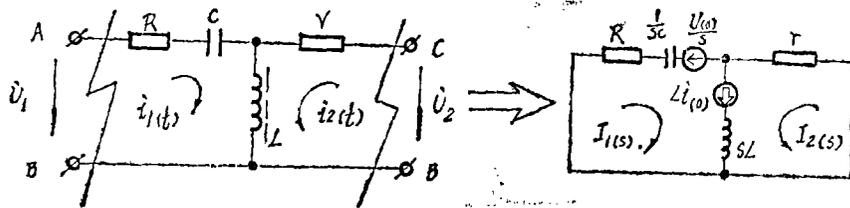


关于距离测量元件记忆回路过渡过程的理论分析

四川宜宾供电局 陈代云

在本文中，采用拉普拉斯变换对距离测量元件记忆回路的微分方程求解。这里，只讨论我们最为关心的出口三相短路的情况。然后，结合现场调试中的实例，对有关的一些问题进行分析探讨。

一、记忆回路的微分方程——拉普拉斯变换



等效电路 图 一 算子电路

出口三相短路时的记忆回路微分方程

$$\begin{cases} Ri_1 + \frac{1}{C} \int_0^t i_1 dt + L \frac{di_1}{dt} + L \frac{di_2}{dt} = 0 \\ L \frac{di_1}{dt} + ri_2 + L \frac{di_2}{dt} = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (1)$$

依据拉普拉斯变换的微分性质、积分性质，可以将短路时的等效电路（左图）化为算子电路（右图），并得到算子电路的代数方程：

$$\begin{pmatrix} R + sL + \frac{1}{sC} & sL \\ sL & r + sL \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Li_{(0)} - \frac{U_{(0)}}{s} \\ Li_{(0)} \end{pmatrix} \quad (2)$$

对这一矩阵求解后可得：

$$\begin{pmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Li_{(0)}s - \frac{L}{r}U_{(0)}s - U_{(0)}}{L \left[\left(\frac{R}{r} + 1 \right) s^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{rc} \right) s + \frac{1}{LC} \right]} \\ \frac{\left(\frac{R}{r}s + \frac{1}{rc} \right) Li_{(0)} + \frac{L}{r} s U_{(0)}}{L \left[\left(\frac{R}{r} + 1 \right) s^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{rc} \right) s + \frac{1}{LC} \right]} \end{pmatrix} \quad (3)$$

为分解因式, 求解以下二次方程:

$$\left(\frac{S}{r} + 1\right)S^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{rC}\right)S + \frac{1}{LC} = 0 \quad (4)$$

解得:

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{RrC+L}{2LC(R+r)} + \sqrt{\left(\frac{RrC+L}{2LC(R+r)}\right)^2 - \frac{r}{LC(R+r)}} \\ -\frac{RrC+L}{2LC(R+r)} - \sqrt{\left(\frac{RrC+L}{2LC(R+r)}\right)^2 - \frac{r}{LC(R+r)}} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\text{令: } \begin{pmatrix} \delta \\ \omega_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{RrC+L}{2LC(R+r)} \\ \sqrt{\frac{r}{LC(R+r)}} \end{pmatrix} \quad (6)$$

据物理概念, 我们指出: δ 为衰减系数, ω_0 为第三相电压存在时, $i_{1(t)}$ 回路的谐振频率。且当 $\omega_0^2 > \delta^2$ 时发生自由振荡, 其自振角频率:

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (7)$$

$$\text{这时: } \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\delta + j\omega' \\ -\delta - j\omega' \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{据此有: } & \left(\frac{R}{r} + 1\right)S^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{rC}\right)S + \frac{1}{LC} \\ &= (S - S_1)(S - S_2) \\ &= (S + \delta - j\omega')(S + \delta + j\omega') \\ &= (S + \delta)^2 + \omega'^2 \end{aligned} \quad (9)$$

据此化简 (3) 式后有:

$$\begin{pmatrix} I_{1(s)} \\ I_{2(s)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{i_{(0)}S - \frac{U_{(0)}}{r}S - \frac{U_{(0)}}{L}}{(S + \delta)^2 + \omega'^2} \\ \frac{R}{r}i_{(0)}S + \frac{1}{rC}i_{(0)} + \frac{U_{(0)}}{r}S \\ (S + \delta)^2 + \omega'^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

作恒等变形:

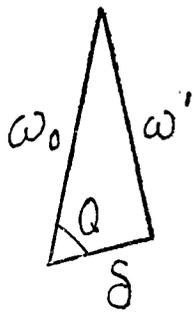
$$\begin{pmatrix} I_{1(s)} \\ I_{2(s)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\omega'(S + \delta) - \omega'\delta}{(S + \delta)^2 + \omega'^2} \cdot \frac{i_{(0)} - \frac{U_{(0)}}{r}}{\omega'} - \frac{\omega'}{(S + \delta)^2 + \omega'^2} \cdot \frac{U_{(0)}}{\omega'L} \\ \frac{\omega'(S + \delta) - \omega'\delta}{(S + \delta)^2 + \omega'^2} \cdot \frac{R}{r}i_{(0)} + \frac{U_{(0)}}{r} + \frac{\omega'}{(S + \delta)^2 + \omega'^2} \cdot \frac{i_{(0)}}{\omega'rC} \end{pmatrix}$$

进行拉普拉斯反变换: $\begin{pmatrix} i_{1(t)} \\ i_{2(t)} \end{pmatrix} = L^{-1} \begin{pmatrix} I_{1(s)} \\ I_{2(s)} \end{pmatrix}$

可得到:

$$\begin{cases} i_1(t) \\ i_2(t) \end{cases} = \begin{cases} \left[\frac{\omega_0}{\omega'} \left(\frac{U_{(0)}}{r} - i_{(0)} \right) \sin(\omega't - Q) - \frac{U_{(0)}}{\omega' L} \sin \omega't \right] e^{-\delta t} \\ \left[-\frac{\omega_0}{\omega'} \left(\frac{R}{r} i_{(0)} + \frac{U_{(0)}}{r} \right) \sin(\omega't - Q) + \frac{i_{(0)}}{\omega' C r} \sin \omega't \right] e^{-\delta t} \end{cases} \quad (11)$$

这里: $Q = \text{tg}^{-1} \frac{\omega'}{\delta}$ (12)



图二

二、第三相电压不存在时的情况

令 $r \rightarrow \infty$ 就得到第三相电压不存在时的情况。当 $r \rightarrow \infty$ 时, 对

δ 、 ω' 及 ω_0 分别求极限有:

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \delta &= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{RrC + L}{2LC(R+r)} = \frac{R}{2L} \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \omega_0 &= \lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{r}{LC(R+r)}} = \sqrt{\frac{1}{LC}} \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \omega' &= \lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \end{aligned} \quad (13)$$

这一结果与单独列解 $i_{1(t)}$ 回路的微分方程的结果一致。事实上, 只分析“记忆作用”时, 忽略第三相电压的影响, 所引起的计算误差不大。第三相电压是构成极化电压 \dot{U} 的因素之一, 但在出口三相短路的情况下, 第三相电压也是无能为力的。列微分方程时考虑 r (即 R_s) 存在。

三、 $i_{1(t)}$ 函数形式化简并求极化电压

据 (11) 式有:

$$i_{1(t)} = \frac{\omega_0}{\omega'} \left[\left(\frac{U_{(0)}}{r} - i_{(0)} \right) \sin(\omega't - Q) - \frac{U_{(0)}}{\omega_0 L} \sin \omega't \right] e^{-\delta t} \quad (14)$$

按电工原理作矢量运算, 令:

$$\begin{cases} K_1 \\ K_2 \end{cases} = \begin{cases} \frac{U_{(0)}}{r} - i_{(0)} \\ \frac{U_{(0)}}{\omega_0 L} \end{cases} \quad (15)$$

可求得:

$$i_{1(t)} = \frac{\omega_0}{\omega'} K e^{-\delta t} \sin(\omega't + y) \quad (16)$$

其中:

$$\begin{cases} K \\ Y \end{cases} = \begin{cases} \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - 2K_1K_2 \cos Q} \\ \text{tg}^{-1} \frac{\frac{\omega'}{L} \cdot \frac{U_{(0)}}{U_{(0)} - r i_{(0)}} - \delta}{\dots} \end{cases} \quad (17)$$

极化电压 $\dot{U}_J = Ri_{1(t)}$

$$\text{即: } \dot{U}_J = \frac{\omega_0}{\omega} K \text{Re}^{-\delta t} \sin(\omega' t + Y) \quad (18)$$

\dot{U}_J 与 $i_{1(t)}$ 同相位。

四、短路前的情况——记忆回路稳态计算

在工频频率 $f = 50$ 周/秒的条件下, 对一个距离测量元件的记忆回路实测参数如下:

$$\begin{cases} \omega = 314 \\ R = 0.6 \text{K}\Omega \quad (R_J = 680\Omega, \text{ 与极化变压器 JYB 并联}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{CJ} \approx 1.6 \text{K}\Omega \quad (C_J = 2 \times 10^{-6} \text{F}) \\ X_{LJ} \approx 1.524 \text{K}\Omega \quad (L_J = 4.85 \text{H}) \\ r = R_0 = 20 \text{K}\Omega \end{cases}$$

$$\text{令 } \begin{pmatrix} \dot{U}_{AB} \\ \dot{U}_{CB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100e^{j80^\circ} \end{pmatrix} \quad (\text{有效值向量})$$

列回路方程如下:

$$\begin{pmatrix} R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} & j\omega L \\ j\omega L & r + j\omega L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100e^{j80^\circ} \end{pmatrix} \quad (19)$$

计算中取以下量纲:

电压: V 电流: mA 阻抗: K Ω

在 (19) 式中代入数值后有:

$$\begin{pmatrix} 0.6 - j0.076 & j1.524 \\ j1.524 & 20 + j1.524 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100e^{j80^\circ} \end{pmatrix}$$

$$\text{解得: } \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 147.6e^{j44.7^\circ} \text{ (mA)} \\ 7.65e^{-j88.2^\circ} \text{ (mA)} \end{pmatrix} \quad (20)$$

再求得:

$$\begin{pmatrix} i_L \\ \dot{U}_J \\ \dot{U}_{CJ} \\ \dot{U}_{LJ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_1 + i_2 \\ Ri_1 \\ -jX_{CJ}i_1 \\ jX_{LJ}i_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 149.6e^{j10.7^\circ} \text{ (mA)} \\ 88.6e^{j44.7^\circ} \text{ (V)} \\ 236e^{-j85.5^\circ} \text{ (V)} \\ 228e^{j91.7^\circ} \text{ (V)} \end{pmatrix} \quad (21)$$

表示为正弦量有:

$$\begin{pmatrix} i_L \\ u_J \\ u_{cJ} \\ u_{LJ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 149.6\sqrt{2} \sin(\omega t + 1.7^\circ) \\ 88.6\sqrt{2} \sin(\omega t + 4.5^\circ) \\ 236\sqrt{2} \sin(\omega t - 85.5^\circ) \\ 228\sqrt{2} \sin(\omega t + 91.7^\circ) \end{pmatrix} \quad (22)$$

由(20)、(21)两式比较知: $i_L \approx i_1$

这也说明,在 i_L 的成份中 $i_{2(c)}$ 可以忽略不计。即从记忆作用上看,第三相电压影响甚微。第三相电压的主要作用是在两相短路时产生极化电压,它与记忆回路两者是相辅相成的,用以消除正方向出口两相短路时的电压死区,防止反方向出口两相短路时误动作,提高比较电压的绝对值,从而相对提高执行元件的灵敏度,降低精工电流。

在(22)式中,令短路瞬间为 t_1 。对于短路以后的过程,应以 $t_1 = 0$ 重新计时。设 i_L, u_{cJ} 在短路瞬间的相位分别为 φ, ψ ,对于短路后而言,即 $\varphi(0), \psi(0)$

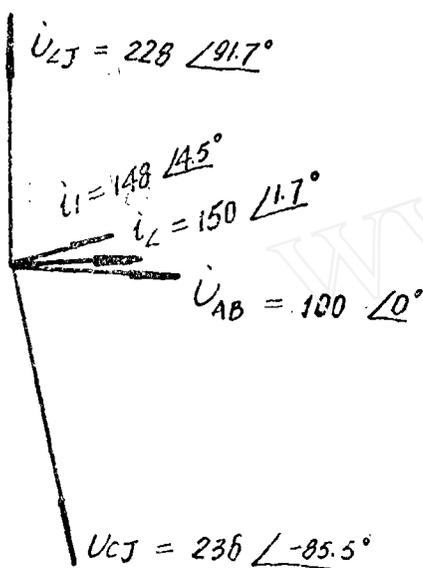
$$\text{则: } \begin{pmatrix} \varphi(0) \\ \psi(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega t_1 + 1.7^\circ \\ \omega t_1 - 85.5^\circ \end{pmatrix}$$

$$\psi(0) = \varphi(0) - 87.2^\circ$$

计算初始值用下式:

$$\begin{pmatrix} i_{(L)0} \\ U_{cJ(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 149.6\sqrt{2} \sin \varphi(0) (\text{mA}) \\ 236\sqrt{2} \sin(\varphi(0) - 87.2^\circ) (\text{V}) \end{pmatrix} \quad (23)$$

对于短路以后工作状态的讨论,我们采用数值运算得到数据后,再进行分析。作为稳态运算的结果,我们取其近似值绘出以下的有效值向量图。



图三 向量图:

五、数值运算数据

据实测参数值可以求得:

$$\begin{pmatrix} \omega_0 \\ \delta \\ \omega' \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{r}{LC(R+r)}} \\ \frac{RrC+L}{2LC(R+r)} \\ \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \\ \text{tg}^{-1} \frac{\omega'}{\delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 316 \\ 72.2 \\ 307.6 \\ 77^\circ \end{pmatrix} \quad (24)$$

计算点取以下12个点:

$\varphi(0) = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 87.2^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 267.2^\circ, 300^\circ, 330^\circ$

因 $\psi(0) = \varphi(0) - 87.2^\circ$

故有: $\begin{pmatrix} \varphi(0) \\ \psi(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 87.2^\circ \\ 0^\circ \end{pmatrix}$ 及 $\begin{pmatrix} \varphi(0) \\ \psi(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 267.2^\circ \\ 180^\circ \end{pmatrix}$

在此二点有: $\dot{U}_{Cf(0)} = 0$ 计算数值见表 1。

表 1 暂态电流 i_1 数值运算表

$\varphi(0)$	初始数值		计算数值			暂态电流 i_1		\dot{U}_{AB} 的初相位	暂态电流 i_1 较 \dot{U}_{AB} 超前角度
	$i_L(0)$ (mA)	$U_{Cf}(0)$ (V)	K_1 (mA)	K_2 (mA)	K (mA)	$i_{1m} = \frac{\omega_0}{\omega} K$ (mA)	初相位 γ		
0°	0	-333.4	-16.7	-218	214.9	220.7	4.34°	-1.7°	6.04°
30°	106	-280.6	-120	-183	195	200	36.9°	28.3°	8.6°
60°	183.7	-152.6	-191.3	-100	195	200	73.3°	58.3°	15°
87.2°	211.8	0	-211.8	0	211.8	218	103.2°	85.5°	17.7°
120°	183.7	180.8	-174.7	118	231.8	238	132.9°	118.3°	14.6°
150°	106	296.9	-91.2	194	232.2	238.5	157.5°	148.3°	9.2°
180°	0	333.4	16.7	218	214.9	220.7	184.34°	178.3°	6.04°
210°	-106	280.6	120	183	195	200	216.9°	208.3°	8.6°
240°	-183.7	152.6	191.3	100	195	200	253.3°	238.3°	15°
267.2°	-211.8	0	211.8	0	211.8	218	283.3°	265.5°	17.7°
300°	-183.7	-180.8	174.7	-118	231.8	238	312.9°	298.3°	14.6°
330°	-106	-296.9	91.2	-194	232.2	238.5	337.5°	328.3°	9.2°

六、分析与结论

1、用拉普拉斯变换分析记忆回路在短路时的过渡过程,其结果与经典法一致,但可以减少按初始条件确定积分常数的工作。特别是避免引进较多的角度值,可以使计算结果中关于极化电压 \dot{U}_j 的表达式大为简化。

2、由于在制造时,各元件参数值不可避免的与设计参数或铭牌数值存在误差,从为运行和检修调试提供原始数据上看,实测各元件参数是十分必要的。测量的结果按 $\varphi(0)$ 的不同角度进行数值运算,可以为我们了解测量元件对于不同的 $\varphi(0)$ 值下短路时,其极化电压的幅值和相位提供理论数据。对于分析运行性能提供了有益的资料。

3、数值运算的结果表明:极化电压 \dot{U}_j 的幅值和相位,不但与记忆回路参数和工作频率有关,而且随着初始条件 $i_L(0)$ 、 $\dot{U}_{Cf(0)}$ 的初相位和幅值变化。

观察比幅式阻抗继电器的动作条件式:

$$|\dot{U}_j + \dot{U}_K - \dot{U}_Y| \geq |\dot{U}_j + \dot{U}_Y - \dot{U}_K|$$

在出口短路时, $|\dot{U}_r| = 0$, 由于还必需克服一定的机械力矩, 若 \dot{U}_r 幅值太小, 继电器可能振动, 故对于比幅式阻抗元件, 我们较为注意暂态电流 $i_{1(t)}$ 的幅值 i_{1m} ($\dot{U}_r = Ri_{1(t)}$)。对于比相式阻抗继电器, 相位误差过大亦将引起不正确动作 (包括误动或拒动), 这时, 我们又特别注意 $i_{1(t)}$ 在短路时的初相位角 γ 。

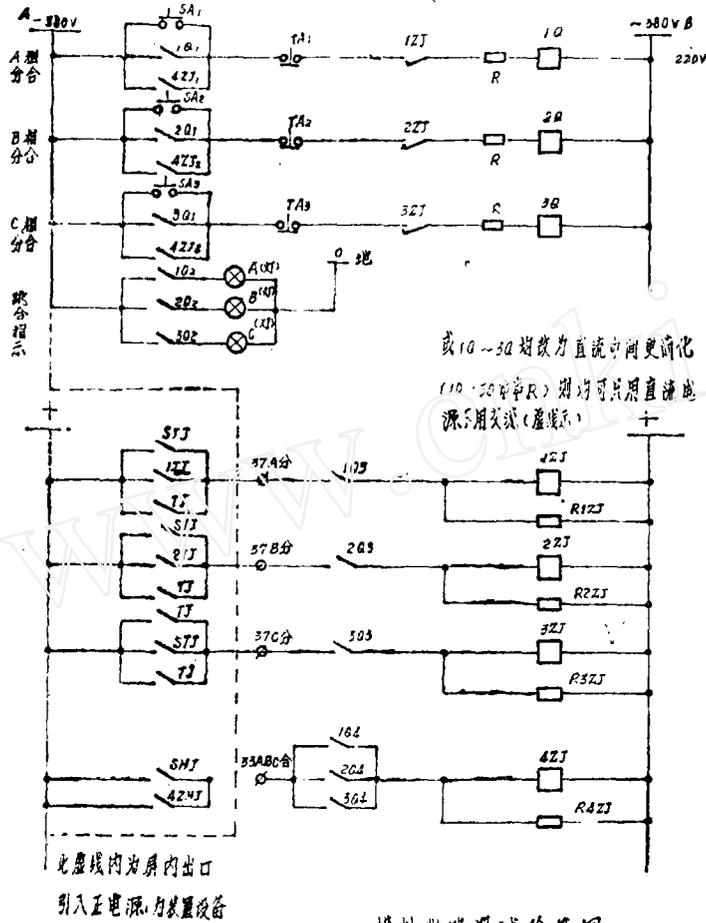
4、暂态电流 i_1 超前于短路相间电压的角度, 在 $i_{L(0)} = 0$ 时最小, 而在 $\dot{U}_{cr(0)} = 0$ 时最大, 当出口三相短路时, 针对 i_{1m} 幅值的衰减, 总可以通过适当地选择衰减系数 δ 以保证保护装置能可靠地出口跳闸。而 $i_{1(t)}$ 对于短路相间电压的相位移, 使它在 $\dot{U}_{cr(0)} = 0$ 附近发生短路时, 工作条件恶化, 特别是对于比相式继电器更为严重。

5、10kM左右的短线路, 由于阻抗值小, 从保证三相短路时可靠动作的观点看, 宜于选用比幅式阻抗继电器。

对于比相式阻抗继电器, 为防止在 $U_{cr(0)} = 0$ 值的附近短路时保护装置拒动, 应更加严格地作好记忆回路的调试工作, 并采用快速的出口中间继电器。

建议核算在 $U_{cr(0)} = 0$ 时, 暂态电流超前于短路相间电压的角度, 并通过调试将此角度控制在 12° 以下。

(上接封三)



模拟断路器试验箱图