

用正弦逻辑向量理论谈各种阻抗参变数的应用(上)

南昌供电局 张旭俊

前 言

目前关于阻抗继电器分析的讨论,又回到以采用什么参变数较好这一基本问题上。《华中工学院学报》77年3期发表陈德树同志的“支接阻抗动作特性与振荡阻抗动作特性”文章,就是一个典型。这同一文章还重复发表在南京自动化研究所所编《电力系统自动化》77年4期这一刊物上(以下简称文[1])。

一个实际的工程题目,往往由于问题本身的复杂性,它的分析一般可归纳为解析求解和数值求解两大类:前者着重于普遍趋势的分析,而需要引入适当的简化假定;后者着重于实例数值求解,结果缺乏普遍的含义。因而不同的求解前提,需要采用不同的方法。从本文狭义的电工问题而言,解析求解对应着园图分析,要求数理联系清晰;数值求解对应着非园曲线的解算,要求尽可能切合实际。作为一个问题的全面解决,希望这两方面都兼而有之,本文拟综合地讨论各种参变数的应用。

(一) 历史的回顾

为此我们首先回顾一下阻抗继电器分析方法发展的历史。在阻抗继电器发展之初,就引出感受阻抗 $Z_P = \frac{U_P}{I_P}$ 的概念;阻抗继电器在 Z_P 平面上的动作区,可用一个园图来表示。随着阻抗继电器的发展,第二类阻抗继电器的出现,其中包括第一类阻抗继电器在采用记忆装置、加入第三相电压等措施后,它实质上也为第二类阻抗继电器,此时输入阻抗继电器的电压、电流都不只一种,因而无法引用感受阻抗 Z_P 的概念,在 Z_P 平面上已不能表达新型的第二类阻抗继电器的动作区。

理论工作的发展引出了以 Z_K 来变数的表示法,它可以在 Z_K 平面上同时表达第一类和第二类阻抗继电器的动作区,它较之经典理论 Z_P 变数表示法则是大大地前进了一步。在单侧电源下 $Z_K = Z_x + R$,由于弧阻 R 可以和线路阻抗 Z_x 相串联,因而 Z_K 可以看成是模值、幅角都可变化的双自由度变数,其物理意义是清楚的。在两侧电源支接弧阻 K^3 故障下,这时仍可用等值 Z 变数概念来引伸,即 $Z_K = Z_x + \frac{R}{\epsilon}$,其中 ϵ 是故障电流在安装侧的分配系数。对两侧电源下的 K^2 、 K^1 、 $K^{1,1}$ 各种不对称故障而言,由于计及两侧电势不同期度 $\epsilon = \frac{E_1}{E_2} \neq 1$,和弧阻 R 事实上是支接在短路点上这样一些

具体问题，特别是在接地故障下，由于另序网和正序网差别较大，要想把 Z_x 、 R 这样两个单自由度变数折合为一个等值的双自由度 Z_k 变数也就显得困难，以 Z_k 为变数出现了新的矛盾。陈德树同志在文〔1〕中对这一点作了淋漓尽致的叙述，为了回避 Z_k 变数的矛盾，文〔1〕引出“支接阻抗”、“振荡阻抗”概念，从而使阻抗继电器的分析又陷到繁锁数学的泥潭中（详见下文）。

对 Z_k 变数的优缺点认识和怎样对待 Z_k 变数的态度上，本文作者和陈德树同志采取截然相反的态度，作者在“正弦逻辑向量和相全能阻抗继电器”一文中（南京自动化研究所编《技术通讯》76年1期，以下简称文〔2〕），为了弥补 Z_k 变数之“陋”，提出简化系统模型，使以等值 Z_k 为变数的概念，在这简化的系统模型里，依然保持物理概念准确，数学形式简洁，以继续发扬 Z_k 变数之“简”的优点，这就是文〔2〕中提出的第二表示法。在事难两全的问题上，为了权衡各种参变数的利弊，首先需要文〔1〕作一全面剖析。

（二）评“支接阻抗动作特性与振荡阻抗动作特性”一文

陈德树同志提出了“支接阻抗动作特性与振荡阻抗动作特性”的概念，用以分析阻抗继电器的动作特性。

1.事实上所谓“振荡阻抗 N 的动作特性”，它完全是经典理论以 $\dot{\varepsilon}$ 为变数这个方法的变形，其间存在的关系是： $I = \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon - 1} (Z_c + Z_d)$ ，其中 $(Z_c + Z_d)$ 为两电源点之间的总阻抗（见图一）。

经典理论在考虑系统存在故障而又伴随振荡时阻抗继电器的特性分析，它是选 $\dot{\varepsilon}$ 作参变数，而令 Z_x 、 R 为定数。由于振荡时两侧电源相角随时间而摆开，电势比值亦随时变化，这样 $\dot{\varepsilon}$ 就是一个幅值和相角均可变化的复变量，物理概念清晰。由于在 $\dot{\varepsilon}$ 平面上阻抗继电器的动作逻辑特性，依然可以用园图来表示，故它是两侧电源，支接弧阻下各种变数关系求解的一个简洁而有效的办法。它的缺点是不能直接表达阻抗继电器在 (Z_x, R) 斜角坐标上的动作区域。从参数的含义上说， $\dot{\varepsilon}$ 是一个无量纲的量，当两侧电势同期时有 $\dot{\varepsilon} = 1$ ，它相当于振荡阻抗 $N \rightarrow \infty$ ，可见为了表达阻抗继电器在同期点附近的特性而言，以 $\dot{\varepsilon}$ 作变数，坐标结构紧凑，这是它比有量纲的 N 变数要优越的地方，因而引出“振荡阻抗动作特性 N ”实为多余，在此亦不必多加评论。

2.尽人皆知，一般在短路点上支接的是弧阻而不是阻抗，因而文〔1〕推出“支接阻抗动作特性”园图没有实际意义。这种园图唯一的用处，只不过是为了求“支接电阻动作特性”通解曲线的一个中间步骤，园图中有用的只是一个点（正值临界弧值 R ）。由此可见文〔1〕方法求解的步骤是：

（1）先算园心、半径。

（2）再作“支接阻抗”园图。

(3) 对每一个 Z_x 下作出的“支接阻抗”园图, 用图解法求得一正值临界弧阻 R , 的一个点。

(4) 将大量园图所得的各 R 点集合起来, 才是真实的“支接电阻动作特性”。一般说它们大多是非园曲线。

这种所谓的数值求解办法, 是由算作图, 从图得值的过程取得, 它不但缺乏清晰的数理联系, 而且这种又算又图的解算也是无法准确的。这种解算的繁杂程度, 就是文[1]自己也承认: “从上面分析可以看出, 除个别情况外, 支接电阻动作特性不是简单的二次曲线, 其计算更为复杂, 这就限制了这种方法的应用”。通观文[1]全篇尚未有一个“支接电阻动作特性”的例图呢!

3. 已如上述, 文[1]中真正有用的是“支接电阻动作特性”, 在斜角坐标平面上, 继电器的动作边界曲线形状和坐标的选取关系极大。文[1]不注意坐标的选取, 往往简单的问题陷入困境, 以单侧电源下 K^1 故障“支接电阻动作特性”为例, 在 (Z_x, R) 坐标上, 这继电器的动作边界是非园曲线, 因而依然只能采用数值解算法。在文[1]中虽画出了图11、12、13三张园图, 它只是研究了一下在整定阻抗前后的三个“支接阻抗”动作园图, 但归根结底真正有用的只是三个临界弧阻 R 的点, 因而也看不出该继电器特性的全貌。

本文指出, 只要适当改变坐标, 即在 $(Z_x, \frac{3R}{2+n})$ 坐标上画图, 这个“支接电阻动作特性”依然是园, 它相当于以等值阻抗 $Z_K = Z_x + \frac{3R}{2+n}$ 来分析, 这样“双补偿”阻抗继电器在 K^1 故障下的动作特性分析就大为简化, 这就是文[2]中的等值 Z_K 变数法。如果一定要将它转换到 (Z_x, R) 坐标上, 其动作边界就转为椭圆。由此可见文[1]对“双补偿”阻抗继电器在单侧电源 K^1 故障这样简单情况都尚未认清全貌, 更何况其它呢! 文[1]自己也承认“但由于很多情况是通过特例分析而得到的, 这里必然不够全面”。

4. 由于文[1]中所谓的“支接阻抗动作特性”和“支接电阻动作特性”是完全不同的两回事, 为了使读者醒目, 本文以下一律把后者改称为“临界弧阻特性”, 并直接推出求临界弧阻 R 的通解算式, 亦简称“ R 特性”。

(三) 简化系统模型

本文作者在文[2]中为了叙述的简便, 对简化系统模型事实上作了

(1) 不计振荡

(2) 序网相似

(3) 弧阻定比(注)

这样三条假定, 其实这些条件是过于苛刻的。对于 K^3 、 K^2 、 K^1 、 $K^{1.1}$ 各种故障而言, 需要假定的条件是按次逐步加强的, 作为各别故障而言, 条件本身还能放宽很多。为了明确 Z_K 变数概念应用的价值, 本文将进一步指明各种故障下由简化系统模型能引

注: 76年底给西安交大朱声石同志复信。

出等值 Z_K 变数的条件。

一般说在简化系统模型里, 各种故障下等值 Z_K 变数可以表成 $Z_K = Z_X + \frac{R}{\rho}$ 。这样在两侧电源支接弧阻情况下, 阻抗继电器的动作特性在等值 Z_K 平面上依然是园。如果把它转化到 (Z_K, R) 斜角坐标上, 这时阻抗继电器的动作特性就具有四次曲线的形式, 它相当于“临界弧阻特性”。由于一般说 ρ 是实变数, 因而在 Z_K 平面上的园图, 也就是 $(Z_X, \frac{R}{\rho})$ 斜角坐标上的园图, 将此园图在横坐标方向放大 ρ 倍, 于是就可得到 (Z_X, R) 斜角坐标上的非园曲线。

下面将指明 ρ 是 Z_X 的线性函数, 因而从 Z_K 平面上的园图无须直接转化就能领知 (Z_K, R) 坐标上的“临界弧阻特性”, 因而一般只止于讨论等值 Z_K 平面上的园图就够了。作者在文[2]和文[3]中(“用正弦逻辑向量理论分析整流式方向阻抗继电器”, 《继电器》77年第2期、第3期), 就是用等值 Z_K 变数法的园图, 对多种类型的阻抗继电器作了多项目的分析, 这正是体现了解析分析问题的普遍性和简洁性。但是等值 Z_K 变数法的局限性是由于它只能在简化系统模型的条件成立, 和一般系统有着一定的差距, 但是它对 K^3 、 K^2 和单侧电源下的 K^1 故障而言是能很准确分析的, 因而它仍具有很大的现实意义。

(四) 对问题求解的三种提法

根据系统发生故障情况和设计探索要求, 对阻抗继电器动作特性求解问题作三种提法:

1. 系统振荡伴随故障, 求阻抗继电器能正确动作的条件。

这时应采用 ε 作为参变数。本文将进一步指出, 为了图解作图方便, 对正向故障以采用 $\delta = \frac{1}{\varepsilon}$ 作参变数更好, 而对反向故障以采用 ε 变数为宜。

2. 系统两侧电势不等, 在突然短路瞬间求阻抗继电器动作特性。

此时 $\varepsilon \approx 1$, 由于只考虑故障初瞬, 故 ε 可视为一个复常数, 由于系统参数已知, 因而一般情况下, 只能在 (Z_K, R) 坐标上研究阻抗继电器动作特性。由于 Z_K 变数具有明确的区间, 故实际以求临界弧阻特性为宜, 本文直接给出求 R 特性通解公式。

3. 阻抗继电器设计探索和方案对比

此时系统具体参数和两侧系统的功率流向都是未知的。为了简捷思路, 以采用简化系统模型, 引用等值 Z_K 变数为宜。通过对 K^3 、 K^2 、 K^1 、 $K^{1.1}$ 等故障作出全面分析, 以便检查各种阻抗继电器的动作性能。

为了和文[1]对比, 本文仍以“双补偿”阻抗继电器为例, 用正弦逻辑向量理论综合谈各种参变数应用。

一、正弦逻辑向量相当变换定理的简介

作者在文[2]中全面提出了正弦逻辑向量相当的定义和六个相当变换的定理。为了

文章的独立性和本文的应用, 兹简介如下:

(一) 定义

正弦逻辑向量 \dot{S} 是复数, 它的动作逻辑是: 当 $I_m(\dot{S}) > 0$ 时为动作区, $I_m(\dot{S}) < 0$ 时为制动区; 或说 \dot{S} 的幅角在 $0^\circ \rightarrow 180^\circ$ 范围内时继电器动作, 幅角在 $180^\circ \rightarrow 360^\circ$ 范围内时继电器制动。

(二) 相当的定义

设有两正弦逻辑向量 \dot{S}_1 、 \dot{S}_2 , 且 $\dot{S}_1 \neq \dot{S}_2$, 若一般情况下均存在它们虚部同号的条件, 简表为 $I_m(\dot{S}_1) \cong I_m(\dot{S}_2)$, 则可知 \dot{S}_1 与 \dot{S}_2 有相同的动作区和制动区(但个别点可以除外), 故称作逻辑相当, 记以 $\dot{S}_1 \cong \dot{S}_2$ 。

(三) 相当变换定理

设 \dot{M} 、 \dot{N} 都是复变数 Z 的函数, 且它们均不为另。而 a 、 b 、 c 、 d 均为正实系数。则六个相当变换定理可推证如下:

1. 定理一、乘数定理

$$\dot{S}_1 = \frac{\dot{M}}{\dot{N}} \stackrel{\textcircled{1}}{\cong} a \frac{\dot{M}}{\dot{N}} = \dot{S}_2$$

证: 因 a 是正实数, 故 \dot{S}_1 与 \dot{S}_2 虚部必同号, 由此得证。为了以后演算过程中简化说明, 特以 “ $\textcircled{1}$ ” 符号表明左右因定理一而相当, 以下类同。

2. 定理二、加数定理

$$\dot{S}_1 = \frac{\dot{M}}{\dot{N}} \stackrel{\textcircled{2}}{\cong} \frac{\dot{M}}{\dot{N}} \pm b = \dot{S}_2$$

证: 因 $\pm b$ 是实数, 它不影响 \dot{S}_2 的虚部, 故 \dot{S}_1 、 \dot{S}_2 相当。

3. 定理三、倒数定理

$$\dot{S}_1 = \frac{\dot{M}}{\dot{N}} \stackrel{\textcircled{3}}{\cong} -\frac{\dot{N}}{\dot{M}} = \dot{S}_2$$

证: 因 $\dot{S}_2 = -\frac{1}{\dot{S}_1}$, 注意 $I_m\left(-\frac{1}{\dot{S}_1}\right)$ 和 $I_m(\dot{S}_1)$ 异号, 则可知 $I_m(\dot{S}_2) \cong I_m$

$\left(-\frac{1}{\dot{S}_1}\right) \cong I_m(\dot{S}_1)$, 由此得证。

4. 定理四、分式定理

$$\dot{S}_1 = \frac{\dot{M}}{\dot{N}} \stackrel{\textcircled{4}}{\cong} \frac{a\dot{M} \pm b\dot{N}}{c\dot{M} + b\dot{N}} = \dot{S}_2$$

证：为了简化叙述，直接应用定理一、二、三按连续演算方式进行。

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 &= \frac{a \dot{M} \pm b \dot{N}}{\pm c \dot{M} + d \dot{N}} = \left(\mp \frac{a}{c} \right) \frac{\dot{M} \pm \frac{d}{a} \dot{N}}{\dot{M} \mp \frac{b}{c} \dot{N}} \\ &\stackrel{\textcircled{1}}{=} (\mp 1) \left[1 + \frac{\pm \left(\frac{b}{a} + \frac{d}{c} \right) \dot{N}}{\dot{M} \mp \frac{b}{c} \dot{N}} \right] \stackrel{\textcircled{2} \textcircled{1}}{=} \frac{-\dot{N}}{\dot{M} \mp \frac{b}{c} \dot{N}} \\ &\stackrel{\textcircled{3}}{=} \frac{\dot{M} \mp \frac{d}{c} \dot{N}}{\dot{N}} = \frac{\dot{M}}{\dot{N}} \mp \frac{d}{c} \stackrel{\textcircled{2}}{=} \frac{\dot{M}}{\dot{N}} = \dot{S}_1 \end{aligned}$$

于是得证。

5. 定理五、分子定理

$$\dot{S}_1 = \frac{\dot{M}}{\dot{N}} \stackrel{\textcircled{5}}{=} \frac{a \dot{M} \pm b \dot{N}}{\dot{N}} = \dot{S}_2$$

6. 定理六、分母定理

$$\dot{S}_1 = \frac{\dot{M}}{\dot{N}} \stackrel{\textcircled{6}}{=} \frac{\dot{M}}{\mp c \dot{M} + d \dot{N}} = \dot{S}_2$$

其实在六个相当变换定理中，定理四是核心，它可概括地代表所有六个定理，它们只是 a 、 b 、 c 、 d 系数选取不同罢了。之所以要分成六个定理，纯粹是为了简洁语言，在整个连续演算过程中，只须在相当变换“ $\stackrel{\textcircled{\cdot}}{=}$ ”号上标以定理的数码，就代表从“左”简化到“右”侧的根据所在，为读者醒目，使文章篇幅。

若有时 a 、 b 、 c 、 d 各系数选择复杂，亦可用中间等式方框图予以说明。下面以证明定理五为例，说明如下：

定理五证明：

$$\dot{S}_1 = \frac{\dot{M}}{\dot{N}} \stackrel{\textcircled{5}}{=} \frac{a \dot{M} \pm b \dot{N}}{\dot{N}} = \dot{S}_2$$

于是得证。

而定理四本身亦能表为：

$$\dot{S}_1 = \frac{\dot{M}}{\dot{N}} \stackrel{\textcircled{4}}{=} \frac{a \dot{M} \pm b \dot{N}}{\mp c \dot{M} + d \dot{N}} = \dot{S}_2$$

二、“双补偿”阻抗继电器动作方程式

(一) 阻抗元件的基本方程式

保护安装处的电压为 \dot{U}_A 、 \dot{U}_B 、 \dot{U}_C ，流过安装处的电流为 \dot{I}_A 、 \dot{I}_B 、 \dot{I}_C ，三个补

偿电压，即假想的整定范围末端电压为：

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_x &= \dot{U}_A - [\dot{I}_A + K 3 \dot{I}_0] Z_v \\ \dot{V}_y &= \dot{U}_B - [\dot{I}_B + K 3 \dot{I}_0] Z_v \\ \dot{V}_z &= \dot{U}_C - [\dot{I}_C + K 3 \dot{I}_0] Z_v \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.1)$$

下面用正弦逻辑向量理论写出“双补偿”阻抗继电器的动作方程，并将它表成对称分量的形式。再用相当变换定理进行适当转换，以备应用，其步骤如下：

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= -\frac{\dot{V}_x}{\dot{V}_y} = -\frac{\dot{V}_{x1} + \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}}{\alpha^2 \dot{V}_{x1} + \alpha \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}} \stackrel{\textcircled{6}}{=} \frac{1 \ 0}{\frac{1}{2} \ 1} \\ &= -\frac{\dot{V}_{x1} + \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}}{\left(\frac{1}{2} + \alpha^2\right) \dot{V}_{x1} + \left(\frac{1}{2} + \alpha\right) \dot{V}_{x2} + \left(\frac{1}{2} + 1\right) \dot{V}_{x0}} \\ &= -\frac{\dot{V}_{x1} + \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}}{-j\frac{\sqrt{3}}{2}(\dot{V}_{x1} - \dot{V}_{x2}) + \frac{3}{2}\dot{V}_{x0}} \\ &\stackrel{\textcircled{1}}{=} -j \frac{\dot{V}_{x1} + \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}}{(\dot{V}_{x1} - \dot{V}_{x2}) + j\sqrt{3}\dot{V}_{x0}} \dots\dots\dots (2.2) \\ \dot{S}_2 &= -\frac{\dot{V}_y}{\dot{V}_z} = -\frac{\alpha^2 \dot{V}_{x1} + \alpha \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}}{\alpha \dot{V}_{x1} + \alpha^2 \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}} \stackrel{\textcircled{4}}{=} \frac{j \ 1}{-1 \ 1} \\ &= -\frac{(\alpha^3 + \alpha) \dot{V}_{x1} + (\alpha + \alpha^2) \dot{V}_{x2} + 2 \dot{V}_{x0}}{(\alpha - \alpha^2)(\dot{V}_{x1} - \dot{V}_{x2})} \\ &\stackrel{\textcircled{1}}{=} -j \frac{(\dot{V}_{x1} + \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}) - 3 \dot{V}_{x0}}{(\dot{V}_{x1} - \dot{V}_{x2})} \dots\dots\dots (2.3) \\ \dot{S}_3 &= -\frac{\dot{V}_z}{\dot{V}_x} = -\frac{\alpha \dot{V}_{x1} + \alpha^2 \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}}{\dot{V}_{x1} + \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}} \stackrel{\textcircled{5}}{=} \frac{1 \ \frac{1}{2}}{0 \ 1} \\ &= -\frac{\left(\frac{1}{2} + \alpha\right) \dot{V}_{x1} + \left(\frac{1}{2} + \alpha^2\right) \dot{V}_{x2} + \left(\frac{1}{2} + 1\right) \dot{V}_{x0}}{\dot{V}_{x1} + \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}} \\ &\stackrel{\textcircled{1}}{=} -j \frac{(\dot{V}_{x1} - \dot{V}_{x2}) - j\sqrt{3}\dot{V}_{x0}}{\dot{V}_{x1} + \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}} \\ &\stackrel{\textcircled{3}}{=} -j \frac{\dot{V}_{x1} + \dot{V}_{x2} + \dot{V}_{x0}}{(\dot{V}_{x1} - \dot{V}_{x2}) - j\sqrt{3}\dot{V}_{x0}} \dots\dots\dots (2.4) \end{aligned}$$

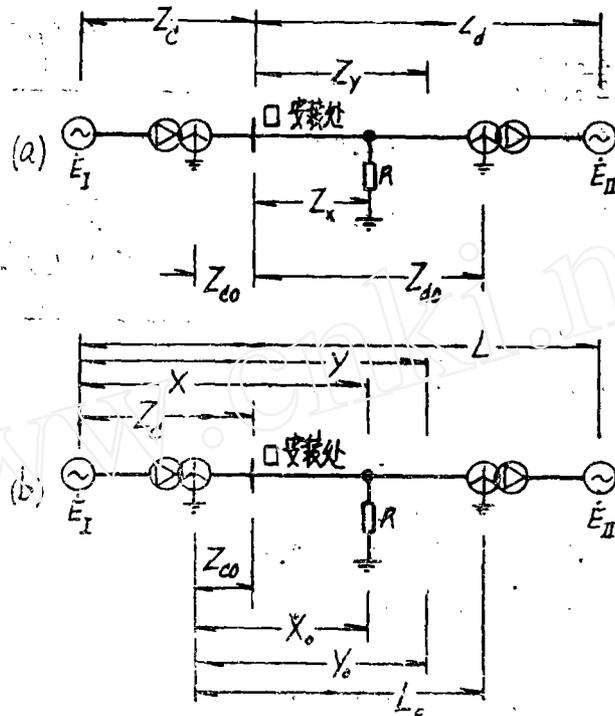
(二) 两侧电源下阻抗元件的基本方程式

供计算用的等值电路如图一(a)，图中注明系统各参数。为了书写简便，仿文



1)也采用从电源点E_I算起的单字母阻抗符号,如图一(b)。对比图一(a)和(b),可知它们之间存在的关系是:

$$\left. \begin{aligned} X &= Z_c + Z_x \\ Y &= Z_c + Z_y \\ L &= Z_c + Z_d \\ X_0 &= Z_{c0} + Z_{x0} = Z_{c0} + n Z_x \\ Y_0 &= Z_{c0} + Z_{y0} = Z_{c0} + n Z_y \\ L_0 &= Z_{c0} + Z_{d0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.5)$$



图一 供计算用的系统等值电路图

根据惯例,先推正向故障继电器动作方程。而反向故障继电器动作方程可分别按如下两种情况推出:

- 1.对单字母阻抗符号而言,可改认为阻抗从E_{II}点起算。
- 2.对Z阻抗符号而言,可采用文[2]中置换定理而直接推出。

根据图一系统图,可画出各相序的等值电路。如图二:

流过安装处的正常负荷电流 \dot{I}_H 可算出如下:

$$\dot{I}_H = \frac{\dot{E}_I - \dot{E}_I}{L} \dots\dots (2.6)$$

故障发生前,短路点的电压 \dot{U}_{HK} 可算出如下:

$$\dot{U}_{HK} = \dot{E}_1 - \dot{I}_H X_1 = \dot{E}_1 - \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_1}{L} X_1 \dots\dots\dots (2.7)$$

设流过短路点总故障电流的相序分量为： \dot{I}_{K1} 、 \dot{I}_{K2} 、 \dot{I}_{K0} ；在安装侧故障电流的分配系数为 ρ_1 、 ρ_2 、 ρ_0 ；故流过安装侧的故障电流分量分别为：

$\rho_1 \dot{I}_{K1}$ 、 $\rho_2 \dot{I}_{K2}$ 、 $\rho_0 \dot{I}_{K0}$ 。其中分配系数可由下式算出：

$$\rho_1 = \frac{L_1 - X_1}{L_1} = \frac{Z_{d1} - Z_{X1}}{Z_{C1} + Z_{d1}} \dots\dots (2.8)$$

$$\rho_2 = \frac{L_2 - X_2}{L_2} = \frac{Z_{d2} - Z_{X2}}{Z_{C2} + Z_{d2}} \dots\dots (2.9)$$

$$\rho_0 = \frac{L_0 - X_0}{L_0} = \frac{Z_{d0} - Z_{X0}}{Z_{C0} + Z_{d0}} \dots\dots (2.10)$$

下面分别计算各相序补偿电压

$$\begin{aligned} \dot{V}_{X1} &= \dot{U}_{A1} - (\dot{I}_H + \rho_1 \dot{I}_{K1}) Z_{Y1} \\ &= \dot{E}_1 - (\dot{I}_H + \rho_1 \dot{I}_{K1}) Y_1 \dots\dots (2.11) \end{aligned}$$

$$\dot{V}_{X2} = -\rho_2 \dot{I}_{K2} Y_2 \dots\dots (2.12)$$

$$\dot{V}_{X0} = -\rho_0 \dot{I}_{K0} Y_0 \dots\dots (2.13)$$

注意(2.6)和(2.7)式的关系，可将(2.11)式改写为：

$$\dot{V}_{X1} = Q \dot{U}_{HK} - \rho_1 \dot{I}_{K1} Y_1 \dots\dots (2.14)$$

其中

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\dot{\epsilon} (L_1 - Y_1) + Y_1}{\dot{\epsilon} (L_1 - X_1) + X_1} = \frac{(L_1 - Y_1) + \dot{\sigma} Y_1}{(L_1 - X_1) + \dot{\sigma} X_1} \\ &= \frac{(Z_{d1} - Z_{Y1}) + \dot{\sigma} (Z_{C1} + Z_{Y1})}{(Z_{d1} - Z_{X1}) + \dot{\sigma} (Z_{C1} + Z_{X1})} \dots\dots (2.15) \end{aligned}$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{E}_1}{E_1} = \frac{1}{\dot{\sigma}} \dots\dots (2.16)$$

我们把 Q 称作振荡函数，它和支接弧阻无关，此外它还有如下三个特点：

- (1) 当两侧电源等压同期时，即 $\dot{\sigma} = 1$ 时，可有 $Q = 1$ 。
- (2) 当单侧电源时，它相当于 $Z_{d1} \rightarrow \infty$ ，此时亦有 $Q = 1$ 。
- (3) 当两侧电源不同期时，在正序整定范围末端发生金属性短路，它相当于 $X_1 = Y_1$ ，此时仍有 $Q = 1$ 。

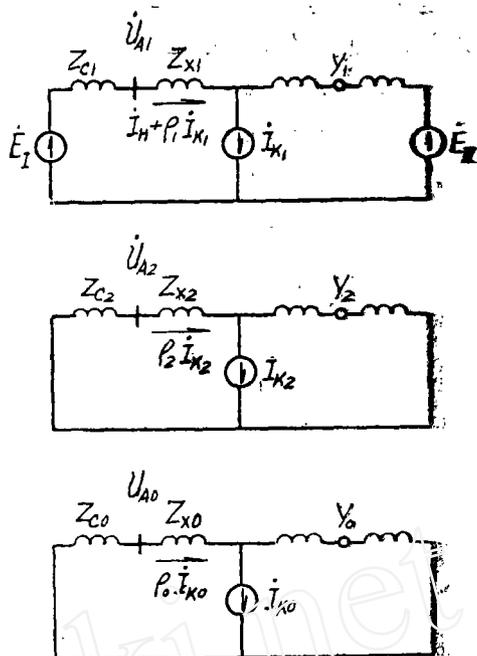


图 2

由此可知在正序整定范围末端发生金属性短路时，继电器的动作状况不因系统是否发生振荡而受影响，或说正序整定范围末端始终是动作边界上的点，这是十分重要的结论。

将(2.12)——(2.14)式代入(2.2)——(2.4)式可得：

$$\dot{S}_1 = -j \frac{Q \dot{U}_{HK} - [\rho_1 \dot{I}_{K1} Y_1 + \rho_2 \dot{I}_{K2} Y_2 + \rho_0 \dot{I}_{K0} Y_0]}{Q \dot{U}_{HK} - [\rho_1 \dot{I}_{K1} Y_1 - \rho_2 \dot{I}_{K2} Y_2] - j\sqrt{3} \rho_0 \dot{I}_{K0} Y_0} \dots\dots (2.17)$$

$$\dot{S}_2 = -j \frac{Q \dot{U}_{HK} - [\rho_1 \dot{I}_{K1} Y_1 + \rho_2 \dot{I}_{K2} Y_2 + \rho_0 \dot{I}_{K0} Y_0] + 3\rho_0 \dot{I}_{K0} Y_0}{Q \dot{U}_{HK} - [\rho_1 \dot{I}_{K1} Y_1 - \rho_2 \dot{I}_{K2} Y_2]} \dots\dots (2.18)$$

$$\dot{S}_3 = -j \frac{Q \dot{U}_{HK} - [\rho_1 \dot{I}_{K1} Y_1 + \rho_2 \dot{I}_{K2} Y_2 + \rho_0 \dot{I}_{K0} Y_0]}{Q \dot{U}_{HK} - [\rho_1 \dot{I}_{K1} Y_1 - \rho_2 \dot{I}_{K2} Y_2] + j\sqrt{3} \rho_0 \dot{I}_{K0} Y_0} \dots\dots (2.19)$$

(三) 当 K^3 故障时“双补偿”阻抗继电器的动作行为

因是 K^3 故障, 此时有 $\dot{I}_{K2} = 0$, $\dot{I}_{K0} = 0$, 将此代入(2.17)——(2.19)式可得：

$$\left. \begin{aligned} \dot{S}_1 &= -j \\ \dot{S}_2 &= -j \\ \dot{S}_3 &= -j \end{aligned} \right\} \dots\dots (2.20)$$

可知 \dot{S}_1 、 \dot{S}_2 、 \dot{S}_3 三个阻抗元件都制动，即“双补偿”阻抗继电器不反映 K^3 故障。

三、“双补偿”阻抗继电器在 K^2 故障时的行为

(一) 当正向 K^2 故障时阻抗元件的动作方程式

如图三，画出了 K^2 故障支接弧阻下，其故障分量相序网络图。

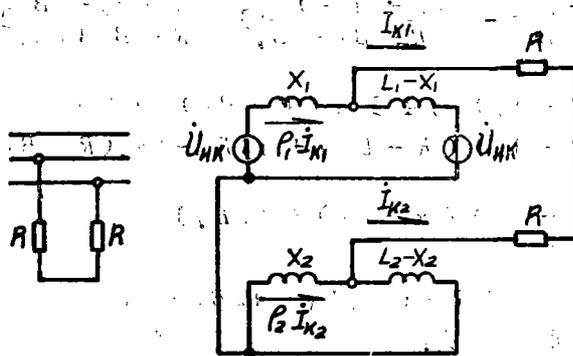


图 三

此时有:

$$\dot{I}_{K1} = -\dot{I}_{K2} = \frac{\dot{U}_{HK}}{Z_{X1} + Z_{X2} + 2R} = \frac{\dot{U}_{HK}}{\rho_1 X_1 + \rho_2 X_2 + 2R} \quad \dots\dots (3.1)$$

由于K²故障下 $\dot{I}_{K0} = 0$, 故(2.17)——(2.19)三个方程式完全相同, 故只须研究一个就行, 于是有:

$$\dot{S} = -j \frac{Q \dot{U}_{HK} - [\rho_1 \dot{I}_{K1} Y_1 + \rho_2 \dot{I}_{K2} Y_2]}{Q \dot{U}_{HK} - [\rho_1 \dot{I}_{K1} Y_1 - \rho_2 \dot{I}_{K2} Y_2]} \quad \dots\dots (3.2)$$

将(3.1)式的结果代入(3.2)式, 可有

$$\dot{S} = -j \frac{Q [\rho_1 X_1 + \rho_2 X_2 + 2R] - [\rho_1 Y_1 + \rho_2 Y_2]}{Q [\rho_1 X_1 + \rho_2 X_2 + 2R] - [\rho_1 Y_1 - \rho_2 Y_2]} \quad \dots\dots (3.3)$$

(二) 临界弧阻 R_l 的通解公式

只要注意 Q、ρ 都是与弧阻 R 无关的, 此时若假定 R 是复变数, 它就是文 [1] 中所谓的“支接阻抗动作特性”, 根据(3.3)式可知是一园图。我们已经说过, R 是弧阻而不是阻抗, 因而“支接阻抗动作特性”是毫无意义的。

依第二种提法, 此时应研究短路初瞬时的阻抗继电器特性, 这时 X、ε 均是复常数, 因而 Q 亦是复常数, 而 R 是单自由度的实变数。只要稍加变换, (3.3)式符合如下的一般形式:

$$\dot{S} = -j \frac{R - A}{R - B} \quad \dots\dots (3.4)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\rho_1 Y_1 + \rho_2 Y_2 - \rho_1 X_1 + \rho_2 X_2}{2Q} \\ B &= \frac{\rho_1 Y_1 - \rho_2 Y_2 - \rho_1 X_1 + \rho_2 X_2}{2Q} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (3.5)$$

根据阻抗继电器临界动作条件为 $I_m(\dot{S}) = 0$, 下面来推求临界弧阻 R_l 的通解, 其步骤如下:

$$\dot{S} = -j \frac{R - A}{R - B} = -j \left[\frac{R - A_x - jA_y}{R - B_x - jB_y} \right] \left[\frac{R - B_x + jB_y}{R - B_x + jB_y} \right]$$

$$\begin{aligned} \text{①} & \quad = -j [(R - A_x) - jA_y] [(R - B_x) + jB_y] \\ & \quad = -j [(R - A_x)(R - B_x) + A_y B_y + jA_y(R - B_x) + jB_y(R - A_x)] \end{aligned}$$

$$\text{②} \quad = -j [(R - A_x)(R - B_x) + A_y B_y]$$

令虚部为另, 可得

$$R^2 - (A_x + B_x)R + (A_x B_x + A_y B_y) = 0$$

所以临界弧阻的通解公式为:

$$R_l = \frac{1}{2} [A_x + B_x] \pm \sqrt{(A_x - B_x)^2 - 4A_y B_y} \quad \dots\dots (3.6)$$

一般说 R , 具有两个解, 当 R , 的两个解, 一个为正, 另一个为负时, 根据明显的几何意义, 此时 Z_x 点落在动作区内; 当 R , 的两个解都为正值时, 此时 Z_x 点虽然落在动作区外, 但当存在一定的弧阻时, 还有可能使继电器动作。

当 R , 的两个解都为负, 或者 R , 无实解时, 继电器必然制动。读者不难自行论述其条件, 本文不再赘述。

(三) 简化系统模型、 Z_x 变数法

在这一节里, 我们仔细考察能引出等值 Z_x 变数的简化条件。按照前述, 此处对 K^2 故障而言, 简化系统模型的条件只需两条:

1. 不计振荡, 即令 $Q = 1$ 。

2. 序网相似, 此处把正序网和负序网近似地看作相同, 即 $X_1 = X_2$, $Y_1 = Y_2$, $\rho_1 = \rho_2$, 这个假定在实际上误差很小。

于是 (3.3) 式可转换为:

$$\dot{S} = -j \frac{X_1 + \frac{R}{\rho_1} - Y_1}{X_1 + \frac{R}{\rho_1}} = -j \frac{Z_x + \frac{R}{\rho_1} - Z_Y}{Z_C + Z_x + \frac{R}{\rho_1}} \dots\dots (3.7)$$

为了书写简便, 转为 Z 变数时一律省去下脚码 1、2 用以区分正序和负序的标记。

下面采用复合变数法, 令等值阻抗 Z_x 的定义为:

$$Z_x = Z_x + \frac{R}{\rho_1} \dots\dots (3.8)$$

将此代入 (3.7) 式, 于是可得:

$$\dot{S} = -j \frac{Z_x - Z_Y}{Z_C + Z_x} \dots\dots (3.9)$$

(3.9) 式就是作者在文 [2] 中推出的式子, 在等值 Z_x 平面上, “双补偿” 阻抗继电器的动作特性是圆。如果将它转化到 $(Z_x \cdot R)$ 斜角坐标上, 它就是一个非圆曲线。为了说明这种转化, 在图四中, 形象地用 “几何积” 的办法, 将 Z_x 平面上的圆面转为 $(Z_x \cdot R)$ 上的非圆曲线, 兹说明过程如下:

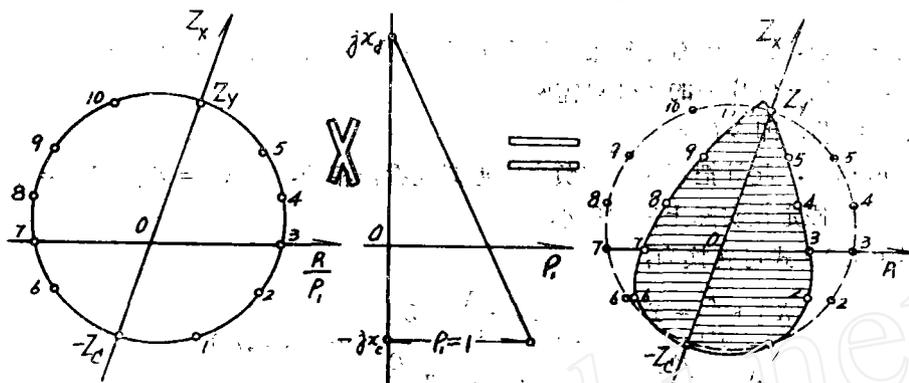
1. 在图四 (左) 中画出 Z_x 复平面上的园图, 这 Z_x 平面也相当 $(Z_x \cdot \frac{R}{\rho_1})$ 的斜角坐标平面。

2. 由于分配系数 $\rho_1 = \frac{Z_d - Z_x}{Z_C + Z_d}$, 当 Z_C 、 Z_d 、 Z_x 幅角相同时, ρ_1 就是一个实变数, 且它和 Z_x 保持线性函数关系。在图四 (中) 中画出分配系数 ρ_1 的轨迹, 它是一条直线。当 $Z_x = Z_d$ 时 $\rho_1 = 0$; $Z_x = -Z_C$ 时 $\rho_1 = 1$ 。

3. 在图四 (右) 中画出阻抗继电器在 $(Z_x \cdot R)$ 斜角坐标上的边界曲线, 它可以由 $(Z_x \cdot \frac{R}{\rho_1})$ 上的园图 (虚线) 在横坐标上乘以 ρ_1 而得出, 称作 “几何积”, 由于 ρ_1 是 Z_x 的线性函数, 因而园图在横坐标上的放大倍数是各不相同的, 于是放大后的边界

曲线具有上尖下大的特点，这犹如将 Z_K 平面上的圆图，放到“哈哈镜”前来映像所造成的畸变一样。以后也把这种映像简称为“Q镜横变”。

作为阻抗继电器的特性分析，其允许弧阻范围的“弹性区”大小是一软要求，对它的区域我们只须领知而无须精确作出。因而当我们求得 Z_K 的圆图和“Q镜”的斜率后，我们对于临界弧阻特性的形象事实上已能领知，尤其是作为阻抗继电器的设计探索和方案对比而言，我们只须讨论 Z_K 平面上的圆图就够了。



图四 K^2 故障时的动作区分行

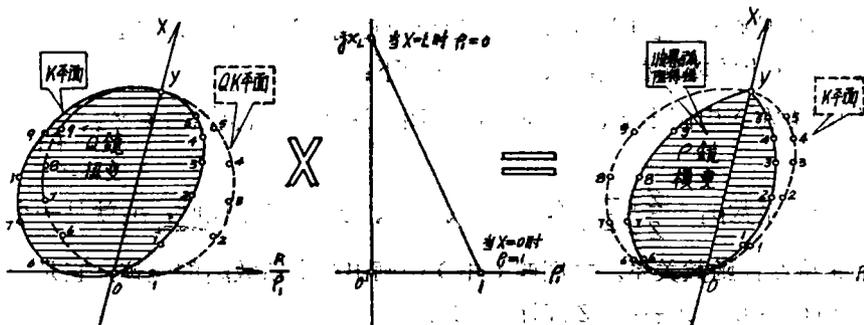
(四) 两侧电源相角摆开影响的估价

此时 $\epsilon \neq 1$ ，以下只假定序网相似一个条件，并令：

$$K = X + \frac{R}{P_1} \quad \dots\dots (3.10)$$

则(3.3)式可转为：

$$\dot{S} = -j \frac{QK - Y}{QK} \quad \dots\dots (3.11)$$



图五 当两侧电源相角摆开 K^2 故障时的动作区分行

如果以 QK 为变数，在 QK 平面上阻抗继电器的动作区是一个圆，如图五(左)虚线所示，其中坐标原点相当于电源 E_1 的位置。为了估价两侧电源相角摆开时的影响，

下面实例计算如下：设 $\dot{\varepsilon} = e^{j0^\circ}$ ， $L = 2Y$ ，以下分别计算 $X = 0, 0.2Y, 0.4Y, 0.6Y, 0.8Y, Y$ 六点处的振荡函数 Q 的数值，如表一。

表一

X	0	0.2Y	0.4Y	0.6Y	0.8Y	Y
Q	0.866 / -30°	0.9 / -25.2°	0.95 / -19°	0.977 / -13°	0.995 / -6.5°	1 / 0°

如果我们欲将 QK 平面上的图像，转到 K 变数平面上，它相当于将 $QK \times \frac{1}{Q} = K$ ，其结果如图五（左）。由图可见，当本侧向对侧输送功率时，继电器在 K 平面上的“弹性区”缩小，但它仍穿过 $K = 0$ 和 $K = Y$ 两点。

由于 Q 是复数，故由 QK 平面图像转到 K 平面上时各点，是既有模值的伸缩，也有幅角的旋转。为了形象语言，以下称这种转换为“ Q 镜扭变”。

根据（3.10）式，如果欲将 K 平面上的图像，再转换到 (X, R) 平面上，只须再进行一次“ ρ_1 镜横变”的映像，如图五（右）。从图可见 ρ_1 镜映像都具有上尖下大的特点。

本书叙述的两次映像法，从数值计算的角度看比较费事，然而从数理联系的角度看，它步步清晰，它把振荡的影响和支接弧阻的影响分别开来，它对我们认识振荡和支接弧阻对“弹性区”畸变所起的作用，将有更为形象的认识。

（五）系统振荡伴随故障时阻抗继电器的分析， $\dot{\varepsilon}$ 或 $\dot{\sigma}$ 变数法

为了便于作图，本文对正向故障采用 $\dot{\sigma}$ 变数法，对反向故障采用 $\dot{\varepsilon}$ 变数法，这样比较有利。下面先推出正向 K^2 故障时的动作方程式。

将（2.15）式代入（3.11）式可得：

$$\begin{aligned} \dot{S} &= -j \frac{\frac{(L_1 - Y_1) + \dot{\sigma} Y_1}{(L_1 - X_1) + \dot{\sigma} X_1} [X_1 + \frac{R}{\rho_1}] - Y_1}{\frac{(L_1 - Y_1) + \dot{\sigma} Y_1}{(L_1 - X_1) + \dot{\sigma} X_1} [X_1 + \frac{R}{\rho_1}]} \\ &= -j \left[\frac{R}{\rho_1 X_1 + R} \right] \frac{\dot{\sigma} + \frac{\rho_1 L_1 (X_1 - Y_1) + R(L_1 - Y_1)}{Y_1 R}}{\dot{\sigma} + \frac{L_1 - Y_1}{Y_1}} \\ &\stackrel{\textcircled{3}}{=} -j \left[\frac{\rho_1 X_1 + R}{R} \right] \frac{\dot{\sigma} + \frac{L_1 - Y_1}{Y_1}}{\dot{\sigma} + \frac{\rho_1 L_1 (X_1 - Y_1) + R(L_1 - Y_1)}{Y_1 R}} \dots\dots (3.12) \end{aligned}$$

就一般情况而言，（3.17）式属于如下通式：

$$\dot{S} = -jH \frac{\dot{\sigma} + A}{\dot{\sigma} + B} \stackrel{\textcircled{1}}{=} -j e^{j\delta} \frac{\dot{\sigma} + A}{\dot{\sigma} + B} \dots\dots (3.13)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{L_1 - Y_1}{L_1} = \frac{Z_d - Z_Y}{Z_c + Z_Y} \\ B &= A + \frac{\rho_1 L_1 (X_1 - Y_1)}{Y_1 R} = A + \frac{(Z_d - Z_X)(Z_X - Z_Y)}{R(Z_c + Z_Y)} \\ &= A + G \\ H &= \frac{\rho_1 X_1 + R}{R} = 1 + \frac{(Z_d - Z_X)(Z_c + Z_X)}{R(Z_c + Z_d)} = 1 + T \\ \delta &= \arg H \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.14)$$

当代入系统参数后,就可计算出A、B、δ,依文〔3〕径弦转角定理可知它是一个圆。

当弧阻趋向于另时,有B→∞, H→∞,因而(3.13)式此时宜改为:

$$\dot{S} = -j \frac{H}{B} \frac{\dot{\sigma} + A}{\dot{\sigma} + 1} \rightarrow -j \frac{(Z_c + Z_X)(Z_c + Z_Y)}{(Z_X - Z_Y)(Z_c + Z_d)} \left[\dot{\sigma} + \frac{Z_d - Z_Y}{Z_c + Z_Y} \right] \dots\dots (3.15)$$

为了和文〔2〕结果相比,我们用 $\dot{\sigma} = \frac{1}{\varepsilon}$ 的关系,将(3.15)式改写如下:

$$\dot{S} = -j \frac{(Z_c + Z_X)(Z_d - Z_Y)}{(Z_X - Z_Y)(Z_c + Z_d)} \frac{\dot{\varepsilon} + \frac{Z_c + Z_Y}{Z_d - Z_Y}}{\dot{\varepsilon}} \dots\dots (3.16)$$

可见它和文〔2〕的结果完全一致,在金属性短路时 $Z_X = Z_X$,文〔2〕的结果仍是准确的。在一般支接弧阻情况下,振荡的影响应用(3.12)——(3.14)来分析。

由于一般情况下 Z_c 、 Z_d 、 Z_X 、 Z_Y 的幅角可近似认为相等,这样应用 $\dot{\sigma}$ 变数计算作图比较简单:A是实数;G的方向和 Z_Y 平行,因而 $B = A + G$ 亦很容易根据作图法定出;T的方向和 Z_Y 平行,因而 $H = 1 + T$ 亦很容易作出。

应用置换定理于(3.13)、(3.14),可直接得出反向 K^2 故障时的动作方程式。其置换方法是: $Z_c \rightarrow Z_d$, $Z_d \rightarrow Z_c$, $Z_Y \rightarrow -Z_Y$, $\dot{\sigma} \rightarrow \dot{\varepsilon}$,而 Z_X 和R不变,于是可得:

$$\left. \begin{aligned} A' &= \frac{Z_c + Z_Y}{Z_d - Z_Y} \\ B' &= A' + \frac{(Z_c - Z_X)(Z_X + Z_Y)}{R(Z_d - Z_Y)} = A' + G' \\ H' &= 1 + \frac{(Z_c - Z_X)(Z_d + Z_X)}{R(Z_c + Z_d)} = 1 + T' \\ \delta' &= \arg H' \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.17)$$

$$\dot{S} = -jH' \frac{\dot{\varepsilon} - A'}{\varepsilon - B'} \stackrel{\textcircled{1}}{=} -je^{j\delta'} \frac{\dot{\varepsilon} - A'}{\varepsilon - B'} \dots\dots (3.18)$$

当弧阻等于另时，可直接由(3.15)式经置换定理而得到如下：

$$\dot{S} = -j \frac{(Z_d + Z_X)(Z_d - Z_Y)}{(Z_X + Z_Y)(Z_C + Z_d)} \left[\dot{\varepsilon} + \frac{Z_C + Z_Y}{Z_d - Z_Y} \right] \dots\dots (3.19)$$

由此可见它和文〔2〕的结果完全一致。

下面以实例计算，看阻抗继电器在 σ 或 ε 平面上的逻辑动作区。

例1. 设系统参数为 $Z_C = 3 / 79^\circ$ ； $Z_d = 7 / 79^\circ$ ； $Z_Y = 3 / 79^\circ$ ，正向区内短路地点选 $Z_X = 1 / 79^\circ$ ，弧阻选 $R = 0, 0.5, 1, 2$ 四种情况计算。在 σ 平面上的园图如图六(a)所示。

例2. 参数同上；正向区外短路地点选 $Z_X = 5 / 79^\circ$ ，弧阻选 $R = 0, 0.5, 1, 2$ 四种情况计算。在 σ 平面上的园图如图六(b)所示。

例3. 参数同上，反向短路地点选 $Z_X = 1 / 79^\circ$ ，弧阻选 $R = 0, 0.5, 1, 2$ 四种情况计算。在 ε 平面上的园图如图六(c)所示。

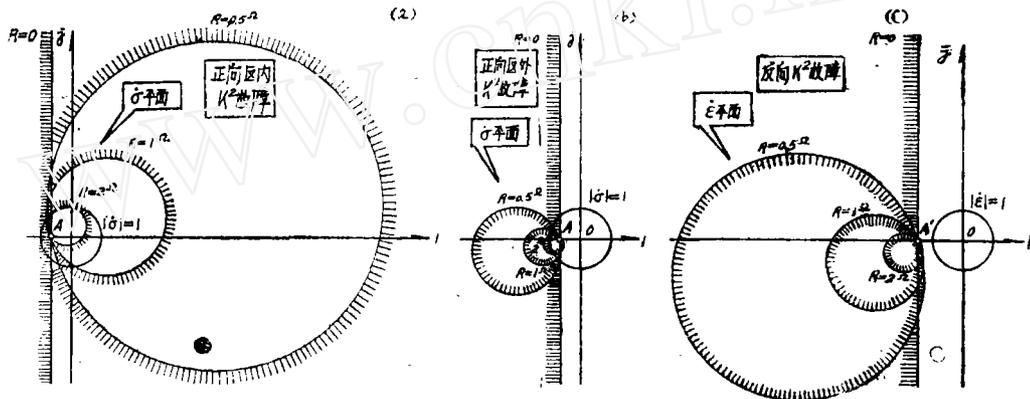


图6 K^2 故障伴随振荡时继电器逻辑错误区域的分析

图中画阴影的部份是逻辑错误区域，对正向区内故障而言画阴影部份是拒动区；对正向区外和反向故障而言画阴影部分是误动区。

由图六(a)可知，随着弧阻的增大，保护的拒动区扩大。由图六(b)和(c)可知，随着弧阻的增大，保护的误动区缩小。