{Z_{pq(L)}^2 - Z_{pq(M)}^2} \begin{bmatrix} Z_{pq(L)} & -Z_{pq(M)} \\ -Z_{pq(M)} & Z_{pq(L)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

对于图 2 (a) 所示的变化前网络, 设其对应的节点导纳矩阵为 Y_M , 即,

$$Y_M = \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{pq} \\ Y_{qp} & Y_{qq} \end{bmatrix}$$

根据式 (9) 求 Y_M 中的各个元素, 此时节点 p 及 q 所接支路的起始顺序号均为 1, 即 $K_p = K_q = 1$, 所接支路的总数均为 2, 即 $M_p = M_q = 2$, 则得:

$$Y_{pp} = Y_{qq} = y_{11} + y_{12} + y_{22} + y_{21}$$

$$Y_{pq} = Y_{qp} = -(y_{11} + y_{12} + y_{22} + y_{21})$$

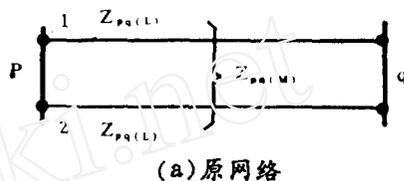
对于图 2 (b) 所示的变化后网络, 此时 $K_p = K_q = 1$, $M_p = M_q = 1$, 设网络对应的节点导纳矩阵为 Y'_M , 根据式 (9) 求得:

$$Y'_M = \begin{bmatrix} Y'_{pp} & Y'_{pq} \\ Y'_{qp} & Y'_{qq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & -y_{11} \\ -y_{11} & y_{11} \end{bmatrix}$$

于是得节点导纳矩阵的修正增量 ΔY_M 为:

$$\Delta Y_M = Y'_M - Y_M$$

$$= \begin{bmatrix} -y_{12} - y_{22} - y_{21} & y_{12} + y_{22} + y_{21} \\ y_{12} + y_{22} + y_{21} & -y_{12} - y_{22} - y_{21} \end{bmatrix}$$



(a) 原网络

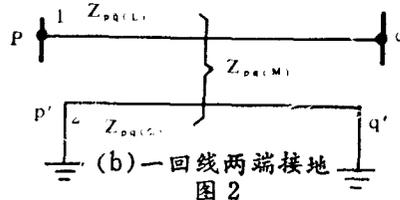


图 2

2.2 两回并联互感线路之一从任一端点断开

网络变化前及变化后的接线示意图如图 3 (a) 及图 3 (b) 所示。与图 3 (a) 及图 3 (b) 对应的网络的支路阻抗矩阵 Z 及支路导纳矩阵 y 的表达式分别与式 (10) 及式 (11) 相同。

对于图 3 (a) 所示的变化前网络, 应用前题中的结果, 并为配合后面的运算, 将对应的节点导纳矩阵 Y_M 扩成 3×3 阶矩阵得:

$$Y_M = \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{pq} & Y_{pt} \\ Y_{qp} & Y_{qq} & Y_{qt} \\ Y_{tp} & Y_{tq} & Y_{tt} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式 (12) 中的各元素为:

$$Y_{pp} = Y_{qq} = y_{11} + y_{12} + y_{22} + y_{21}$$

$$Y_{pq} = Y_{qp} = -(y_{11} + y_{12} + y_{22} + y_{21})$$

$$Y_{pt} = Y_{qt} = Y_{tp} = Y_{tq} = Y_{tt} = 0$$

对于图 3 (b) 所示的变化后网络, 此时 $K_p = K_q = 1$, $K_t = 2$, $M_p = 2$, $M_t = M_q = 1$,

设其对应的节点导纳矩阵为 Y'_M , 即

$$Y'_M = \begin{pmatrix} Y'_{pp} & Y'_{pe} & Y'_{pf} \\ Y'_{ep} & Y'_{ee} & Y'_{ef} \\ Y'_{fp} & Y'_{fe} & Y'_{ff} \end{pmatrix} \quad (13)$$

根据式(9)求得式(13)中的各元素为:

$$Y'_{pp} = y_{11} + y_{12} + y_{22} + y_{21}; \quad Y'_{pe} = Y'_{ep} = -(y_{11} + y_{12})$$

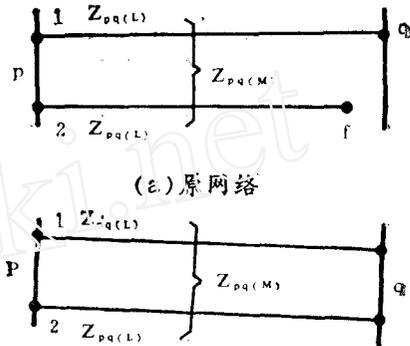
$$Y'_{pf} = Y'_{fp} = -(y_{21} + y_{22}); \quad Y'_{ee} = y_{11}$$

$$Y'_{ef} = Y'_{fe} = y_{12}; \quad Y'_{ff} = y_{22}$$

于是得节点导纳矩阵的修正增量为:

$$\Delta Y_M = Y'_M - Y_M$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & y_{22} + y_{21} & -(y_{21} + y_{22}) \\ y_{22} + y_{21} & -(y_{12} + y_{22} + y_{21}) & y_{12} \\ -(y_{12} + y_{22}) & y_{12} & y_{22} \end{pmatrix}$$



(a) 原网络

(b) q端断开

图 3

3 结论

3.1 对于具有一组或多组并联互感线路的网络,当其节点导纳矩阵已知时,利用上述方法能方便地算出互感支路发生某一状态变化后的节点导纳矩阵。本算法较其他算法更具一般性,不受互感线路接线形式的限制,公式统一,算法简便,计算速度快,在实际中应用收到了满意的效果。

3.2 应用本文所述的方法,还可进一步简化形成含有互感线路网络的节点导纳矩阵的计算。

参考文献

- [1] P. M. Anderson, Analysis faulted power systems, 1973
- [2] 何仰赞等. 电力系统分析(上册). 华中工学院出版社, 1985.

更正:

1992年第3期68页表2内残银量一栏中“十克样880、十克量样400、十克样200”应改“1克样880、1克样400、1克样200”为正确。